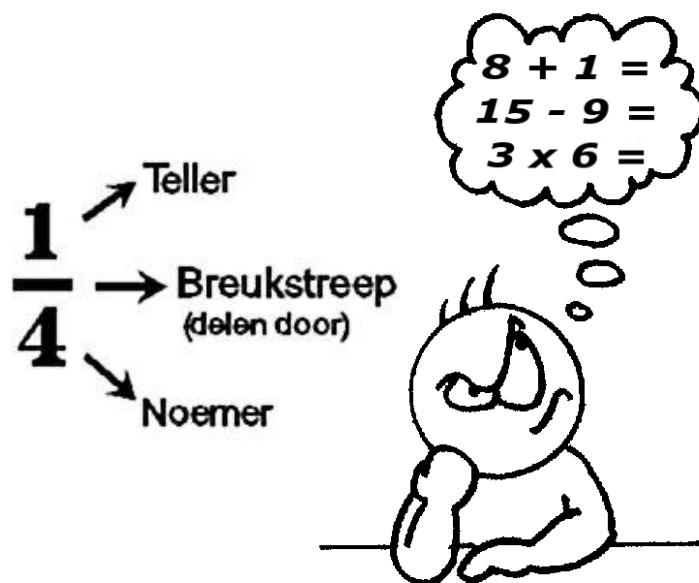


Meesterstuk



Breukentoets wel of niet geschikt

Onderzoek naar de werkbaarheid/ geschiktheid van de breukentoets

Chantal Gerdes

Juni 2010

Meesterstuk

Juni 2010

Breukentoets wel of niet geschikt

Onderzoek naar de werkbaarheid/ geschiktheid van de breukentoets

Master Special Educational Needs (M SEN)

Fontys opleidingscentrum Speciale Onderwijszorg

Leerroute : Remedial Teaching/ Gespecialiseerde Groepsleerkracht

Cursusjaar : 2009- 2010

Auteur : Chantal Gerdes

Studentnummer : 2153249

Begeleid door : Joep van Vugt

Afstudeerperiode : Juni 2010

Voorwoord

In augustus 2009 ben ik aan de Rijks Universiteit Groningen afgestudeerd als Orthopedagoog. In dit studiejaar heb ik een masterthesis gemaakt over 'Het ontwikkelen, uitvoeren en evalueren van de woordenschat methode "Woorden leren" voor leerlingen in het leerwegondersteunend onderwijs' gemaakt, genaamd "Woorden Leren". De probleemstelling bij dit onderzoek was: *Kan er met behulp van remediërend materiaal 'Woorden leren' de woordenschat van leerlingen in het leerwegondersteunend onderwijs vergroot worden?* Omdat dit een vrij uitgebreide literatuurstudie met praktijk onderzoek betrof heb ik vrijstelling proberen aan te vragen bij de examencommissie van de Remedial Teaching opleiding.

Vanwege te weinig studiepunten kon de aanvraag voor vrijstelling niet door gaan en heb ik besloten dat het mij interessant leek om dit jaar een soort gelijk onderzoek als het voorgaande jaar opnieuw uit te voeren.

Naar aanleiding hiervan heeft mijn docent aan mij gevraagd of het mij interessant en leuk leek om onderzoek te doen naar een door Van Vugt en Wösten ontwikkelde Breukentoets. Het gaat er hierbij om dat er gekeken wordt of de breukentoets geschikt is voor de praktijk van alle dag. Dit leek mij zeer interessante en een uitdagende opdracht. Door middel van dit onderzoek heb ik een bijdrage proberen te leveren aan het onderzoek naar de werkbaarheid/geschiktheid van de breukentoets van Van Vugt en Wösten.

Ik wil een aantal mensen bedanken voor hun steun tijdens mijn thesis periode. Allereerste wil ik de opleidingscoördinator, mijn docent, bedanken voor het aanbod om dit onderzoek te mogen doen, de begeleiding en de feedback op het geschreven werk. Ten tweede wil ik mijn stage school 'De Catamaran' bedanken voor hun medewerking en de vrijheid die zij mij het afgelopen jaar hebben gegeven tijdens mijn stage en het onderzoek. Ten derde wil ik mijn vriend en mijn ouders bedanken voor hun steun in de soms moeilijke tijden, hun aanmoedigingen en hun belangstelling tijdens mijn opleiding en meesterstuk

periode. Verder wil ik mijn vrienden ouders, vrienden en familie bedanken voor hun steun en belangstelling.

Inhoudsopgave

Hoofdstuk 1 - Inleiding	1
Hoofdstuk 2 - Aanleiding en probleemstelling	4
Hoofdstuk 3 - Theoretische onderbouwing	8
3.1 Inleiding	8
3.2 Het leerproces en leerdoelen	8
3.3 Signaleren en analyseren	11
3.4 Diagnostiek van het leren van breuken	12
3.5 Benodigde rekenregels bij breuken	15
3.5.1 Wat zijn breuken nu precies?	15
3.5.2 Gelijke breuken	17
3.5.3 Optellen met breuken	18
3.5.4 Aftrekken met breuken	19
3.5.5 Verschillende noemers	20
3.5.6 Vermenigvuldigen van breuken	21
3.5.7 Delen van breuken	23
3.5.8 Vereenvoudigen van breuken	24
3.5.9 Samenvatting rekenregels bij het rekenen met breuken	25
3.6 Meeste voorkomende fouten	25
Hoofdstuk 4 - Onderzoeksmethodologie	27
4.1 Selectie leerlingen	27
4.2 Instrumenten	28
4.3 Procedures	29
4.4 Variabelen	29
Hoofdstuk 5 - Data analyse en resultaten	31
5.1 Afnamen van de toetsen	31
5.2 Antwoordmodel	31
5.3 Taalanalytische opbouw	32

5.4 De bedoeling van de opgaven	33
5.5 Maximale tijd	34
5.6 Afbreekregeling	34
5.7 Overzicht van beheerste onderdelen	35
5.8 Observatieschema	35
Hoofdstuk 6 - Conclusies	37
6.1 Taakanalytische opbouw	37
6.2 De bedoeling van de opgaven	38
6.3 Maximale tijd	38
6.4 Afbreekregeling	38
6.5 Overzicht van beheerste onderdelen	39
6.6 Observatieschema	39
6.7 Algemene conclusie	39
Hoofdstuk 7 - Evaluatie onderzoek	41
7.1 Het onderzoeksproces	41
7.2 Het schrijven van mijn meesterstuk	41
7.3 De begeleiding	42
7.4 Wat heb ik geleerd	42
Samenvatting	44
Referenties	47
Bijlagen	48
Bijlag 1 Breukentoets	49
Bijlage 2 Leerlijn Breuken	64
Bijlage 3 Observatieschema	66
Bijlage 4 Antwoordmodel Breukentoets	71

1. Inleiding

In deze inleiding leg ik uit wie ik ben, waarom ik voor dit onderzoek gekozen heb en waar ik het uitvoer. Tevens wordt in dit hoofdstuk mijn motivatie voor het onderzoek, wat ik hoop te bereiken en de relevantie voor de praktijk uitgelegd.

Mijn naam is Chantal Gerdes en ben geboren te Emmen. Afgelopen augustus ben ik afgestuurd als orthopedagoog aan de Rijks Universiteit Groningen. Hierbij heb ik mij toegespitst op het gebied van leerproblemen en personen met beperkingen. Mijn afstudeerstage voor de opleiding Orthopedagogiek heb ik gedaan op het OPDC (Orthopedagogisch Didactisch Centrum) te Emmen. Daar werkte ik op het expertise centrum van het OPDC en deed ik allerlei psychologisch/ didactisch/ pedagogisch onderzoeken en begeleidingen van een aantal leerlingen op het OPDC. Tijdens mijn afstudeerstage kwam ik er achter dat ik het leuk vind om onderzoek te doen naar de problemen van kinderen, maar er ontbrak daarbij iets naar mijn gevoel, de praktijk. Als orthopedagoog zie je de kinderen bij het doen van onderzoek meestal twee of meerdere dagdelen, je maakt er een verslag over, bespreekt dit met ouders en dat is het dan. Ik miste hierin het contact met de kinderen en hoe het nu verder met ze ging. Daarom heb ik besloten om de opleiding Master SEN Remedial Teaching aan de Fontys Hogeschool in Utrecht te volgen. Het doel van mij om deze opleiding te volgen is dat ik in de toekomst graag de praktijksituatie bij de diagnostiek wil trekken. Ik wil kinderen graag helpen in de praktijk voor en/ of na de tijd dat er een mogelijke diagnose wordt gesteld. Het lijkt mij een ontzettende ervaring en uitdaging om kinderen na een onderzoek verder te begeleiden en de behandeling precies op de wensen en behoeften van het kind af te stemmen.

Voor de opleiding Remedial Teaching loop ik momenteel stage op een school van Speciaal Basisonderwijs 'De Catamaran' te Emmen. 'De Catamaran' heeft te maken met kinderen die het ook mét extra zorg en ondersteuning op de reguliere basisschool niet blijken te redden. Om deze negatieve spiraal bij de kinderen te doorbreken, werken ze vanuit het concept 'de andere basisschool', waarin acceptatie van elkaar een belangrijk aspect is en waarbij bovendien de leerling de gelegenheid krijgt om zelf keuzes te maken in het eigen leerproces. De school streeft ernaar de leerling zelf eigenaar te maken van het eigen

leerproces en richt zich in de eerste plaats op het opbouwen van het zelfvertrouwen en de leermotivatie van kinderen. Dit kan, door zo consequent mogelijk uit te gaan van wat ze **wel** kunnen en **niet** van wat ze niet kunnen. En tevens door te zorgen voor een omgeving die veilig is. De ruimtes in school zijn zo betekenisvol mogelijk ingericht en dagen de leerlingen uit tot actief leren. Mijn stage op 'De Catamaran' bevalt me zeer goed; ik ben er met open armen ontvangen. Het uitgangspunt: 'ga uit van wat het kind **wel** kan' gebruik ik in de behandeling van de kinderen en dit is zeer motiverend voor ze. Daarom zal ik dit ook in mijn onderzoek gaan gebruiken dat ik uitvoer op 'De Catamaran'.

Het onderzoek zal gaan, zoals de titel 'Breukentoets wel of niet geschikt. Onderzoek naar de werkbaarheid/ geschiktheid van de breukentoets die ontwikkeld is door Van Vugt en Wösten ' van dit meesterstuk al doet vermoeden, over breuken. Voordat ik op dit onderwerp gekomen ben is er veel voorafgegaan.

Afgelopen jaar heb ik een masterthesis over 'Het ontwikkelen, uitvoeren en evalueren van de woordenschat methode "Woorden leren" voor leerlingen in het leergewegondersteunend onderwijs' gemaakt, genaamd "Woorden Leren". De probleemstelling bij dit onderzoek was: *Kan er met behulp van remediërend materiaal 'Woorden leren' de woordenschat van leerlingen in het leergewegondersteunend onderwijs vergroot worden?*

Met behulp van de methode 'Woorden leren' blijkt dat de woordenschat van de leerlingen in het leergewegondersteunend onderwijs vergroot kunnen worden. Dat houdt in dat de leerlingen van meer woorden de betekenissen hebben leren onthouden. Of het effect van de training lang blijvend is is nog de vraag. De vraag of er 'near- transfer' is opgetreden blijft onbeantwoord. Hierdoor is het moeilijk om te vast te stellen of de leerlingen het geleerde wel kunnen toepassen op nieuwere situaties. In een vervolg onderzoek zal hier meer tijd aan besteed moeten worden.

Omdat dit een vrij uitgebreide literatuurstudie met praktijk onderzoek betrof heb ik vrijstelling proberen aan te vragen bij de examencommissie van de Remedial Teaching opleiding.

Vanwege te weinig studiepunten kon de aanvraag voor vrijstelling niet door gaan en heb ik besloten dat het mij interessant leek om dit jaar een soort gelijk onderzoek als het voorgaande jaar opnieuw uit te voeren.

Naar aanleiding hiervan heeft mijn docent aan mij gevraagd of het mij interessant en leuk leek om onderzoek te doen naar een door Van Vugt en Wösten ontwikkelde Breukentoets. Het gaat er hierbij om dat er gekeken wordt of de breukentoets geschikt is voor de praktijk van alle dag.

Na alle beschikbare literatuur dat uit het boek van Van Vugt en Wösten ontwikkeld wordt gelezen te hebben en een gesprek met mijn docent te hebben over hoe het onderzoek er precies uit moet gaan zien, heb ik besloten om mijn meesterstuk te schrijven over de breukentoets.

Ik hoop door het doen van onderzoek hiernaar meer duidelijkheid te kunnen verschaffen omtrent de breukentoetsen die Van Vugt en Wösten hebben ontwikkeld. Als de toets die door Van Vugt en Wösten ontwikkeld zijn goed is, zal het een goed overzicht bieden van de mogelijkheden van wat het kind op het rekengebied van breuken kan. Aan de hand van de scores van het kind zal de leerkracht kunnen kijken welke onderdelen de leerling wel of niet beheerst van de breuken ontwikkeling en aan de hand hiervan kan er een mogelijke behandeling opgesteld worden. Voorafgaand aan het onderzoek is een antwoordmodel bij de breukentoets gemaakt, omdat deze nog niet aanwezig was.

Ik hoop door middel van dit onderzoek Van Vugt en Wösten de benodigde onderzoeksgegevens aan te kunnen reiken die zij nodig hebben om hun boek verder af te kunnen maken. Tevens hoop ik de praktijk en mijzelf een toets te kunnen bieden die een goed overzicht geeft van de mogelijkheden van het kind en aanknopingspunt bied voor behandeling.

2. Aanleiding en probleemstelling

In dit hoofdstuk geef ik de aanleiding van het onderzoek weer. Tevens wordt hierin de probleemstelling van het onderzoek en de bijbehorende onderzoeksvragen besproken.

Door mijn praktijk en theorie onderzoek van vorig jaar ben ik er achter gekomen dat deze koppeling erg mijn interesse heeft en zou ik mij er graag verder in willen verdiepen. Naar aanleiding hiervan heeft mijn docent mij gevraagd of het mij interessant en leuk leek om onderzoek te doen naar de breukentoets die door Van Vugt en Wösten ontwikkeld is. Van Vugt en Wösten zijn bezig om een vervolg te schrijven op hun boek 'Rekenen, een hele opgave'. In deel 2 behandelen ze in hoofdstuk 5 de breuken, kommagetallen en procenten. In dit hoofdstuk besteden ze aandacht aan het volgende: 'Het voortgezet rekenen richt zich op het verwerven van de basisvaardigheden, cijferen, verhoudingen en procenten, breuken en kommagetallen, meten en meetkunde. Het gaat hierbij om een uitbreiding met nieuwe onderwerpen en om een verdieping van de basisvaardigheden. In dit hoofdstuk besteden we aandacht aan het rekenen met breuken, kommagetallen en procenten, met behulp van het gebruik van verhoudingstabel (Van Vugt en Wösten, 2010)'. Ze besteden hierbij aandacht aan het rekenen met breuken, de leerlijnen en leerdoelen van het leren van breuken, hoe herken je de problemen in het leren van breuken (signaleren en analyseren), de diagnostiek van het leren van breuken en remediërende mogelijkheden. Mijn rol zal hierbij liggen in de paragraaf diagnostiek. Omdat de breukentoets door Van Vugt en Wösten zelf is ontwikkeld, willen zij graag te weten komen of de toets correct geformuleerd is, welke oplossingsstijd er gemiddeld nodig is per opgave, of de breukentoets een goed overzicht geeft van de mogelijkheden van het kind en aanknopingspunten biedt voor behandeling. Na mij verdiept te hebben in de literatuur van Van Vugt en Wösten (2010) en op andere wijze de kennis van dit soort onderzoek verworven te hebben, heb ik besloten om voor dit onderzoek te kiezen. Het lijkt mij interessant om mijn kennis uit te breiden op het gebied van breuken. Uit mijn voorgaande studie weet ik de hoofdlijnen van de rekenontwikkeling, weet ik in welke stadia een kind ongeveer wat moet kunnen,

maar weet ik niet precies hoe het met het voortgezet rekenen in elkaar zit. Dit onderzoek geeft mij de gelegenheid om opnieuw kennis te maken met de breuken, hier meer over te leren en er mee aan de slag te gaan.

Een belangrijk aspect van dit onderzoek zal zijn of de breukentoets die Van Vugt en Wösten ontwikkeld is wel een goed overzicht geeft van wat het kind kan en of het mogelijkheden biedt om een kind te helpen. Hieruit komt het volgende probleemstelling naar voren:

Is de door Van Vugt en Wösten (2010) opgestelde breukentoets een goed meetinstrument om het niveau van de kinderen te meten?

Bij deze probleemstelling horen een zestal onderzoeksvragen:

Bij deze probleemstelling horen een zestal onderzoeksvragen:

1. Is de breukentoets van Van Vugt en Wösten (2010) op een correcte taakanalytisch manier samengesteld (de toets begint met moeilijke opgaven en eindigt met de makkelijkste opgaven van het rekenen met breuken)?
2. Snapt het kind, zonder uitleg, de bedoeling van de verschillende opgaven in de breukentoets?
3. Hoeveel tijd mag een kind maximaal bezig zijn met de opgaven?
4. Naar hoeveel minuten moet de toets afgebroken worden bij een opgave?
5. Geeft de breukentoets een goed overzicht van de onderdelen die het kind wel en niet beheerst bij het rekenen met breuken?
6. Geeft het observatieschema bij de breukentoets goede aanknopingspunten voor behandeling van de leerling?

Omdat er nog geen antwoordmodel beschikbaar is voor de breukentoets zal ik deze voorafgaand aan het afnemen van de toets maken.

Op dit moment is bij mij bekend dat er nog geen breukentoets bestaat die met de moeilijkste opgaven begint en met de makkelijkste opgaven eindigt. Bij de meeste breukentoetsen wordt geen gebruik gemaakt van een afbreekregeling om kinderen die echt niet uit de opgaven komen hiervan te verlossen. Voor de praktijk zou het mooi zijn dat er een toets komt die een goed overzicht geeft van het niveau van de leerling en handvatten biedt voor behandeling.

Bij het beantwoorden van de onderzoeksvragen aan het einde van mijn thesis ben ik tevreden als ik op ik op vijf van de zes onderzoeksvragen een antwoord kan geven. Het gaat mij hierbij vooral om of de opgaven goed zijn ingedeeld, welke tijden er aan de opgaven gebonden moeten worden, of de breukentoets het niveau van de leerling weergeeft en of het observatieschema goede aanknopingspunten biedt voor de behandeling van een leerling. Het zou mooi zijn als de vordering van de leerling ook gemeten kunnen worden met behulp van dit instrument. Dit zal er toe leiden dat de betrouwbaarheid van de test alleen maar groter wordt.

Ik denk door middel van dit onderzoek te kunnen bewijzen dat de breukentoets die door Van Vugt en Wösten (2010) is ontwikkeld een goed meetinstrument is om het niveau van de leerling te bepalen onafhankelijk van een methode. Het blijkt dat er niet veel breukentoetsen ontwikkeld zijn onafhankelijk van de methode. Ook geven veel methoden ook alleen maar aan of een leerling de breuken wel of niet beheerst, maar bieden hierbij geen observatieschema waarmee helder gemaakt kan worden wat een leerling begrijpt en niet begrijpt. Want het gaat bij het leren van breuken niet om het 'het kunnen' en het aanleren van rekenprocedures, maar het 'begrijpen', inzicht krijgen in wat je moet doen.

Hoe wil ik de onderzoeksvragen beantwoorden? Door het afnemen van de breukentoets bij twaalf leerlingen op het Speciaal Basisonderwijs 'De Catamaran' wil ik de tijd bepalen die een leerling maximaal nodig heeft om een opgave te maken. Tevens wil ik door middel van deze tijden vaststellen na welke tijd de opgave afgebroken mag worden. Om te kijken of de toets het juist niveau van de leerling weer geeft wil ik de breukentoets vergelijken met de CITO Rekenen en Wiskunde. Tevens wil ik bij alle twaalf de leerlingen het observatieschema gebruiken om er achter te komen of dit goede aanknopingspunten biedt voor de behandeling van de leerlingen en of er misschien nog aanpassingen aan dit schema gemaakt moet worden.

Door voor afgaand aan het onderzoek het antwoordmodel te maken bij de breukentoets, word ik er zelf bewust van wat voor moeilijkheden de leerlingen tegen kunnen komen bij het maken van de toets.

Als ik er in slaag om de zestal onderzoeksvragen te beantwoorden en daarmee de probleemstelling van dit onderzoek te beantwoorden dan heb ik bewezen dat de door Van Vugt en Wösten (2010) ontwikkelde breukentoets een goed meetinstrument is om het niveau van de leerlingen te meten. Waarna de praktijk er een goed onafhankelijke onderzoek bij heeft.

3. Theoretisch onderbouwing

In dit hoofdstuk zullen de theoretisch achtergronden van de breukentoets van Van Vugt en Wösten (2010) besproken worden. Daarnaast zal er een overzicht gegeven worden van de benodigde rekenregels bij breuken en de meest voorkomende fouten, die leerlingen maken, bij het maken van breuken opgaven.

3.1 Inleiding

Veel kinderen vinden het erg moeilijk om met breuken te rekenen. Zij weten nauwelijks wat een breuk is en kunnen er al helemaal niet mee rekenen. Het valt pas op bij de complexere breuken dat een kind problemen heeft met het rekenen van breuken, ze weten niet hoe ze met verschillende breukentypen moeten omgaan en hoe ze deze tegelijkertijd moeten vereenvoudigen, vergroten, verkleinen, inwisselen, et cetera.

Op scholen worden de verschillende breukentypen vaak geïsoleerd aangeboden regelmatig met behulp van de methode. De kinderen kunnen hierdoor makkelijker de bewerking onthouden. Het geïsoleerd aanbieden heeft ook een ongewenst kant kinderen weten hierdoor niet goed verbanden te leggen tussen de verschillende somtypen en deze te gebruiken. Kinderen halen de verschillende breuken met de specifieke bewerkingen door elkaar en raken volledig in de war. Daarom is het voor het leren rekenen met breuken van belang dat het kind begrijpt en inzicht krijgt in wat je moet doen. Dit vraagt om oriëntatie op dat wat je moet doen, op wat nu een breuk precies is, op het ontdekken en zien van onderlinge samenhang, het handelen op concreet niveau met materialen, het benoemen en het verwoorden van je handelingen, voordat je breuken kunt gebruiken in minder concrete situaties, maar op abstract niveau (Van Vugt en Wösten (2010)).

3.2 Het leerproces en leerdoelen

Voor het rekenen van breuken is het van belang dat een aantal vaardigheden in het aanvankelijk en voortgezet rekenen beheerst wordt:

- een kind heeft inzicht in het vermenigvuldigen en heeft delen en het optellen en aftellen tot 100 beheerst en geautomatiseerd.
- een kind is in staat om rekenverhalen en -situaties, gebruik makend van de symbolen plus/erbij (+), min/eraf (-), keer/maal (x), gedeeld door (: of nog liever /) en evenveel als / is gelijk aan (=), om te zetten in rekenformules en rekenformules om te zetten in rekenverhalen en -situaties.
- een kind kan de rekenhandelingen optellen, aftellen, vermenigvuldigen en delen kan uitvoeren met concrete, manipuleerbare en geschematiseerde materialen en deze verwoorden.
- een kind heeft de tafels van vermenigvuldiging en delen zo volledig mogelijk geautomatiseerd, dat wil zeggen hij/zij kan deze niet als een vers of lied opdreunen, maar op basis van strategische keuzes snel opzeggen, afleiden en herleiden ($8 \times 7 = 56$ omdat $7 \times 7 = 49$ en $49 + 7 = 56$, of $63 : 9 = 7$ omdat $45 : 9 = 5$ en $18 : 9 = 2$).

Als kinderen een van de voorgaande vaardigheden niet (goed) beheersen, heeft dat gevolg voor het rekenen met breuken.

Het TAL- team (2006) voegt aan de bovenstaande doelen een aantal tussendoelen toe die van belang zijn voor het rekenproces van breuken:

- kunnen gebruiken van getalrelaties die kinderen in de loop van de tijd hebben opgebouwd (kinderen kunnen bijvoorbeeld de wetenschap dat $\frac{3}{4}$ is evenveel als $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ gebruiken in een som als $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} =$).
- al redenerend kunnen oplossen van breuken, in situaties waarin hun kennis van getalrelaties niet toereikend is, vanuit inzicht in betekenis en samenhang.
- kunnen inzetten van vaste routines of standaardprocedures.

Begin groep 6 krijgt het kind op systematisch wijze te maken met breuken. Helaas is het programma in de bovenbouw van het basisonderwijs redelijk overladen, waardoor niet alle leerstof aanbod zal komen. Daarnaast verschillen de leerlingen zeer veel van elkaar, waardoor er een groep zal wezen die gelijk door heeft hoe het moet en op abstract niveau er mee verder kunnen, ook zal er een groep blijven die blijft hangen in het concrete toepassingen van breuken en een halve en een derde pannenkoek alleen bij elkaar kunnen voegen als ze dit al handelend kunnen doen. Dit betekent dat de einddoelen voor het onderwijs om

aanpassing vragen. Van Vugt en Wösten in hun boek "Rekenen, een hele opgave deel 2" (2010) het volgende overzicht weer:

Inzicht in betekenis en samengang van breuken	
Leerdoelen	Uitbreiding
Weten dat breuken primair te maken hebben met deel- geheel-relaties – $\frac{1}{4}$ zien als 1 van de 4 delen van een geheel – een breuk herkennen als een getal tussen 0 en 1 – breuken kunnen lezen en schrijven – het op volgorde kunnen legen van breuken – de hoeveelheid één in een breuk herkennen en omzetten – grotere hoeveelheden kunnen omzetten in breuken	De omzetting van breuken in een verhoudingstabel – verhoudingsgewijs kunnen vergelijken en inzien dat de verhoudingen gelijk blijven – toepassen van breuken bij grotere getallen

Getalrelaties	
Leerdoelen	Uitbreiding
Getalrelaties kennen en benutten – op en aftellen van getallen met gelijke noemers – op en aftellen van getallen met eenheden en breuken met gelijke noemers	– de 'hele' in een breuk zetten of eruit kunnen halen

Redeneren	
Leerdoelen	Uitbreiding
Op beredeneerde wijze bewerkingen met breuken in een eenvoudige situatie uitvoeren – uitleggen hoe je in een opgave als $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ van halven en derden zesden kunt maken – noemer kunnen vergroten en verkleinen met behulp van verhoudingstabel	– op- en aftellen van breuken met ongelijke noemers – op- en aftellen van breuken met 'helen' en ongelijke noemers

3.3 Signaleren en analyseren

Er zijn geen echte (alleen op de breuken gerichte) signaleringstoetsen die je bij het rekenen met breuken kunt gebruiken. Je bent in deze situatie vaak aangewezen op methodengebonden of niet- methode geboden toetsen (Rekenen-Wiskunde 2 en 3). Met behulp van een foutenanalyse krijg je dan een overzicht van de in de toetsen opgenomen breuken en de kwaliteit van de vaardigheden die de kinderen hierin bereikt hebben. Verder zal er in de toekomst gebruik gemaakt kunnen worden van de door van Vugt en Wösten (2010) ontwikkelde toets, die het op- en aftellen van breuken betreft (normering 80% van de opgaven per rijtje goed ($\frac{4}{5}$ deel) wil er sprake zijn van beheersing). In bijlage 1 is de door Van Vugt en Wösten (2010) ontwikkelde toets te vinden.

Na het signaleringsonderzoek zul je een foutenanalyse uit moet voeren om er achter te komen wat er aan de hand is. Helaas bestaan er geen duidelijke omschreven foutencategorieën, vooral niet bij de complexere sommen en de tussenstappen die het kind moet maken.

Wel kun je bij de foutenanalyse gebruik maken van vier soorten analyse

kwantitatieve analyse (het soort fouten), kwantitatieve analyse (het vaardigheidsniveau), het productanalyse (het resultaat) en procesanalyse (het rekengedrag).

Met behulp van deze foutenanalyse kun je achterhalen wat er mis is gegaan en probeer je de fouten onder te brengen in verschillende categorieën. Hierdoor maak je het overzichtelijk waar het precies fout gaat en kun je in spelen op de problemen van de leerling. Helaas betekent dit nog niet de oplossing voor het probleem, omdat er ook inzicht nodig is in het strategiegebruik en de mate beheersing en automatisering van strategieën bekend moet zijn.

Een foutenanalyse alleen is dus niet voldoende. Het is daarom van belang om nauwkeuriger naar het werk van een kind te kijken om zo voldoende concrete voorbeelden van het probleemgedrag te verzamelen. Het valt dan op dat het kind meer dan gemiddeld (minder dan 60- 80% antwoorden goed) aantal fouten maakt en/of een minder efficiënte werkwijze hanteert. Tevens is het hierbij van belang om het kind zelf te vragen of te laten zien hoe hij de som oplost. Vragende ogen tijdens de instructie, het afhaken tijdens de instructie, het onjuist of helemaal niet meer beantwoorden van vragen zijn tijdens de instructie al signalen dat het kind het niet snapt.

Dus als we te weten willen komen hoe een leerling de rekenopgaven aanpakt, is nader (diagnostisch) onderzoek nodig. In het diagnostisch gesprek gaat het er dus om zicht te krijgen op onderliggende processen en strategieën die de leerlingen bij het rekenen hanteren en die bij het rekenen een rol spelen (Van Vugt en Wösten (2010)).

3.4 Diagnostiek van het leren van breuken

Voor het diagnosticeren van de problemen bij het rekenen met breuken is het belangrijk om zelf ook zicht te hebben op de opbouw van de leerlijn van de breuken (zie bijlage 2). Leerlijnen bevatten markeringspunten die enerzijds voortbouwen op een voorgaande punt en anderzijds voorwaardelijk zijn voor het bereiken van een volgende markeringspunt.

Tijdens het diagnostisch onderzoek van het rekenproces staat de denk- en rekenwijze van de kinderen centraal. De vragen die gesteld worden zijn handelingsgericht en sluiten aan bij de handelingen van de kinderen, het gaat er hierbij niet alleen om wat ze doen, maar het gaat er vooral om wat ze zeggen en denken. Tevens bij je tijdens het diagnostisch gesprek alert op de goede en foute antwoorden van het kind om zo er achter te komen wat de kinderen al kennen. Door op deze systematische wijze aandacht voor het handelen van de kinderen te hebben worden de verschillen tussen kinderen zichtbaar.

Van Vugt en Wösten (2010) geven aan dat een diagnostisch gesprek taakanalytisch opgebouwd moet zijn. Het gaat er hierbij om de wijze waarop mensen een taak uitvoeren te analyseren en een beschrijving te geven van de problemen die ze bij de uitvoering van de taak ondervinden. Tegelijkertijd is dit direct je draaiboek voor je onderzoek.

Elke vaardigheid die nodig is om te reken met breuken kun je uiteen leggen in onderdelen. Deze onderdelen vormen vervolgens de concrete afzonderlijke stappen die nodig zijn om de vaardigheid aan te leren. Het zijn vaardigheden die je als taak in concrete en kleinere stappen kunt opdelen. Daarbij is het verstandig om eerst een beeld te vormen van de volgorde van het aanleren van vaardigheden, bijvoorbeeld met behulp van een leerlingenoverzicht of stappenplan.

De eerste stap die je zet bij de foutenanalyse is het uiteenleggen van de rekenopgave in deelstappen. Je vraagt je af welke opgaven je moet kennen of kunnen als je deze tot een goed eind wil brengen (voorwaarden of bouwstenen). Deze brainstorm-ronde leidt tot een aantal opgaven die om een ordening of prioritering vragen. Je legt als het ware de vaardigheid als taak in de kleinst mogelijke stappen met behulp van bijvoorbeeld een taakschema uiteen en brengt dan vervolgens de ordening in beeld.

In het diagnostisch gesprek gebruik je het verkregen stroomdiagram als onderzoeksleidraad en ga je, te beginnen met de moeilijkste opgave (je einddoel), na hoe een kind achtereenvolgens de stappen uitvoerde om het probleem op te lossen. Ook probeer je, door vragen te stellen, te achterhalen

welke strategie het kind toepaste en beoordeel je of dit een al dan niet gewenste (lees: te verkorten) strategie is. Je zult daarom ook meerder opgaven moeten aanbieden om je beeld te completeren en voor jezelf van te voren helder moeten hebben welk criterium je hanteert om te kunnen duiden of een opgave beheerst of niet-beheerst is (bijvoorbeeld 80% van de aangeboden reeks goed). Aan het eind van het diagnostisch gesprek moet je voldoende inzicht hebben in het rekenproces van een kind, in de wijze waarop de kinderen opgaven oplossen. Daarmee krijg je een beeld van de weg die je met dit kind te gaan hebt, waarbij opnieuw de taakanalyse als route geldt: een stappenplan op weg naar volledige beheersing van wat het kind eerst niet kon.

De door Van Vugt en Wösten (2010) ontwikkelde breukentoets is langs taakanalytisch weg opgebouwd en start met de moeilijkste opgave (het kerndoel). Als een kind niet in staat is deze opgave binnen een redelijke tijd foutloos op te lossen middels een gegeven strategie, dan ga je vervolgens verder met de volgende opgave, deze vormt een bouwsteen voor de opgave die het kind niet op wist te lossen. Lukt het het kind niet om deze opgave binnen een beperkte tijd en niet geheel foutloos, dan ga je weer een stap terug, tot je het moment bereikt waarop het kind de opgave wel snel, foutloos en met een gewenste strategie maakt. Dit houdt dus in dat het kind in staat is om de oplossing snel te geven, zonder dat het kind zich bewust is van de strategie. Door door te vragen probeer je erachter te komen welke oplossingsstrategie een kind gebruikte. Doel is dat alle handelingen geautomatiseerd tot stand komen (zie schema: Observaties bij het rekenen met breuken bijlage 3).

Omdat het van belang is om te weten hoe lang een kind over een bepaalde opgaven mag doen is er onderzoek nodig naar de door Van Vugt en Wösten (2010) ontwikkelde breukentoets. De oplossingstijd zal uiteindelijk per opgavenreeks verschillen omdat de toets als het goed is van moeilijk naar makkelijk opgedeeld is; dit zal ook onderzocht nog moeten worden. Als het kind dan de opgaven binnen de bepaalde tijd weet op te lossen op, de juiste manier, dan beheerst het kind deze opgaven. Overschrijdt het kind deze tijd of geeft het te veel verkeerde antwoorden, dan mag je ervan uitgaan dat het kind deze opgave niet beheerst. Omdat de door Van Vugt en Wösten (2010) ontwikkelde test individueel afgenomen wordt en er tijdens het afnemen gebruik gemaakt

wordt van het observatieschema (concept) kan er direct gekeken worden waar het kind de fout in ging. Als een kind de eerste 10 opgaven binnen de gegeven tijd goed maakt, dan zou je ervan uit kunnen gaan dat het deze leerstof beheerst en kun je je gesprek en onderzoek staken (Van Vugt en Wösten (2010)).

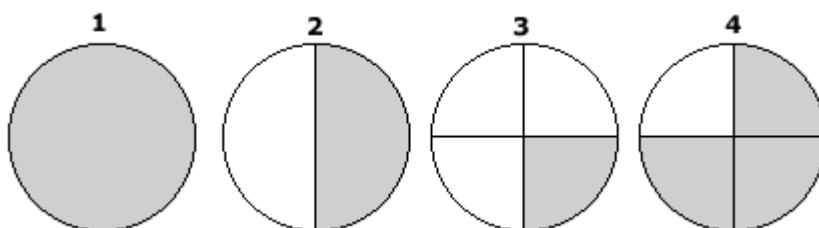
Voorafgaand aan de bespreking van het verder onderzoek zullen eerst de rekenregels die nodig zijn bij de breuken besproken worden, gevolgd door de meest voorkomende fouten die er gemaakt worden bij het reken met breuken.

3.5 Benodigde rekenregels bij breuken

In deze paragraaf zal besproken worden wat breuken precies zijn, hoe je ze gelijk kunt maken, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen en vereenvoudigen. Bij elk onderdeel van breuken zullen de **benodigde rekenregels** vermeld worden, deze zullen aangegeven worden in het **blauw**. De **benamingen** zullen in het **groen** en de **mogelijke gevaren** in het **rood** aangegeven worden. Daarnaast zullen er ook een aantal voorbeelden gegeven worden.

3.5.1 Wat zijn breuken nu precies?

Met breuken kunnen getallen voorstellen die **niet geheel** zijn. Hieronder zijn vier taarten afgebeeld met telkens een grijs stuk gekleurd.



De eerste taart is volledig, ook wel **1 taart** genoemd. De tweede taart is de helft grijs, ook wel een **halve taart**. Bij taart nummer drie hebben we **een kwart taart** en bij taart vier hebben we **drie kwart taart**.

De wiskundige manier:

In de tweede taart zijn er in het totaal **2 gelijke stukken**, waarvan er **1** grijs is. Dit kunnen we als een deling opschrijven, **1:2** of **1÷2**. In de wiskundige manier gebruiken we een horizontale streep, met het eerste getal bovenaan en het tweede getal onderaan; $\frac{1}{2}$.

De derde taart waren er **4 gelijke stukken**, waarvan **1** grijs gekleurd. We schrijven $\frac{1}{4}$ en spreken het uit als "één vierde".

Bij de vierde taart waren er **4 gelijke stukken**, waarvan **3** grijs gekleurd. We schrijven $\frac{3}{4}$ en spreken het uit al "drie vierde".

Zo'n getal noemen we een breuk, het bovenste getal heet de teller, het onderste de noemer.

De noemer vertegenwoordigt het aantal gelijke stukken waaruit één hele taart bestaat. De teller geeft aan hoeveel stukken er werkelijk zijn.

Let op! Het moeten **gelijke** stukken zijn, als de stukken niet even groot zijn, klopt het verhaal niet meer!

Algemeen: als a en b getallen zijn, dan noteren we de breuk met teller a en noemer b als $\frac{a}{b}$.

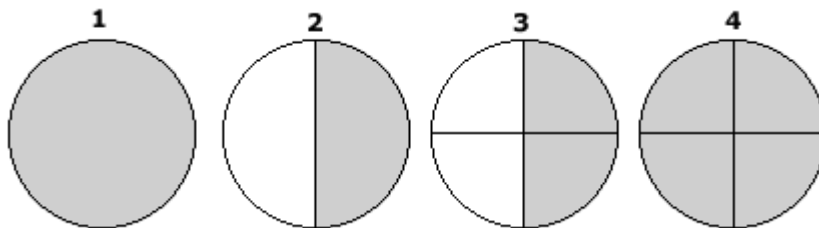
Andere manier van schrijven voor dezelfde breuk, die hierna nog gebruikt zal worden: **a/b**

Een breuk stelt dus een **verhouding** voor van de twee getallen a en b .

Let op! Je mag niet delen door 0, dus mag de noemer (b) nooit gelijk zijn aan 0 (Busking, H.B. (2009) en wetenschapsforum, 7 mei 2010).

3.5.2 Gelijke breuken

Terug naar de vier taarten, maar nu anders in gekleurd.



De eerste taart is helemaal in gekleurd, ook wel als breuk: $\frac{1}{1}$.

Bij de tweede taart is nog steeds een halve taart gekleurd, ook wel $\frac{1}{2}$.

Bij de derde taart zijn nu 2 van de 4 stukken grijs, als breuk schrijven wij dit al $\frac{2}{4}$. Dit is ook een halve taart

Bij de vierde taart zijn nu 4 van de 4 stukken grijs gekleurd, als breuk is dit $\frac{4}{4}$. Ook wel een hele taart

Wat kunnen we hieruit concluderen?

De volgende breuken zijn gelijk: $1 = \frac{1}{1} = \frac{4}{4}$ en $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

Dit is ook logisch: een breuk was een deling van twee getallen en stelde hun **verhouding** voor.

Als die verhoudingen gelijk zijn, dan zijn ook de breuken gelijk.

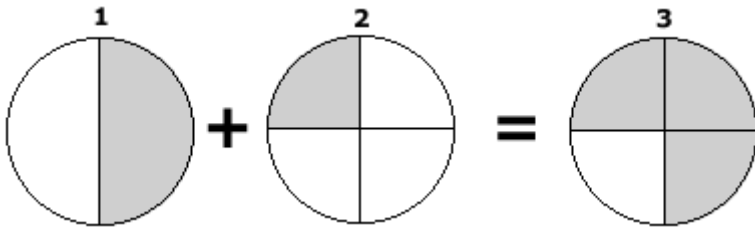
Of je nu 12 van de 24 knikkers neemt, 3 van de 6 stukken taart, 50 van de 100 muntjes; het is telkens precies de **helft**:

$$\frac{12}{24} = \frac{3}{6} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

Natuurlijk hoeft is dit niet altijd het geval. Zo is $\frac{1}{4}$ ook gelijk aan $\frac{2}{8}$, want als je een taart in 8 stukken verdeelt en je neemt er 2, dan heb je één vierde van de taart (Busking, H.B. (2009) en wetenschapsforum, 7 mei 2010).

3.5.3 Optellen met breuken

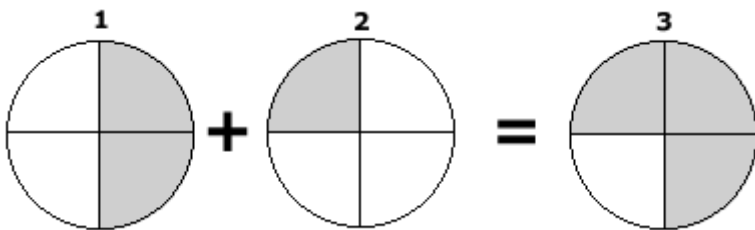
We nemen twee taarten. In de taarten zijn enkele stukken grijs gekleurd en tellen deze op:



Dit geeft de volgende berekening:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Om te zien hoe we tot het antwoord komen, verdelen we ook de eerste taart in vier stukken:



De eerste taart zijn nu 2 van de 4 stukken grijs gekleurd, zoals we weten is $\frac{1}{2}$ hetzelfde als $\frac{2}{4}$, een halve taart.

Nu alle taarten in evenveel stukken verdeeld zijn (namelijk 4), kunnen we de grijze stukken (2 en 1) gewoon optellen.

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$$

Regel: om twee breuken met gelijke noemers op te tellen, moet je de tellers optellen en de noemer behouden.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Voorbeeld

Je wil een ideaal voetbalteam samenstellen uit de verschillende voetbalploegen in de competitie.

Je wil één keeper, drie verdedigers, vijf middenvelders en twee aanvallers.

De verdedigers haal je uit een elftal met de beste verdediging, de aanvallers uit een ander elftal met de sterkste aanval enz.

Zo zit je met:

- een keeper: 1/11 van een heel elftal
- drie verdedigers: 3/11 van een heel elftal
- vijf middenvelders: 5/11 van een heel elftal
- twee aanvallers: 2/11 van een heel elftal

Volgens onze optelregel vinden we dan een totaal van:

$$\frac{1}{11} + \frac{3}{11} + \frac{5}{11} + \frac{2}{11} = \frac{1+3+5+2}{11} = \frac{11}{11} = 1$$

En dat is natuurlijk precies één volledig elftal! (Busking, H.B. (2009) en wetenschapsforum, 7 mei 2010).

3.5.4 Aftrekken met breuken

Om het verschil van twee breuken uit te rekenen, doe je precies hetzelfde:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Aftrekken is in feite ook niets apart, de teller mag ook een negatieve getal zijn:

$$\frac{-a}{c} + \frac{-b}{c} = \frac{(-a) + (-b)}{c} = \frac{-a-b}{c} = \frac{-(a+b)}{c}$$

Algemener: een minteken voor een hele breuk, mag ook naar de teller of noemer verhuizen, en omgekeerd:

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} \quad \text{voorbeeld} \quad \frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{7-2}{3} = \frac{5}{3}$$

(Busking, H.B. (2009) en wetenschapsforum, 7 mei 2010).

3.5.5 Verschillende noemers

Willen we breuken met verschillende noemers optellen, dan is het van belang eerst de noemers gelijk te maken.

Regel: een breuk blijft gelijk als je teller en noemer met hetzelfde getal (maar niet 0) vermenigvuldigt.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$$

Voorbeelden

Stel dat we $\frac{1}{2}$ en $\frac{2}{3}$ willen optellen. Dan moeten we de noemers eerst gelijk maken. Om een geschikte noemer te vinden, moeten we opzoek gaan naar een **gemeenschappelijke veelvoud** van de twee noemers. Bijvoorbeeld het product, $2 \times 3 = 6$. Pas op dat je niet een te grote noemer krijgt, zoek dan naar de **kleinst gemeen veelvoud (kgv)** van de noemers.

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$$

Breuken op gelijke noemers brengen, heet het gelijknamig maken van breuken.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{7} = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} + \frac{1 \times 3}{7 \times 3} = \frac{14}{21} + \frac{3}{21} = \frac{14+3}{21} = \frac{17}{21}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} + \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9+2}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{6} = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} - \frac{1 \times 4}{6 \times 4} = \frac{15}{24} - \frac{4}{24} = \frac{15 - 4}{24} = \frac{11}{24}$$

$$\frac{2}{7} - \frac{1}{2} = \frac{2 \times 2}{7 \times 2} - \frac{1 \times 7}{2 \times 7} = \frac{4}{14} - \frac{7}{14} = \frac{4 - 7}{14} = \frac{-3}{14} = -\frac{3}{14}$$

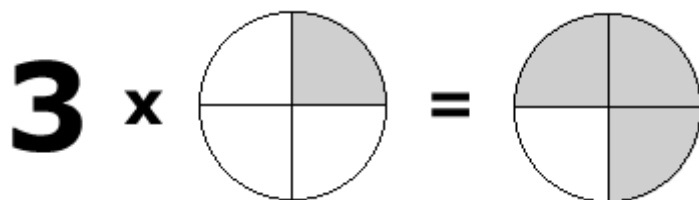
(Busking, H.B. (2009) en wetenschapsforum, 7 mei 2010).

3.5.6 Vermenigvuldigen van breuken

Breuken kunnen op twee manieren vermenigvuldigd worden, met een heel getal of met een andere breuk.

Het vermenigvuldigen met een geheel getal

We hebben een kwart taart, $\frac{1}{4}$. De kinderen eten drie keer $\frac{1}{4}$ taart.



We kunnen deze som met behulp van de optelregel uitrekenen:

$$3 \times \frac{1}{4} = \underbrace{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}}_{3 \text{ te}} = \frac{3}{4} \quad \text{verkort weergegeven} \quad 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

We moeten bij het uitrekenen de noemer laten staan en de teller met het gehele getal vermenigvuldigen.

Regel: om een breuk te vermenigvuldigen met een geheel getal, moet je de teller met dat getal vermenigvuldigen

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$$

Voorbeelden

$$4 \times \frac{2}{7} = \frac{4 \times 2}{7} = \frac{8}{7}$$

$$5 \times \frac{-3}{21} = \frac{5 \times (-3)}{21} = \frac{-15}{21} = -\frac{15}{21}$$

$$-2 \times \frac{7}{11} = \frac{-2 \times 7}{11} = \frac{-14}{11} = -\frac{14}{11}$$

Het vermenigvuldigen met een andere breuk

Wat gebeurt er als je een getal delen door 1? Niets, het getal blijft hetzelfde.

een geheel getal x kan je ook schrijven als breuk, namelijk: $\frac{x}{1}$.

Voorbeeld

We verdelen een taart in acht stukken verdelen en eten er drie op, $\frac{3}{8}$.

Als we nemen het dubbel, moeten we de breuk vermenigvuldigen met 2.

$$2 \times \frac{3}{8} = \frac{6}{8}$$

We kunnen dit ook schrijven als:

$$\frac{2}{1} \times \frac{3}{8} = \frac{6}{8}$$

Regel: om twee breuken te vermenigvuldigen, moet je de tellers vermenigvuldigen en de noemers vermenigvuldigen

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Voorbeelden

$$\frac{1}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{1 \times 4}{3 \times 7} = \frac{4}{21}$$

$$\frac{-2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{-2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{-8}{15} = -\frac{8}{15}$$

$$-\frac{11}{3} \times \frac{2}{-3} = \frac{11}{-3} \times \frac{2}{-3} = \frac{11 \times 2}{(-3) \times (-3)} = \frac{22}{9}$$

(Busking, H.B. (2009) en wetenschapsforum, 7 mei 2010).

3.5.7 Delen van breuken

Het delen van breuken is niet zo eenvoudig als het lijkt. Het is van belang om eerst in te zien dat we een teller en noemer kunnen omdraaien.

Het omgekeerde van een breuk is de breuk die je krijgt door teller en noemer om te wisselen

$$\frac{a}{b} \xrightarrow{\text{om}} \frac{b}{a} \quad \text{Voorbeelden} \quad \frac{3}{7} \xrightarrow{\text{om}} \frac{7}{3} \quad -\frac{2}{5} \xrightarrow{\text{om}} -\frac{5}{2}$$

Regel: om een breuk te delen door een andere breuk, moet je de eerste breuk vermenigvuldigen met het omgekeerde van de tweede breuk

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Om breuken te delen, is het dus eerst van belang om de breuken om te keren, vervolgens kan er gebruik gemaakt worden van de vermenigvuldigen.

Voorbeelden

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{2 \times 7}{3 \times 4} = \frac{14}{12}$$

$$\frac{6}{7} \div \frac{11}{3} = \frac{6}{7} \times \frac{3}{11} = \frac{6 \times 3}{7 \times 11} = \frac{18}{77}$$

$$\frac{-3}{2} \div \frac{-8}{3} = \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{8} = \frac{(-3) \times (-3)}{2 \times 8} = \frac{9}{16}$$

Breuken delen door gehele getallen

Om een breuk met een geheel getal te vermenigvuldigen moet we de volgende regel weer in gedachte nemen:

Regel: om twee breuken te vermenigvuldigen, moet je de tellers vermenigvuldigen en de noemers vermenigvuldigen

Voorbeelden

$$\frac{2}{3} \div 4 = \frac{2}{3} \div \frac{4}{1} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2 \times 1}{3 \times 4} = \frac{2}{12}$$

$$5 \div \frac{4}{7} = \frac{5}{1} \div \frac{4}{7} = \frac{5}{1} \times \frac{7}{4} = \frac{5 \times 7}{1 \times 4} = \frac{35}{4}$$

(Busking, H.B. (2009) en wetenschapsforum, 7 mei 2010).

3.5.8 Vereenvoudigen van breuken

Bij het kopje **gelijke breuken** zijn we er achter gekomen dat de volgende breuken hetzelfde zijn:

$$\frac{12}{24} = \frac{3}{6} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

Een breuk vereenvoudigen is deze vervangen door een gelijke breuk, met kleinere getallen in teller en noemer.

Om een breuk te vereenvoudigen is het van belang eerst de teller en de noemer te schrijven als een product van kleinere getallen. We kunnen hierbij de vermenigvuldigingsregel omgekeerd gebruiken.

Voorbeeld

$$\frac{6}{14} = \frac{2 \times 3}{2 \times 7} = \frac{2}{2} \times \frac{3}{7} = 1 \times \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$$

Bij dit voorbeeld is gezocht naar een gemeenschappelijke vermenigvuldig. Hieruit komt de breuk $\frac{2}{2}$ naar voren, ook wel een hele is. De som verkort geschreven

$$\frac{6}{14} = \frac{2 \times 3}{2 \times 7} = \frac{\cancel{2} \times 3}{\cancel{2} \times 7} = \frac{3}{7}$$

Regel: als teller en noemer geschreven zijn als een product van getallen, dan

mogen gelijke getallen geschrapt worden (Busking, H.B. (2009) en wetenschapsforum, 7 mei 2010).

3.5.9 Samenvatting rekenregels bij het rekenen met breuken

- om twee breuken met gelijke noemers op te tellen, moet je de tellers optellen en de noemer behouden.
- een breuk blijft gelijk als je teller en noemer met hetzelfde getal (maar niet 0) vermenigvuldigt.
- om een breuk te vermenigvuldigen met een geheel getal, moet je de teller met dat getal vermenigvuldigen
- om twee breuken te vermenigvuldigen, moet je de tellers vermenigvuldigen en de noemers vermenigvuldigen
- om een breuk te delen door een andere breuk, moet je de eerste breuk vermenigvuldigen met het omgekeerde van de tweede breuk
- als teller en noemer geschreven zijn als een product van getallen, dan mogen gelijke getallen geschrapt worden (Busking, H.B. (2009) en wetenschapsforum, 7 mei 2010).

3.6 Meest voorkomende fouten

Om een goed beeld te krijgen van wat het kind al beheerst van de breuken, is het van belang om te weten welke typen fouten het meeste voorkomen. Dit zal helpen bij het signaleren van de problemen en de behandeling van de problemen. Hieronder zal een overzicht gegeven worden van de meest voorkomende fouten bij het rekenen met breuken:

- Het kind heeft moeite met het lezen van breuken;
- Het kind heeft moeite met het goed schrijven van breuken als hij/ zij de woorden leest of hoort;
- Het kind snapt de bedoeling van een breuk niet;
- Het kind heeft moeite met het herkennen van breuken;
- Het kind heeft moeite met het voorstellen van breuken;
- Het kind heeft moeite met het tekenen van breuken;
- Het kind heeft begrip van breuken;
- Het kind heeft moeite om de relatie tussen delen en breuken te zien;

- Het kind heeft moeite met delen;
- Het kind snapt de instructie niet bij de opgave;
- Het kind snapt de opgave niet;
- Het kind heeft een gebrekkige tafelkennis;
- Het kind heeft moeite om deelhandelingen te combineren (het klein rekenonderzoek, 2005)

4. Onderzoeksmethodologie

In dit hoofdstuk zal besproken worden hoe de leerlingen voor de breukentoets geselecteerd zijn en welke instrumenten er gebruikt worden bij het afnemen van de breukentoets. Verder zal de procedure besproken worden en de variabelen. Allereerst zal de probleemstelling en onderzoeksvragen nogmaals weergegeven worden.

Mijn probleemstelling bij dit onderzoek is:

Is de door Van Vugt en Wösten (2010) opgestelde breukentoets een goed meetinstrument om het niveau van de kinderen te meten?

Bij deze probleemstelling horen een zestal onderzoeksvragen:

1. Is de breukentoets van Van Vugt en Wösten (2010) op een correcte taakanalytisch manier samengesteld (de toets begint met moeilijke opgaven en eindigt met de makkelijkste opgaven van het rekenen met breuken)?
2. Snapt het kind, zonder uitleg, de bedoeling van de verschillende opgaven in de breukentoets?
3. Hoeveel tijd mag een kind maximaal bezig zijn met een opgaven?
4. Naar hoeveel minuten moet de toets afgebroken worden bij een opgave?
5. Geeft de breukentoets een goed overzicht van de onderdelen die het kind wel en niet beheerst bij het rekenen met breuken?
6. Geeft het observatieschema bij de breukentoets goede aanknopingspunten voor behandeling van de leerling?

Omdat er nog geen antwoordmodel beschikbaar is voor deze toets zal ik deze voorafgaand aan het afnemen van de toets maken.

4.1 Selectie leerlingen

Dit onderzoek wordt uitgevoerd op speciaal basisonderwijs "De Catamaran" te Emmen. Omdat de kinderen populatie zeer divers is op deze school werken de leerlingen op hun eigen niveau in groepen met de kinderen die het zelfde niveau

hebben. In totaal zijn er elf kinderen geselecteerd voor dit onderzoek. Deze leerlingen werken in de methode 'Alles telt', vier kinderen werken in deel 6a, één kind in deel 6b, twee kinderen in deel 7a en drie in deel 7b. De kinderen hebben een DLE¹ die varieert van 37 tot en met 47, met een gemiddelde DLE van 42. Hun leeftijd varieert van 9,11 jaar tot 12,2 en met jaar met een gemiddelde leeftijd van 11,2 jaar. Het intelligentie niveau van de kinderen varieert van moeilijkkerend niveau tot en met een gemiddelde intelligentie.

In de populatie kinderen zijn er drie kinderen die de diagnose PDD- NOS hebben, één kind heeft een cluster vier indicatie, één kind heeft een cluster 4 indicatie en die diagnose PDD- NOS en één kind heeft de diagnose PDD- NOS en ADHD.

Het afnemen van de breukentoets zal individueel gebeuren waardoor de testafnemer goed op moeten letten wat de problematiek van het kind is om een zo goed mogelijke uitslag te krijgen.

Na de selectie van de kinderen is er overleg geweest met de leerkrachten van de kinderen. Aan de hand hiervan is besloten om één kind niet deel te laten nemen aan het onderzoek vanwege persoonlijke redenen.

4.2 Instrumenten

Er wordt gebruikt gemaakt van de breukentoets die door Van Vugt en Wösten (2010) op een taakanalytische manier is ontwikkeld. De toets bestaat uit tien opgaven met elk tien items. De opgaven zijn van moeilijk naar makkelijk ingedeeld, waardoor snel duidelijk is wat een leerlingen wel en niet kan.

Bij de toets wordt er gebruik gemaakt van een afbreekregeling. Dit omdat de kans groot is dat de leerling niet uit een opgave komt, hij blokkeert en niet meer verder wil/ kan met de toets. Heeft een kind naar (voorlopig aangenomen) vijf

¹ DLE staat voor Didactische Leeftijd Equivalent. Dit is de score op didactische toetsen die het kind daadwerkelijk haalt. DL (Didactische Leeftijd) is de score die het kind zou moeten halen. Beide worden gemeten in maanden onderwijs vanaf begin groep 3, voor een heel schooljaar wordt 10 maanden gerekend. Een DLE van 33 betekent dus het niveau van november groep 6. Een DL van 70 is het maximum.

minuten nog niet de eerste of eerste twee sommen gemaakt dan wordt de opgave afgebroken en wordt er door gegaan naar de volgende opgave.

Bij de breukentoets wordt er gebruik gemaakt van de door Van Vugt en Wösten (2010) ontwikkelde observatielijst in het diagnostisch gesprek. Dit schema biedt vragen waardoor men er bewust van wordt hoe het kind de achtereenvolgende stappen uitvoert om het probleem op te lossen, hoe je kunt door vragen, hoe je kunt achterhalen welke strategie het kind gebruikt en of het kind al een verkorte strategie gebruikt. Door het gebruik van het observatieschema heb je aan het eind van het diagnostisch gesprek voldoende inzicht in het rekenproces van het kind en in de wijze waarop het kind de opgaven oplost. Daardoor kun je opnieuw op een taakanalytische manier een stappenplan maken op weg naar volledige beheersing van wat het kind eerst nog niet kon.

Tijdens het afnemen van de breukentoets zal er gebruik gemaakt worden van een stopwatch, pen en papier om de benodigde tijd van de leerling te noteren.

4.3 Procedures

In week 9 wordt het antwoordmodel van voor de breukentoets gemaakt (zie bijlage 4).

In week 10 tot en met week 14 zal de breukentoets afgenomen worden. De toetsen zullen individueel afgenomen worden.

4.4 Variabelen

De tijden die bij het maken van de breukentoetsen worden weergegeven in seconden. De benodigde tijd die het kind nodig heeft zal genoteerd worden per item.

De gegevens zullen verwerkt worden in Excel, waarna er een maximum tijd bepaald wordt door gebruik te maken van de benodigde tijd per item. Door middel van de gemiddelde tijd zal de afbreektijd bepaald worden.

De moeilijkheidsindeling van de breukentoets zal op een kwalitatieve manier worden weergegeven. Aan de hand van de observatie tijdens het afnemen van de toetsen zal beoordeeld worden of de toetsen goed samengesteld zijn.

Door de werking van het observatieschema kwalitatief te verwerken wordt er geprobeerd aan te geven of het schema goede aanknopingspunten voor behandeling van de leerling.

5. Data- analyse en resultaten

In dit hoofdstuk zullen de resultaten besproken worden van het onderzoek. Er zal geanalyseerd worden of de breukentoets van Van Vugt en Wösten (2010) correct taakanalytisch opgebouwd is, of de bedoeling van de opgaven duidelijk was, hoeveel tijd een kind maximaal bezig mag zijn met de opgaven, na hoeveel minuten eraf gebroken moet worden en of de breukentoets een goed overzicht geeft van de onderdelen die het kind wel en niet beheerst. Vervolgens zal het observatieschema van de breukentoets geanalyseerd worden. Voorafgaand aan de resultaten zal ik een aantal aanmerkingen over het afnemen van de breukentoetsen maken en het maken van het antwoordmodel.

5.1 Afnemen van de toetsen

Het afnemen verliep redelijk. Het bleek al snel dat de breukentoets van Van Vugt en Wösten (2010) veel te moeilijk begon voor leerlingen die in het Speciaal Basisonderwijs zitten. De leerlingen telde de opgaven op de eerste bladzijde gewoon op, waardoor zij het gevoel hadden dat de toets helemaal niet zo moeilijk is. Naar mate zij daardoor verder in de toets kwamen hadden zij het gevoel dat het als maar moeilijker werd, doordat ze zich geen raad wisten met de opgaven waar alleen maar breuken in gegeven werden.

Daarnaast is er een leerling niet mee genomen in de analyse van de toetsen. Deze leerling wou per se de eerste bladzijde van de toets maken. Hij wou de moeilijkste opgaven leren maken, blokkeerde en kon de overige opgaven niet meer maken.

5.2 Antwoordmodel

Bij het maken van het antwoordmodel van de breukentoets van Van Vugt en Wösten (2010) kwam ik er al snel achter dat ik zelf goed na moest denken hoe ik de opgaven moest maken. Daarom ben ik bij het laatste bladzijde, de makkelijkste opgaven, van de toets begonnen met het vermelden van de bladzijde en van daaruit toegewerkt na de moeilijkste opgaven. Stapje voor

stapje kwam ik weer in de technieken van het werken met breuken. Daardoor werd voor mij extra duidelijk dat de leerling over zeer veel vaardigheden moeten beschikken om een breuken opgave op te lossen.

5.3 Taalanalytische opbouw

Tijdens het afnemen van de toetsen ervoeren zes van de negen kinderen niet dat de toets van moeilijk na makkelijk was opgebouwd, omdat zij bij de eerste opgaven, bijvoorbeeld $2\frac{4}{5} + 1\frac{4}{15}$ alles bij elkaar optelden en zo op het antwoord 31 uitkwamen. Uit de strategie die zij hanteren blijkt dat zij geen inzicht hebben in hoe een breuk opgebouwd is en waar de cijfers voorstaan in een breuk.

Door de toets te analyseren aan de hand van de leerlijn van de breuken en het gemaakte werk van de kinderen blijkt dat de toets redelijk goed opgebouwd is. Het begint met de moeilijkste onderdelen, al ervaren de kinderen dit niet zo, en eindigt met de basisvaardigheden die de kinderen moeten beheersen voordat ze met breuken kunnen rekenen.

Wel blijkt dat de kinderen de opgaven waar gezegd moet worden welk deel gekleurd is (bladzijde 5 en 10) en zelf een breuk moeten kleuren (bladzijde 6 en 11) makkelijker te ervaren. Dit komt omdat de kinderen voor hun gevoel vlug en correct de opgaven kunnen beantwoorden.

Bij het benoemen van de breuken (bladzijde 5 en 10) blijken veel kinderen de notatie van de breuken niet door te hebben of tellen ze alleen de gekleurde hokjes en daarna alleen de witte hokjes en schrijven deze getallen op. Over het algemeen maken ze de eenvoudige benoem opgaven (bladzijde 10) beter.

Daarbij vinden de leerlingen het wel moeilijk als ze bijvoorbeeld $1\frac{1}{5}$ moeten kleuren en vijftien hokjes hebben (bladzijde 6) dat ze dan drie hokjes moeten kleuren. Om de kinderen niet in paniek te laten raken, mogen ze een streepje zetten tot welke hokje er volgens hem bij de opgave horen en ze kleuren dan één hokje van de vijf hokjes.

De eenvoudige kleur opgaven van de breuken, bladzijde 11, doet iedereen goed.

5.4 De bedoeling van de opgaven

Bij het bestuderen van de breukentoets voorafgaand aan het afnemen kwam ik er al achter dat op bladzijde 4, opgaven reeks 4 van de toets mij niet helemaal duidelijk was wat de bedoeling van de opgave was. De opgave is als volgt:

$$\frac{4}{10} =, \frac{2}{8} =, \frac{4^4}{16} =, \frac{3^2}{12} = \text{ en } \frac{8^6}{30} =.$$

Deze opgaven was naar mijn mening voor meerdere dingen interpreteerbaar: vereenvoudigen, vermenigvuldigen, tekenen et cetera. Na navraag gedaan te hebben bij Van Vugt bleek dat de kinderen de breuken vereenvoudigd/ verkleind/ vergroot moeten worden.

Tijdens het afnemen van de breukentoets bleken alle leerlingen niet te weten wat de bedoeling was van het tweede rijtje opgaven op bladzijde 4, opgaven reeks 4 $\frac{1^2}{3} = \dots/6$, $\frac{1}{3} = \dots/9$ etc. Dit werd mede veroorzaakt doordat hij geen inzicht in breuken hebben. Na met de kinderen de eerst opgave samen te gemaakt te hebben, bleken zij niet in staat de opgaven zelfstandig te kunnen maken.

Op bladzijde 8, opgaven reeks 7 $1 = \dots/7$, $4 = \dots/2$ et cetera. wist geen een van de leerlingen wat ze moesten doen. Door met de leerling een cirkel te tekenen, deze in zeven stukje te tekenen en dan te vragen hoeveel stukje heb je nodig om een hele te krijgen, werd het voor de leerlingen al duidelijker. Maar bij te maken van de rest van de opgaven gaven ze niet de goede antwoorden. Tevens bleken de leerlingen niet door te hebben dat het omgekeerd gevraagd werd bij het tweede rijtje van de opgaven.

Op bladzijde 9, opgaven reeks 8, bleken veel leerlingen, bij de eerste vijf sommen niet door te hebben dat ze zevenachtste in cijfers moesten opschrijven. Later hadden de leerlingen niet door dat van hun het omgekeerde werd gevraagd.

Op de laatste bladzijde (13), opgaven reeks 11, eerste rijtje bleken veel leerlingen niet te weten wat ze bij met de sommen $16:4$, $1:9$ et cetera. moesten doen. Dit kwam doordat de kinderen de tafels niet of nauwelijks beheersen. Daarnaast wisten de leerlingen ook niet wat ze bij $\frac{1}{4}$ van 8 et cetera. moesten doen.

Doordat deze kinderen in het Speciaal Basisonderwijs de vaardigheden die belangrijk zijn om met breuken te werken niet beheersen, geen kennis hebben over hoe een breuk is opgebouwd en de tafels niet goed beheersen missen zij

het doel van de opgaven. Nader onderzoek bij leerlingen uit het regulier basisonderwijs zal uit moeten wijzen of de opgaven verduidelijkt zouden moeten worden of niet.

5.5 Maximale tijd

In dit onderzoek is de derde onderzoeksvraag als volgt 'Hoeveel tijd mag een kind maximaal bezig zijn met de opgaven?'

Op het Speciaal Basisonderwijs heb je te maken met een diversere leerling populatie dan op het regulier basisonderwijs. Het niveau en de problematiek van de leerlingen onderling op het Speciaal Basisonderwijs is ook zeer verschillend.

Tijdens het onderzoek zijn waren de verschillen tussen de leerlingen goed te zien. Ook bleek dat de leerlingen de vaardigheden die van belang zijn voor het rekenen met breuken niet beheersen.

Omdat het voor het bepalen van de maximale tijd dat een kind aan een opgave bezig mag zijn is het van belang dat je weet hoe lang het kind er overdoet om de opgavenreeks goed te beantwoorden. Tijdens het afnemen van de breukentoets bleek het al een moeilijke opgaven voor de kinderen om de makkelijkste opgaven goed te beantwoorden.

5.6 Afbreekregeling

Bij de afname van de breukentoets is er gebruik gemaakt van een afbreekregeling. Dit omdat de kans groot is dat de leerling niet uit een opgave komt, hij blokkeert en niet meer verder wil/ kan met de toets.

De afbreekregel 'Heeft een kind naar (voorlopig aangenomen) vijf minuten nog niet de eerste of eerste twee sommen gemaakt dan wordt de opgave afgebroken en wordt er door gegaan naar de volgende opgave'.

Tijdens het afnemen bleek al snel dat de vooraf aangenomen vijf minuten afbreekregeling voor kinderen in het Speciaal Basisonderwijs veel te lang is. Als de kinderen de opgaven te moeilijk vinden, is al snel aan hun lichaamstaal en non- verbale reacties te zien dat de opgaven hun frustreert. In de praktijk is gebleken dat het verstandig is om een afbreekregeling van tweeënhalf minuut te

hanteren. In deze tijd hebben de meeste leerlingen in ieder geval twee opgaven van de bladzijde gemaakt. Daarnaast is het verstandig als de leerling binnen de tweeënhalve minuut alle vijf de opgaven heeft gemaakt en deze zijn fout niet overige vijf opgaven van de bladzijde te laten maken, als er sprake is van eerst een rijtje optelsommen en dan een rijtje aftreksommen. Dit voorkomt dat zij gaan werken op hun frustratie niveau en blokkeren. Aftreksommen vragen om complexere vaardigheid.

5.7 Overzicht van beheerste onderdelen

Door de (redelijke) taakanalytisch opbouw van de breukentoets van Van Vugt en Wösten (2010) krijgt de leerkracht/ onderzoeker een goed overzicht van de onderdelen die de leerling wel en niet beheerst. Wel vinden de leerlingen het over het algemeen makkelijker om aan te geven welk deel gekleurd is en zelf een deel te kleuren. Daarnaast is het zeker van belang om het observatieschema te gebruiken en met de leerling in gesprek te gaan om een zo volledig mogelijk beeld te krijgen van het handelen van de leerling.

5.8 Observatieschema

Tijdens het afnemen van de breukentoetsen heb ik gekeken of het observatieschema goede aanknopingspunten biedt voor het handelen van het kind. Het observatieschema geeft goed de handelingen weer die de leerling zou moeten doen om de som uit te rekenen. Daarbij wordt er ook rekening gehouden met de oplopende vaardigheden die hiervoor van belang zijn. Door het beantwoorden van de vragen die er staan weet je goed welke handelingen de leerling wel of niet kan en waar aan er gewerkt moet worden. Wel was het lastig om de kinderen die alles optelden, bij de moeilijkste opgaven, te kunnen indelen in een categorie. Daarom zou ik het aanraden om bij het observatieschema, bij elke opgavenreeks een ruimte te creëren waarin de leerkracht/ onderzoeker kort de handelingen die de leerling verricht kan weergeven. Waardoor hij/ zij op een later tijdstip nog precies weet hoe de leerling de opgaven heeft opgelost en dit mogelijk kan vergelijken met de volgende afname.

Wel is het belangrijk om het kind tijdens het maken van de toets te vragen op welke manier hij/ zij de opgaven heeft opgelost, want het kan voorkomen dat de leerling bijvoorbeeld bij onderdeel 10, zet in de goede volgorde, een aantal sommen wel goed maakt, maar hierbij kijkt na het kleinste getal onder de streep (noemer) en daardoor zegt dat hij het van klein naar groot zet.

6. Conclusie

In het voorgaande hoofdstuk zijn de resultaten van het onderzoek besproken. In dit hoofdstuk zullen de resultaten nogmaals kort besproken worden met daaraan een conclusie gekoppeld. Als eerste zal er een conclusie getrokken worden omtrent de taakanalytische bouw van de breukentoets van Vugt en Wösten (2010), de duidelijkheid van de opgaven, de hoeveel tijd een kind maximaal bezig mag zijn met de opgaven en na hoeveel minuten eraf gebroken moet worden. Vervolgens zal geconcludeerd worden of de breukentoets een goed overzicht geeft van de onderdelen die het kind wel en niet beheerst en of het observatieschema van de breukentoets goede aanknopingspunten biedt. En als laatste zal er een algemene conclusie geformuleerd worden ten aanzien van de probleemstelling *'Is de door Van Vugt en Wösten (2010) opgestelde breukentoets een goed meetinstrument om het niveau van de kinderen te meten?'*.

6.1 Taakanalytische opbouw

Over het algemeen kan gesteld worden dat de breukentoets van Van Vugt en Wösten (2010) goed volgens de TAL- leerlijn van de breuken is opgebouwd. Het begint met de moeilijkste onderdelen, al ervaren de kinderen dit niet altijd zo, en eindigt met de basisvaardigheden die de kinderen moeten beheersen voordat ze met breuken kunnen rekenen.

Doordat zes van de negen kinderen de breuken gewoon optelden ervaaarden ze niet dat ze te maken hadden met de moeilijkste opgaven. Dit werd veroorzaakt doordat zij geen inzicht hebben in hoe een breuk opgebouwd is en waar de cijfers voorstaan in een breuk. Tevens bleken de kinderen de opgaven waar gezegd moet worden welk deel gekleurd is (bladzijde 5 en 10) en zelf een breuk moeten kleuren (bladzijde 6 en 11) makkelijker te ervaren. Dit komt omdat de kinderen voor hun gevoel vlug en correct de opgaven kunnen beantwoorden.

6.2 De bedoeling van de opgaven

Bij veel opgaven bleken de kinderen direct te weten wat ze moesten doen. Er waren wel enkele opgaven waar dit niet het geval was. De kinderen uit het onderzoek beheersten de vaardigheden die van belang zijn om te werken met breuken niet, ze hebben geen kennis over hoe een breuk is opgebouwd en de tafels niet goed beheersen missen zij het doel van de opgaven. Nader onderzoek bij leerlingen uit het regulier basisonderwijs zal uit moeten wijzen of de opgaven verduidelijkt zouden moeten worden of niet.

6.3 Maximale tijd

Tijdens het afnemen van de breukentoets van Van Vugt en Wösten (2010) bleek al snel dat de leerlingen de vaardigheden die van belang zijn voor het rekenen met breuken niet beheersen. Hierdoor deden de leerlingen er lang over om de opgave correct te maken. Wat er toe leidt dat er geen maximale tijd vastgesteld kon worden hoe lang een leerling met een opgave bezig mag zijn.

6.4 Afbreekregeling

De afbreekregel voorafgaand aan het onderzoek was 'Heeft een kind naar (voorlopig aangenomen) vijf minuten nog niet de eerste of eerste twee sommen gemaakt dan wordt de opgave afgebroken en wordt er door gegaan naar de volgende opgave'.

Tijdens het afnemen bleek al snel dat de vooraf aangenomen vijf minuten afbreekregeling voor kinderen in het Speciaal Basisonderwijs veel te lang is. In een vervolgonderzoek een afbreek regeling van tweeënhalve minuut te hanteren. Daarnaast is aan te bevelen dat als een kind binnen de tweeënhalve minuut alle vijf de optelopgaven fout heeft gemaakt, hij/zij niet de aftreksommen te laten maken om zo frustratie en blokkering te voorkomen.

6.5 Overzicht van beheerste onderdelen

Geconcludeerd kan worden dat de breukentoets van Van Vugt en Wösten (2010) een goed overzicht van de onderdelen die de leerling wel en niet beheerst, door zijn taakanalytisch opbouw. Wel is aan te bevelen om het observatieschema en in gesprek te gaan met de leerling om dit met zekerheid vast te stellen.

6.6 Observatieschema

In het algemeen kan geconcludeerd worden dat het observatieschema goed de handelingen weergeeft die de leerling zou moeten doen om de som uit te rekenen. Daarbij wordt er ook rekening gehouden met de oplopende vaardigheden die hiervoor van belang zijn.

Wel is het aan te bevelen om een ruimte te creëren waarin de leerkracht kort neer kan zetten hoe de leerling de handeling heeft uitgevoerd, zodat hij/zij bijvoorbeeld deze kan vergelijken bij een later onderzoek. Daarnaast is het aan te bevelen ook met de leerling in gesprek te gaan om de gedachte gang achter de handeling van de leerling duidelijk te krijgen.

6.7 Algemene conclusie

De probleemstelling bij dit onderzoek is: *'Is de door Van Vugt en Wösten (2010) opgestelde breukentoets een goed meetinstrument om het niveau van de kinderen te meten?'*.

Uit het onderzoek kan geconcludeerd worden dat de door Van Vugt en Wösten (2010) opgestelde breukentoets een goed meetinstrument is om het niveau van de leerlingen te meten. Dit komt doordat de breukentoets goed taakanalytisch opgebouwd is en een goed observatieschema biedt, krijg je een goed overzicht van welke onderdelen een leerling wel en niet beheerst. Daarnaast is de bedoeling van de verschillende opgaven over het algemeen wel duidelijk, wel zal er gekeken moeten worden of leerlingen in het regulier onderwijs de bedoeling

van dezelfde opgaven als de kinderen uit dit onderzoek, is dit het geval dan zullen de opgaven verduidelijkt moeten worden met woorden.

Bij het afnemen van de breukentoets is het te adviseren om een afbreekregeling van tweeënhalve minuut te hanteren en af te breken als de leerling binnen tweeënhalve minuut de eerste vijf opgaven fout heeft beantwoord.

In een vervolgonderzoek zal er een maximale tijd vastgesteld moeten worden hoe lang een kind aan een opgave mag werken.

Wel is het belangrijk om op te merken dat als de breukentoets Van Vugt en Wösten (2010) een bruikbaar resultaat wil opleveren in het speciaal basisonderwijs de leerkracht de persoon is die een inschatting moet maken wanneer de toets kan worden afgenomen, want het is van belang dat de leerling de gevraagde stof in de toets al heeft gehad.

7. Evaluatie onderzoek

In dit hoofdstuk zal ik evalueren hoe het van onderzoek proces verlopen is, hoe het schrijven van de meesterstuk verliep, hoe ik de begeleiding vanuit Hogeschool Fontys OSO heb ervaren en wat ik ervan geleerd het doen van onderzoek geleerd heb.

7.1 Het onderzoeksproces

Het afnemen van de breukentoets verliep soepel. Qua organisatie en tijdsplanning was het soms wel lastig om de geschikte tijdstip te vinden. Ik had graag bij meer kinderen de breukentoet af willen nemen om een nauwkeurige beeld te krijgen van hoever de kinderen zijn in hun ontwikkeling ten aanzien van de vaardigheden met betrekking tot de breuken.

Wel vind ik het jammer dat ik niet op alle onderzoeksvragen een antwoord heb kunnen geven. Dit komt mede doordat ervan kinderen in het Speciaal

Basisonderwijs niet verwacht kan worden dat zij alle vaardigheden voor het rekenen met breuken beheersen, omdat hun ontwikkeling trager verloopt.

Om een maximale tijd vast te kunnen stellen is het van belang dat de toets afgenomen wordt bij een grote hoeveelheid kinderen die alle vaardigheden van de breuken beheersen. Dit is van belang om de tijd te weten die zij er over doen om een opgaven correct te maken, aan de hand hiervan kan een maximale tijd bepaald worden.

7.2 Het schrijven van de meesterstuk

Het schrijven van mijn meesterstuk viel mij in vergelijking tot in mijn masterjaar Orthopedagogiek zeer mee. Omdat ik al uit ervaring wist wat van belang is bij het schrijven van een meesterstuk. Daarnaast vind ik wel verwarrend dat de indeling per opleidingsinstituut een verschillend indeling voor de meesterstuk wordt gehanteerd. Daarnaast is het naar mijn mening wel belangrijk dat er gewerkt wordt volgens de APA- regels.

7.3 De begeleiding

De begeleiding vanuit Fontys OSO vond ik redelijk. Doordat ik tijdens mijn afstuderen aan de Rijks Universiteit Groningen ook al een meesterstuk geschreven had wist ik al wat er van mij verwacht werd. Dit maakt het makkelijk voor mij om zelfstandig te werken aan mijn meesterstuk.

Wel kan ik begrijpen dat het voor de studenten die niet eerder een meesterstuk geschreven hebben het van belang is om duidelijke uitleg te krijgen over hoe je het het beste aan kan pakken.

De feedback op mijn meesterstuk vond ik goed, ondanks dat ik vanuit de universiteit gewend ben dat er over veel dingen gediscussieerd moet worden.

7.4 Wat heb ik geleerd

Voorafgaand aan het onderzoek is het belangrijk om goed naar de gegevens van het kind, de problematiek van het kind en een gesprek met leerkracht aan te gaan om de juiste informatie te verzamelen over hoe je de toets het beste kan afnemen en opstarten.

Bij aanvang van het afnemen van de toets is het belangrijk eerst in gesprek te gaan met de leerling om een goede band/ sfeer te scheppen tussen jou en de onderzoeker. Het is belangrijk om goed op te letten hoe je het kind aanspreekt en hier rekenschap mee te houden. Bepaalde dingen kunnen anders over komen bij het kind.

Tijdens de toets is het van belang dat je het kind blijft motiveren en ook aangeeft dat hij/ zij goed op bezig is, ondanks dat hij/ zij het eerste antwoord al fout heeft. Merk je dat het kind helemaal blokkeert is het zaak om ervoor te zorgen dat het kind zich op zijn gemak bij jou blijft voelen en als het nodig is het onderzoek af te breken.

Daarnaast is het van belang neutrale vragen te stellen over zijn/ haar oplossingsstrategie, zodat het kind niet in de gaten heeft dat je zijn/ haar handelen wil controleren.

Tevens ben ik er achter gekomen dat niet alles wat bijvoorhand geschikt lijkt voor kinderen in het Speciaal Basisonderwijs ook geschikt kan zijn voor de kinderen in het Speciaal Basisonderwijs. Bij het afnemen van de toets kwam ik er al snel achter dat de kinderen de eerste opgaven makkelijk, in plaats van moeilijk vonden. Dit kwam omdat zij deze opgaven optellend oplosten en geen inzicht hadden in hoe breuken zijn opgebouwd.

Wil je de breukentoets afnemen bij kinderen in het Speciaal Basisonderwijs dan is het wel aan te bevelen dat zijn minimaal op het niveau van groep 7 werken, om er redelijk zeker van te zijn dat zij inzicht hebben in wat breuken zijn en zo goed te kunnen overzien wat ze al wel en niet beheersen.

Samenvatting

In dit onderzoek is de werkbaarheid/ geschiktheid van de breukentoets van Van Vugt en Wösten onderzocht. Door mijn praktijk en theorie onderzoek van vorig jaar ben ik er achter gekomen dat deze koppeling erg mijn interesse heeft en zou ik mij er graag verder in willen verdiepen. Naar aanleiding hiervan heeft mijn docent aan mij gevraagd of het mij interessant en leuk leek om onderzoek te doen naar een door Van Vugt en Wösten ontwikkelde Breukentoets. Het gaat er hierbij om dat er gekeken wordt of de breukentoets geschikt is voor de praktijk van alle dag. Dit leek mij zeer interessante en een uitdagende opdracht. Door middel van dit onderzoek heb ik een bijdrage proberen te leveren aan het onderzoek naar de werkbaarheid/ geschiktheid van de breukentoets van Van Vugt en Wösten.

De door Van Vugt en Wösten (2010) ontwikkelde breukentoets is langs taakanalytisch weg opgebouwd en start met de moeilijkste opgave (het kerndoel). Als een kind niet in staat deze opgave binnen een redelijke tijd foutloos op te lossen middels een gegeven strategie, dan ga je vervolgens verder met de volgende opgave, deze vormt een bouwsteen voor de opgave die het kind niet op wist te lossen. Lukt het het kind niet om deze opgave binnen een beperkte tijd en niet geheel foutloos, dan ga je weer een stap terug, tot je het moment bereikt waarop het kind de opgave wel snel, foutloos en met een gewenste strategie maakt. Dit houdt dus in dat het kind in staat is om de oplossing snel te geven, zonder dat het kind zich bewust is van de strategie. Door door te vragen probeer je erachter te komen welke oplossingsstrategie een kind gebruikte. Doel is dat alle handelingen geautomatiseerd tot stand komen. Daarnaast bestaat er een observatieschema die gebruikt kan worden om de handelingen van het kind te analyseren.

Door het doen van onderzoek naar de breukentoets hoop ik meer duidelijkheid te kunnen verschaffen omtrent de breukentoetsen die Van Vugt en Wösten (2010) hebben ontwikkeld. Als de toets die door Van Vugt en Wösten (2010) ontwikkeld zijn goed zijn, zal het een goed overzicht bieden van de mogelijkheden van wat

het kind op het rekengebied van breuken kan. Aan de hand van de scores van het kind zal de leerkracht kunnen kijken welke onderdelen de leerling wel of niet beheerst van de breuken ontwikkeling en aan de hand hiervan kan er een mogelijke behandeling opgesteld worden. Tevens hoop ik de praktijk en mijzelf een toets te kunnen bieden die een goed overzicht geeft van de mogelijkheden van het kind en aanknopingspunt bied voor behandeling.

Voorafgaand aan het onderzoek is een antwoordmodel gemaakt, omdat deze nog niet beschikbaar is.

De breukentoets bestaat uit elf verschillende onderdelen, dertien bladzijden, die van moeilijk naar makkelijk is opgesteld. Het onderzoek is bij negen kinderen individueel afgenomen. Daarbij is gebruik gemaakt van de observatieschema bij de breukentoets en een diagnostische gesprek met de leerlingen om de handelingen/ oplossingsstrategieën van de leerling in te delen.

De probleemstelling bij dit onderzoek is:

'Is de door Van Vugt en Wösten (2010) opgestelde breukentoets een goed meetinstrument om het niveau van de kinderen te meten?'

Uit het onderzoek kan geconcludeerd worden dat de door Van Vugt en Wösten opgestelde breukentoets een goed meetinstrument is om het niveau van de leerlingen te meten. Dit komt doordat de breukentoets goed taakanalytisch opgebouwd is en een goed observatieschema bied, krijg je een goed overzicht van welke onderdelen een leerling wel en niet beheerst. Daarnaast is de bedoeling van de verschillende opgaven over het algemeen wel duidelijk, wel zal er gekeken moeten worden of leerlingen in het regulier onderwijs de bedoeling van dezelfde opgaven als de kinderen uit dit onderzoek, is dit het geval dan zullen de opgaven verduidelijkt moeten worden met woorden.

Bij het afnemen van de breukentoets is het te adviseren om een afbreekregeling van tweeënhalve minuut te hanteren en af te breken als de leerling binnen tweeënhalve minuut de eerste vijf opgaven fout heeft beantwoord.

In een vervolgonderzoek zal er een maximale tijd vastgesteld moeten worden hoe lang een kind aan een opgave mag werken.

Wel is het belangrijk om op te merken dat als de breukentoets Van Vugt en Wösten een bruikbaar resultaat wil opleveren in het speciaal basisonderwijs de leerkracht de persoon is die een inschatting moet maken wanneer de toets kan

worden afgenomen, want het is van belang dat de leerling de gevraagde stof in de toets al heeft gehad.

Referenties

Busking, H.B. (2009). *Het grote rekenboek, alles over rekenen in een boek*. Groningen, Scala leuker leren bv., 72- 84

Busking, H.B. (2009). *(Microcursus) Rekenen met breuken*. Wetenschapsforum, 7 mei 2010, 14.00 uur.

<http://www.wetenschapsforum.nl/index.php?showtopic=42824>

IJselgroep (2005) *Klein rekenonderzoek*. Doetichem, SONedutrainning, 170- 188.

TAL-team (2006). *Breuken, procenten, kommagetallen en verhoudingen*. Groningen: Wolters

Vugt, J.M.C.G. van & Wösten, A. (concept versie 2010). *Rekenen een hele opgave, deel 2*. Baarn, HB uitgevers, Hoofdstuk 5. Breuken, kommagetallen en procenten.

Bijlagen

Bijlage 1 Breukentoets

Bijlage 2 Leerlijn Breuken

1. Introductie breuken: teksten en situaties waarbij de kinderen kunnen 'opdelen' in deze volgorde: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$.
2. Meten met stroken: introductie noemer als naam die aangeeft hoeveel gelijke delen er in een hele zitten
3. Meten met de breukenstok: vergelijken van breuken
4. Omgaan met breuken in allerlei contexten en situaties (opdelen, verdelen en meten): betekenis geven aan breuken en ontwikkelen besef van grootte van breuk
5. Vergelijken van breuken in situaties
6. Ontstaan van samengestelde breuken
7. De breuk als operator (mooie getallen)
8. Breuken plaats geven op de getallenlijn
9. Gelijkwaardigheid van breuken
10. Vier aspecten van het begrip breuk:
 - breuk als resultaat van een meting;
 - breuk als resultaat van eerlijk delen;
 - breuk als operator;
 - breuk als een getal op de getallenlijn
11. Vergelijken van gelijknamige en ongelijknamige breuken
12. Plaats op de getallenlijn
13. Optellen en aftrekken van zowel gelijknamige als ongelijknamige breuken
14. Vermenigvuldigen van breuken met breuken
15. Relatie tussen breuken en verhoudingen
16. Delen door breuken met behulp van een verhoudingstabel

17. Relatie tussen procenten, breuken en verhoudingen en kommagetallen

18. Gebruik van de verhoudingstabel

- bij het vereenvoudigen en gelijknamig maken van breuken
- bij het oplossen van verhoudingsproblemen
- als strategie bij het hoofdrekenend delen, zowel van breuken als van kommagetallen;
- als hulpmiddel bij het cijferend delen
- bij het rekenen bij procenten en kommagetallen;
- bij het naar verhouding vergelijken.

- Rekenrijk -

Bijlage 3 Observatieschema

Observaties bij het rekenen met breuken

Geautomatiseerde handeling	Zegt het kind vrijwel direct de uitkomst bij het horen van een opgave?
$2\frac{4}{5} + 1\frac{4}{15} =$ $2\frac{7}{8} + 3\frac{2}{5} =$ et cetera $9\frac{1}{2} - 7\frac{3}{10} =$ $3\frac{1}{12} - 1\frac{5}{6} =$ et cetera	Maakt het kind gebruik van de verhoudingstabel? Telt het kind de tellers en/of noemers bij elkaar op, of vermenigvuldigen het de tellers en/of noemers met elkaar? Ziet het kind dat het niet de beide noemers met elkaar moet vermenigvuldigen, maar dat je (in enkele gevallen) slechts één noemer moet vermenigvuldigen? Is een kind in staat om de 'hele' uit een antwoord te halen of een 'hele' om te zetten in een breuk?
$\frac{1}{5} + 2\frac{3}{10} =$ $\frac{1}{4} + 3\frac{5}{12} =$ et cetera $2\frac{1}{5} - \frac{1}{6} =$ $9\frac{1}{2} - \frac{1}{8} =$ et cetera	Telt het kind de tellers en/of noemers bij elkaar op, of vermenigvuldigen het de tellers en/of noemers met elkaar? Ziet het kind dat het niet de beide noemers met elkaar moet vermenigvuldigen, maar dat je (in enkele gevallen) slechts één noemer moet vermenigvuldigen? Is een kind in staat om de 'hele' uit een antwoord te halen of een 'hele' om te zetten in een breuk?
$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} =$ $\frac{3}{5} + \frac{3}{10} =$ et cetera $\frac{9}{10} - \frac{2}{3} =$ $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} =$ et cetera	Telt het kind de tellers en/of noemers bij elkaar op, of vermenigvuldigen het de tellers en/of noemers met elkaar? Ziet het kind dat het niet de beide noemers met elkaar moet vermenigvuldigen, maar dat je (in enkele gevallen) slechts één noemer moet vermenigvuldigen?

$\frac{4}{10} =$ $\frac{2}{8} =$ et cetera $\frac{1}{4} = \dots / 16$ $\frac{6^2}{3} = \dots / 15$ et cetera	Weet het kind wat het bij deze opgaven moet doen? Heeft het kind enig idee wat een breuk is? Telt het kind een willekeurig getal bij/af zowel de teller als de noemer? $\frac{1}{4} = \frac{13}{16}$ (teller en noemer + 12); $\frac{4}{10} = \frac{2}{8}$ Vergeet een kind de teller? $\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$; $\frac{2}{8} = \frac{2}{4}$ Vermenigvuldigt of deelt een kind alles met een bepaald getal? $2\frac{1}{4} = \frac{8^4}{16}$; $2\frac{1}{4} = 1\frac{2}{3}$ Deelt een kind de teller en vermenigvuldigt het de noemer met een getal? $\frac{4}{10} = \frac{8}{5}$
Kleur $\frac{3}{5}$ Kleur $\frac{1}{3}$ et cetera $= \frac{2}{5}$ $= \frac{2}{3}$ et cetera	Kan een kind breuken lezen? Is het in staat om de gegeven breuk om te zetten in een andere breuk? $\frac{6}{10} = \frac{2}{5}$ Beheerst een kind de tafels van vermenigvuldigen en de deeltafels? Kan het kind vergroten/vereenvoudigen met behulp van geabstraheerde figuren?
$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} =$ $2 + \frac{1}{8} =$ et cetera $\frac{2^6}{7} - \frac{2}{7} =$ $3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} =$ et cetera	Let het kind wel op de teller? Raakt het kind in de war als de eenheid erbij komt? Weet het kind wat het bij deze opgave moet doen? Raakt het kind in de war als de teller niet meer 1 is?

$4 = \dots/2$ $11/4 = \dots/4$ et cetera $49/7 =$ $13/8 =$ et cetera	Kan het kind getallen in breukvormen zetten? Kan het kind de helen uit de breuk halen? Ziet het kind dat een deelsom en breuk identiek zijn aan elkaar? Kan het kind een rest omzetten in een breuk?
zevenachtste = $\dots/\dots$ tweevijfde = $\dots/\dots$ et cetera $3/7 =$ $6^5/6 =$ et cetera	Hanteert het kind een goede strategie bij het oplossen van opgaven als $6^5/6 = ?$ Mogelijke fouten $6^5/6 = 30/6$ ($6 * 5/6 =$) $6^5/6 = 30/36$ ($6 * 5$ en $6 * 6$) $6^5/6 = 36/36$ ($5/6$ vergeten) $6^5/6 = 5/36$ ($6 * 6$) $6^5/6 = 5/12$ ($6 + 6$) $6^5/6 = 11/6$ ($5 + 6$)

$= \frac{1}{2}$ $= \frac{5}{6}$ et cetera $\frac{2}{3} =$ of $\frac{3}{8} =$ of et cetera	Kan een kind breuken lezen? Beheerst een kind de tafels van vermenigvuldigen en de deeltafels? Heeft het kind enig idee wat een breuk is? Je kunt het kind ook nog de volgende opgave voorleggen: Marieke had een feest. Ze zetten een paar zelfgebakken taarten neer en de gasten konden zelf pakken wat ze wilden. Toen het feestje afgelopen was, was er nog zoveel van de taarten over: Welke taart had net iets meer dan $\frac{1}{2}$ over? Hoe groot is het overgebleven deel van de appeltaart ongeveer? Hoeveel van de appeltaart is opgegeten? Is het overgebleven deel van de kersentaart groter of kleiner dan $\frac{3}{4}$ taart?
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{8}$ et cetera $1\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{4}$ $\frac{7}{8}$ $1\frac{1}{8}$ $2\frac{1}{10}$ et cetera	Heeft een kind enig inzicht in de volgorde van breuken? Kan een kind breuken lezen? Je kunt een kind ook nog de volgende opgave voorleggen: Gebruik de cijfers 2,5 en 9. Je mag de cijfers vaker gebruiken in een breuk. Schrijf drie breuken op die kleiner zijn dan 1. Schrijf drie breuken op die groter zijn dan 1. Schrijf drie breuken op die gelijk zijn aan 1.

16 : 4 = 9 : 9 = et cetera $\frac{1}{4}$ van 8 = $\frac{1}{2}$ van 10 = et cetera	Heeft een kind een idee dat een breuk en deelsom identiek zijn aan elkaar?
--	---

Bijlage 4 Antwoordmodel Breukentoets

