

INLEIDING IN DE PROCESKUNDE

Deel 1

STROMINGSLEER

H. Rozema

Van Hall Instituut

(Hogeschool voor Voeding, Milieu en Landbouw)
Leeuwarden

Voorwoord.

Het dictaat "Stromingsleer" beoogt het geven van een algemeen overzicht van die onderwerpen uit de stromingsleer, die van belang geacht worden voor de levensmiddelentechnoloog.

In de derde druk zijn een aantal suggesties verwerkt van dr. P.D. Feitsma en ir. J. Nauta, beide natuurkundeleraar aan het Van Hall Instituut te Leeuwarden, studierichting levensmiddelentechnologie.

In de derde druk is opnieuw gestreefd naar zo logisch mogelijke opbouw van de stof.

Naast de theoretische handleiding zijn praktische voorbeelden opgenomen om de behandelde onderwerpen te verduidelijken.

In een apart dictaat zijn een aantal vragen en praktische opgaven met uitwerkingen te vinden, zodat principes verduidelijkt en toegepast kunnen worden.

Hopelijk blijkt ook deze derde druk een goed hulpmiddel bij de studie in de levensmiddelentechnologie en voor allen die te maken hebben met stromingsleer.

Voor suggesties die tot verbetering kunnen leiden houd ik mij aanbevolen.

Bolsward, 1994.

H. Rozema.

Inhoudsopgave.

1. Inleiding.	1
1.1. De plaats van de proceskunde in de voedingsmidde- lenindustrie.	2
1.2. Blokschema's.	4
1.3. Fabricageschema's.	6
2. Stroming en transport van materialen.	10
2.1. Inleiding.	10
2.2. De macroscopische balansen voor massa, energie en impuls.	11
2.3. Massabalansen.	13
2.4. Energiebalans.	16
2.4.1. De energiebalans van een stationair stro- mende vloeistof in een buis.	19
2.4.2. Drukhoogte, statische hoogte, snelheids- hoogte.	22
2.5. Toepassingen van de wet van Bernoulli.	25
2.5.1. Stroming van een vloeistof uit een vat.	24
2.5.2. Stroming van een gas uit een vat.	26
2.5.3. Stroommeters.	26
2.5.4. Stuwpunt, stuwbuis.	27
2.5.5. De venturibuis.	31
2.5.6. Meetschijf of meetflens.	32
2.5.7. Overloop met scherpe rand.	33
2.5.8. Driehoekige overloop.	35
2.5.9. Rotameter.	35
2.5.10. Andere methoden om volumestromen te meten.	37
2.6. Impulsbalans.	40
2.6.1. Toepassingen van de impulsbalans.	42
2.6.2. De impulsbalans toegepast op een buis die onder een hoek α staat.	42
2.6.3. Een kracht uitgeoefend op een bochtstuk.	43
2.6.4. Stroming door een plotselinge verwijding.	45
2.6.5. Plotselinge vernauwing.	47
2.7. Inwendige wrijving van vloeistoffen(viscositeit).	51
2.7.1. Niet-Newtonse produkten.	55
2.7.2. Apparatuur voor het meten van de viscosi- teit.	60
2.8. Dimensieanalyse.	63
2.9. Drukverlies bij stroming van fluïda.	67
2.9.1. Het berekenen van het drukverlies in pijpen voor Newtonse en niet-Newtonse fluïda.	71
2.9.2. Volumestroom, drukverlies en gem. stroom snelheid bij laminaire stroming van New- tonse-vloeistoffen	74
2.9.3. Niet-Newtonse produkten.	77
2.9.4. Turbulante stroming.	79
2.9.5. Stoom en stoomleidingen.	85
2.9.6. De drukval in leidingen als functie van de volumestroom en pijpdiameter.	87

2.10. Invloed van verstoringen op het stromingsveld.	89
2.10.1. Weerstand in bochten afsluiters enz.	94
2.10.2. Stroming door niet cirkelvormige doorsneden.	97
2.10.3. Cirkelvormig gebogen pijpen, spiralen.	99
2.10.4. Zeven.	101
2.10.5. Berekening van de drukval voor stroming in pijpen en om pijpenbundels (warmte-wisselaar).	102
2.11. Transport van fluïda.	108
2.11.1. Inleiding.	108
2.11.2. Centrifugaalpomp.	110
2.11.3. Pomp en leidingkarakteristiek.	118
2.11.4. Systeem (leiding)karakteristiek van niet samendrukbare fluïda.	124
2.11.5. Systeem- (leiding)karakteristiek van samendrukbare fluïda.	126
2.11.6. Voorbeelden van systeemcurven van niet samendrukbare fluïda.	129
2.11.7. Vermogen en rendement.	130
2.12. Aanzuigcondities. Cavitatie. N.P.S.H. (Net Positive Suction Head).	131
2.13. Waterslag.	134
2.14. Samenvatting stromingsleer.	139
3. Stroming om lichamen.	143
3.1. Stroming langs loodrecht aangestroomde cilinders en bollen.	144
3.2. Stromingsweerstand van bollen.	146
3.3. Niet bolvormige deeltjes.	152
3.4. Samenvatting stroming om lichamen.	155
4. Stroming door korrelstapelings.	156
4.1. Inleiding.	156
4.2. Drukverlies in een gepakt bed.	156
5. Fluïdisatie.	166
5.1. Drukval en fluïdisatiesnelheid.	166
6. Stroming door apparaten.	170
6.1. Massabalansen.	171
6.2. Reactortechniek.	178
6.3. Reactorkinetiek.	180
6.4. De omzetting in een ladingsgewijs ideaal bedreven roerreactor (eerste orde reactie).	187
6.5. De continu bedreven reactoren (verblijftijdspreiding).	190
6.5.1. De I-functie.	192
6.5.2. De E-functie (een stootsgewijze verstoring).	193
6.5.3. De F-functie (een sprongsgewijze verstoring).	196

6.5.4. De mathematische uitdrukking voor het $F(\theta)-\theta$ verband voor een perfecte menger, propstroom en laminaire buisstroming.	200
6.5.5. De omzetting in continu bedreven reactoren.	207
6.5.6. Samenvatting stroming door apparaten.	214
Druk en drukverschilmetingen.	
1. Druk en drukverschilmetingen	1
1.1. Inleiding.	1
1.2. Drukmeters, tegenkracht wordt verkregen m.b.v. de zwaartekracht.	1
1.2.1. U-buismanometer.	2
1.2.2. Omgekeerde U-buismanometer.	3
1.2.3. Differentiaalmanometers.	6
1.2.4. Omgekeerde U-buis manometer.	7
1.3. Drukmeters; tegenkracht wordt verkregen m.b.v. elastische vervorming.	8
1.3.1. Drukmeters voor het meten van absolute druk.	10
1.4. Uitvoering van druk- en drukverschilmetingen.	10
1.4.1. Inleiding.	12
1.4.2. Het meetpunt.	13
1.4.3. De meetleiding.	15
1.4.4. Meting van de druk van een stromende vloeistof.	
1.5. Meting van de stoomdruk.	
Fysische eigenschappen van water en lucht.	
Symbolenlijst.	
Literatuurlijst.	

1. Inleiding.

De proceskunde (procestechniek) is een vakgebied waarbij in het algemeen de nadruk ligt op het verwerven van inzicht en kennis van de processen en de veranderingen die het produkt ondergaat. De veranderingen vinden plaats langs fysische, chemische of bio-chemische weg.

Processen en procesapparatuur, zoals deze voorkomen in de verschillende procesindustrieën hebben veel gemeenschappelijks of zijn zelfs identiek. Dit heeft er toe geleid dat men alle bekende processen ging opsplitsen in afzonderlijke bewerkingen ("unit operations").

Het aantal "unit operations" omvat niet veel meer dan 20. Dit betekent dat de verwerkingsprocessen zijn opgebouwd uit een veelal beperkt aantal bewerkingen.

Een veel gebruikte indeling van de "unit operations" is gebaseerd op mechanische, fysische en chemische bewerkingen die bij de produktie plaatsvinden. Hieruit zijn voortgekomen:

- de mechanische technologie,
- de fysische technologie en
- de chemische technologie.

De "unit operations" vallen gedeeltelijk onder de mechanische en gedeeltelijk onder de fysische technologie.

Bij de mechanische technologie bestaan de bewerkingen uit het uitoefenen van mechanische krachten op de te bewerken stof. Deze stof zal hierdoor o.a. veranderen van vorm en van plaats. het wezen van de stof verandert niet.

Voorbeelden zijn:

- a. malen,
- b. vormen, (bijv. extruderen, pelleteren en persen),
- c. plastisch deformeren,
- d. werkplaatstechnieken,
- e. fase scheidingsprocessen als filtreren, sedimenteren, zeven.

Tot de fysische technologie rekent men de bewerkingen waarbij de toestand waarin de stof zich bevindt verandert, doordat natuurkundige principes worden toegepast. De stof kan veranderen van temperatuur, van aggregatietoestand etc. het wezen van de stof blijft ook bij deze bewerkingen onverandert.

Voorbeelden zijn:

- a. stofoverdrachtsprocessen (fysische bewerkingen) als distilleren, absorberen, strippen, kristalliseren, drogen en verdampen,
- b. fysische transportverschijnselen (transport van impuls, bijv. stromingsleer, transport van warmte en transport van materie).

De chemische technologie (inclusief de biotechnologie) omvat de studie van:

- a. (bio)chemische reactie mechanismen (kinetiek en analyse).
Bij deze bewerkingen verandert de stof doordat de chemische samenstelling verandert door chemische reacties.

- Bijvoorbeeld polymerisatiereacties en fermentatiereacties,
b. chemische reactorkunde.
Op grond van het voorgaande kunnen o.a. de volgende industrieën tot de procesindustrie worden gerekend:
- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| a. chemische industrie, | e. papier- en kartonindustrie, |
| b. metallurgische industrie, | f. voedingsmiddelenindustrie, |
| c. keramische industrie, | g. energiebedrijven. |
| d. leerindustrie, | |

Het vak proceskunde kunnen we onderscheiden in vier hoofdaspecten:

1. Fysische transportverschijnselen (impuls-, warmte- en stofoverdracht).
2. Kennis van de "unit operations" en apparatuur.
3. (Bio)chemische reactorkunde.
4. Synthese van de produkt kennis van 1 t/m 3 tot economische verantwoorde processen.

De proceskunde richt zich uiteindelijk op procesontwerp waarbij naast de studie van de eigenlijke procesapparatuur ook aandacht wordt geschonken aan de opbouw van een reeks apparaten tot een proces, de procesregeling en proceseconomie.

Het vakgebied proceskunde kunnen we als volgt samenvatten:

Proceskunde is het onder optimale condities technisch realiseren van processen.

1.1. De plaats van de proceskunde in de voedingsmiddelenindustrie.

Bij de voedingsmiddelenindustrie hebben we te maken met een grote verscheidenheid van verwerkingsmethoden waarvan de mechanische en fysische bewerkingen het belangrijkste zijn.

Deze grote verscheidenheid komt vooral voort uit de variatie en de aard van de grondstoffen (plantaardig en dierlijk) en de grote variatie in het doel waarvoor de technologische bewerking plaatsvindt.

In de voedingsmiddelenindustrie onderscheiden we vier hoofdgroepen van verwerkingsprocessen:

- 1: Winning van waardevolle componenten uit een grondstof als de winning van oliën en vetten uit plantaardig en dierlijk materiaal, de winning van zetmeel uit aardappelen en maïs, de verwerking van granen.
- 2: Conserveringsprocessen waarbij men de houdbaarheid van het voedingsmiddel vergroot. Hierbij heeft men te maken met fysische bewerkingen als verhitten (bijv. pasteuriseren van melk, het conserveren van groente en vleesprodukten), koelen en vriezen van produkten en drogen (bijv. drogen van groenten).
- 3: Transformatieprocessen waarbij biochemische of chemische omzettingen het hoofddoel vormen. Voorbeelden zijn fermentatieprocessen, gistingsprocessen, fabricage van antibiotica, bio-

logische reiniging van afvalwater, azijnzuurfabricage, zet-meelderivatenindustrie. Bij deze processen zijn de chemische en biochemische bewerkingen belangrijk.

Een aantal van deze processen wordt meestal niet tot de voedingsmiddelenindustrie doch eerder tot de pharmaceutische of chemische industrie gerekend.

- 4: Fabricage van samengestelde produkten. Vele levensmiddelen zijn gemaakt uit een aantal grondstoffen zoals bakkerijprodukten, suikerwaren, droge en natte soepen, puddingpoeders, kant en klaar maaltijd, consumptieijs.

Vele veevoeders (pellets) zijn eveneens samengesteld uit een groot aantal grondstoffen.

De fabricage van samengestelde produkten omvat in hoofdzaak mechanische bewerkingen als transport van materialen (vast, vloeibaar), mengen van poeder- of korrelvormige vaste stoffen en vormen van materialen (tabletteren, walsen, pelletteren).

De bewerking van grondstoffen in de levensmiddelenindustrie komt volgens bovenstaande in feite neer op een opsomming van mechanische en fysische bewerkingen die achtereenvolgings plaatsvinden. Deze bewerkingen zijn in figuur 1.1.1 in een logische volgorde weergegeven.

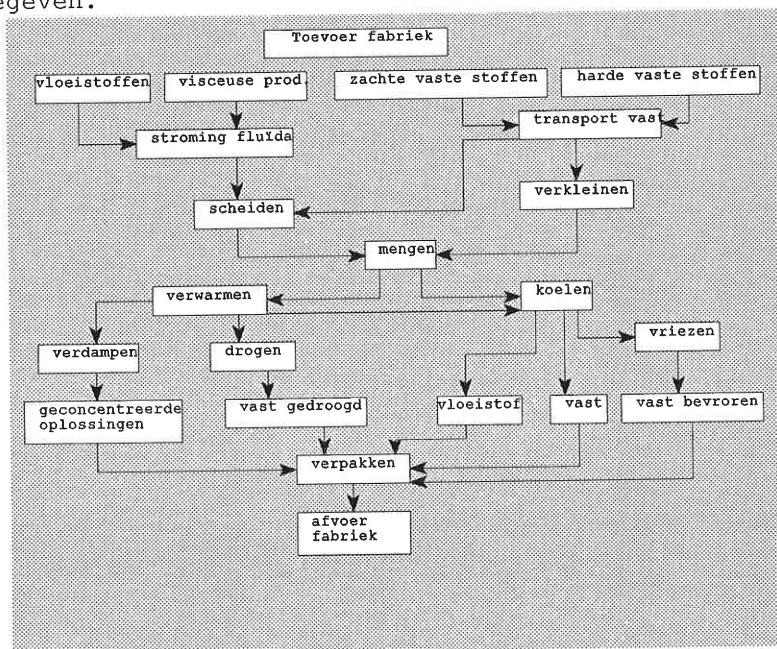


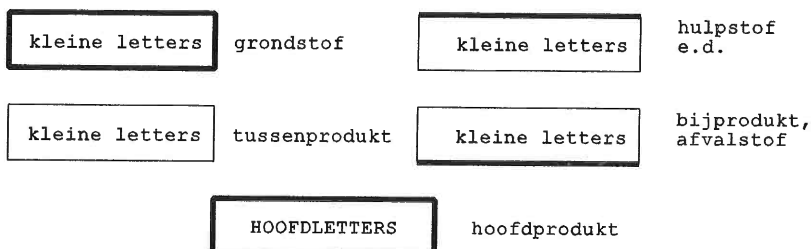
Fig. 1.1.1. Bewerkingen.

Wanneer men verschillende bewerkingen in de juiste volgorde achter elkaar schakelt verkrijgt men een proces.

Op papier ontstaan op deze wijze zgn. blokschema's, fabricage of stroomschema's (Engels "flowsheet"). Deze schema's zijn vooral van belang om het inzicht in een proces te vergroten.

1.2 Blokschema's.

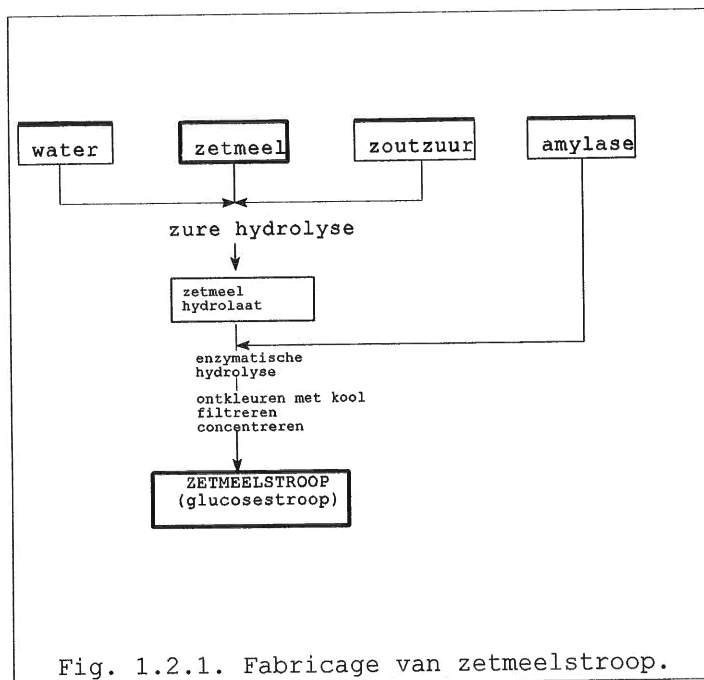
In een blokschema worden vaak onderstaande aanduidingen gebruikt. Deze aanduidingen zijn niet genormaliseerd. Dit wil zeggen dat niet in elk bedrijf de aanduidingen worden toegepast.



- kleine letter : reactie/bewerking/procesapparatuur
 (kleine letter): bewerking in bepaalde gevallen toegepast
 : recirculatie, generatie.
- grondstof : De te bewerken of de te verwerken stof.
- hulpstoffen : Die stoffen welke voor het uitvoeren van de bewerkingen onmisbaar zijn. De bekendste hulpstoffen zijn: koelwater, stoom, proceswater, katalisatoren, brandstof, chemicaliën en elektriciteit.
- koelwater : Koelwater is nodig als de in bewerking zijnde stoffen afgekoeld moeten worden. Meestal is het koelwater in grote hoeveelheden nodig. Wanneer men niet over voldoende water beschikt of de kostprijs ervan te hoog is zal het gebruikte koelwater weer moeten worden afgekoeld tot de begintemperatuur. Dit gebeurt in zgn. koeltorens of gradeerwerken.
- stoom : Stoom wordt in vele processen gebruikt voor verwarming van de in bewerking zijnde stoffen. Net als het koelwater is stoom te beschouwen als transportmiddel van warmte.
- proceswater : Proceswater wordt gebruikt voor bijv. het oplossen van een stof of het wassen van produkten. Aan dit water wordt in tegenstelling tot het koelwater, bepaalde eisen aan de zuiverheid gesteld. Gewoon rivierwater of kanaalwater, dat voor koelwater veelal wel geschikt is, komt voor proceswater niet in aanmerking.
- katalisatoren : Katalisatoren vinden veel toepassing in de chemische industrie. In de voedingsmiddelenindustrie worden katalisatoren weinig gebruikt.

- brandstof : Brandstof als hulpstof is veelal nodig voor het produceren van stoom.
- chemicaliën : Chemicaliën worden in de voedingsmiddelenindustrie o.a. toegepast bij het conserveren en als kleur- en smaakstoffen.
- elektriciteit : Het gebruik van elektriciteit als hulpstof spreekt voor zich.
- tussenprodukt : Een tussenprodukt is een stof die is ontstaan uit de grondstof, indien deze een gedeelte van de bewerking heeft ondergaan. Men kan bijv. gesneden aardappelen een tussenprodukt noemen bij de bereiding van frites.
- bijprodukt : Een bijprodukt is een stof die men bij bepaalde bewerkingen ongewild krijgt. Bij het zojuist genoemde voorbeeld van de bereiding van frites kunnen de aardappelschillen als bijprodukt worden genoemd. Een bijprodukt heeft meestal een geringere waarde dan het hoofdprodukt. Is het bijprodukt geheel zonder waarde dan noemt het een **afvalprodukt**.
- hoofdprodukt : Het hoofdprodukt is het produkt dat uit de grondstof moet worden vervaardigd. In het bovengenoemde voorbeeld is het hoofdprodukt de frites.

Een voorbeeld van een blokschema is weergegeven in fig.1.2.1.
In dit blokschema is aangegeven hoe zetmeelstroop wordt bereid.



1.3. Fabricageschema's.

In een fabricageschema worden de onderlinge schakelingen van de toestellen en de belangrijkste leidingen aangegeven. Vaak worden in het schema ook de **appendages** of **hulpmiddelen** opgenomen zoals afsluiters, terugslagkleppen, manometers, peilglazen en regelapparatuur. In een dergelijk geval spreekt men vaak van **installatieschema's**.

De apparatuur en appendages die in een fabriekschema zijn opgenomen worden door middel van symbolen weergegeven. De symbolen die in schema's worden gebruikt zijn niet genormaliseerd. In tabel 1 zijn een aantal symbolen opgenomen die in een groot aantal bedrijven worden toegepast. Het maken van symbolen voor alle mogelijke toestellen is ondoenlijk. In vele gevallen zal men dan ook zelf naar een symbool moeten zoeken. Hierbij is het noodzakelijk dat in het schema bij de nieuwe aanduiding de naam van het toestel wordt vermeld.

Een voorbeeld van een fabricageschema waarbij o.a. het winnen van componenten een belangrijke rol speelt is het afscheiden van zetmeel uit aardappelen. In fig. 1.3.1 vinden we het schema voor het afscheiden van zetmeel uit aardappelen. De cijfers in het schema hebben de volgende betekenis.

1	Aanvoer per vrachtauto	21	Cycloonbatterij
2	Aanvoer per schip	22	Zeefbochtbatterij
3	Betonnen stortbunkers	23	Indikcyclonen
4	Stortbunker	24	Betegelde grondkuip
5	Tonmolen	25	Wascyclonen
6	Steenvanger	26	Zeefbochten
7	Loofvanger; 7a: Cokesvanger	27	Grondkuip
8	Wasser	28	Automatische centrifuge
9	Transportinstallatie	29	Cellenfilter
10	Droogzeef	30	Transportschroeven
11	Monstertrekker	31	Mengers
12	Automatische weegmachine	32	Pneumatische droger
13	Aardappel bunker	33	Koelbuil
14	Aardappelraspen	34	Transportelementen
15	Rotozeven	35	Meelsilo
16	Vezelraspen	36	Slingerbuilen
17	Rotozeven	37	Opzakmachine
18	Verzameltank voor meelwater	38	Persen
19	Zandcyclonen	39	Vezeldrooginstallatie
20	Meelwatertanks	40	Opzakkerij

Uit het schema volgt dat we in hoofdzaak te maken hebben met:
a. verkleinen,
b. fasescheidingsprocessen (het afscheiden van het aardappel
meel uit een waterige oplossing).

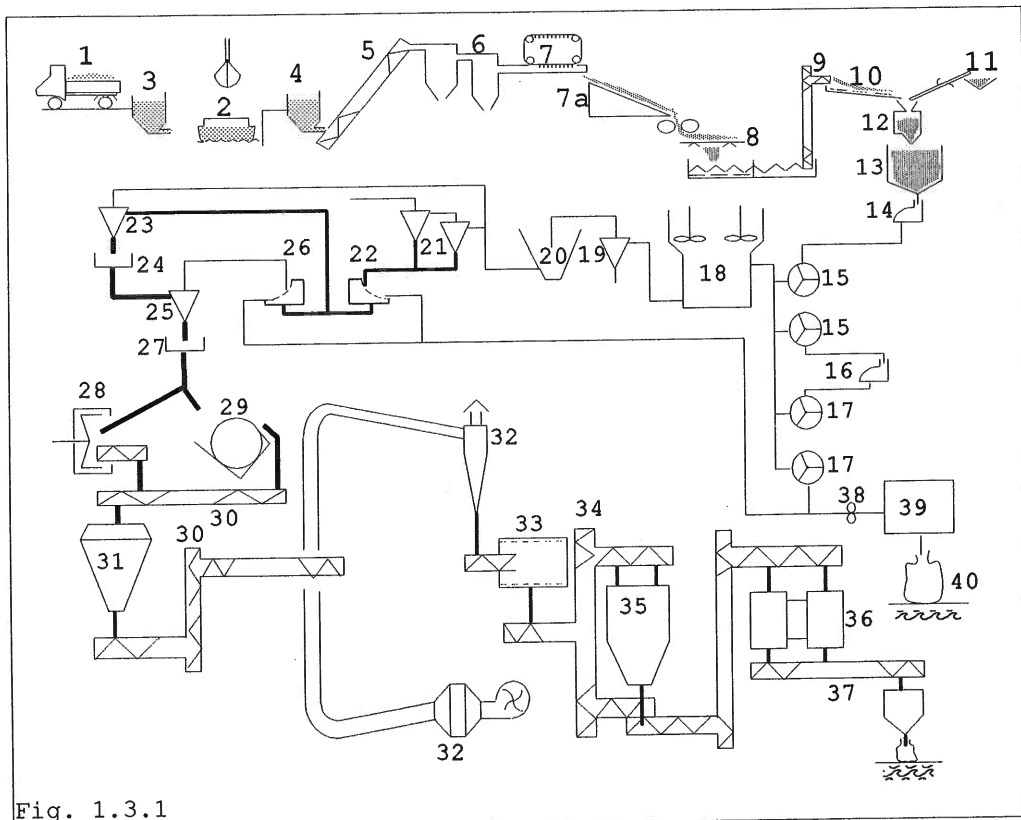


Fig. 1.3.1

Tabel 1.

Basissymbolen voor Procesinstrumentatie

Ontleend aan NEN 3157

De symbolen zijn basissymbolen; voor verdere detaillering wordt verwezen naar NEN 3347 "Uitgewerkte symbolen voor de procesindustrie".
De symbolen uit NEN 3157 en NEN 3347 mogen niet door elkaar worden gebruikt.

Algemene symbolen

Symbol	Benaming en verklaring
—	Meetlijn
----	Stuurlijn
○	Proceslijn
○	Combinatie van basissymbool, meetlijn, proceslijn
○	Symbool voor corrigerend orgaan verbonden met het regelorgaan door getrokken lijn
○	Instrument geplaatst in centraal paneel
○	Pijl gericht naar proceslijn toe, als bij het wegvallen van de hulpenergie de regelklep geopend wordt
○	Pijl gericht van de proceslijn af, als bij het wegvallen van de hulpenergie de klep in dezelfde stand blijft staan
○	Twee streepjes in verbindingslijn, als bij het wegvallen van de hulpenergie de klep in dezelfde stand blijft staan
○	Het instrument kan met de hand bediend worden

Symbol	Benaming en verklaring
F	Stroming
L	Niveau
P	Druk
Q	Kwaliteit
R	Kernstraling
S	Snelheid
T	Temperatuur
U	Mechanisch verplaatsing en afmetingen
W	Gewicht
X	Andere meetfuncties

Codering van de meetfuncties
De code voor de meetfunctie komt op de eerste plaats in de cirkel van het basissymbool.

Symbol	Benaming en verklaring
--------	------------------------

De letters Q en X worden door een index buiten de cirkel nader aangeduid.

Codering van de omzettingfuncties
De code van de omzettingfuncties komt op de tweede plaats in de cirkel. Als het instrument meer dan één omzettingfunctie verricht, geeft men dat aan door de betrokken letters achter elkaar te plaatsen.

Symbol	Benaming en verklaring
--------	------------------------

I Aanwijzend
R Registrerend
C Regelend
T Zendend
S Tellend of sommerend
O Omzettend, anders dan in de tabel aangegeven.
X Alarmerend en/of ingrijpend.

Symbolen voor verwerkingsschema's in de procestechniek.

Niet genormaliseerd.

Leidingen

Symbol	Benaming en verklaring
	Pijpleidingen (algemeen)
	Indien gewenst kan men voor het aanduiden van leidingen ook andere lijnen gebruiken. Deze moeten dan worden verklaard.

	Als verschillende lijnen evenwijdig lopen, worden deze in groepen van ten hoogste drie ingedeeld, zodanig dat de stroomrichting in elke groep dezelfde is.
--	--

	Knooppunt van drie leidingen
--	------------------------------

	Knooppunt van vier leidingen 1) bij voorkeur om verwarring met kruising te voorkomen.
--	---

	Kruising van twee leidingen 1) of 2) naar keuze.
--	--

Afsluiters en kleppen

Symbol	Benaming en verklaring
--------	------------------------

	Afsluiter of kraan
--	--------------------

	Driewegkraan
--	--------------

	Vierwegkraan
--	--------------

	Terugslagklep
--	---------------

	Reduceertoestel
--	-----------------

	Veiligheidstoestel (ontlastklep)
--	----------------------------------

Toestellen

Symbool	Benaming en verkl.	Symbool	Benaming en verkl.	Symbool	Benaming en verkl.
	verwarmingsbuis		Zuiger- of plunjerpomp		Filterpers
	Koelbuis of spiraal		Centrifugaalpomp		Roterend filter
	Warmtewisselaar (tegenstroom)		Compressor		Breker
	Warmtewisselaar (gelijkstroom)		1) Gas- of dampin-laat		Oven
	Koeler waarin water koelmiddel is		2) Verstuiver of sproeier		Rectificeerkolom
	Condensor waarin water koelmiddel is		Menger		Ventilator
	Verticaal geplaatste tank (algemeen)		Bezinktank		Stoomketel
	Horizontaal geplaatste tank (algemeen)		Zeefbak of filter		Afscheider (algemeen) separator
	Pomp (algemeen)		Drooginrichting		Transportband
	Roerwerk		Centrifuge		
	Hoogoven		Ontgasser		Open vat
	Elektrisch ontstof-fingsapparaat		Accumulator		Open vat met ver-warmingsmantel
	Molen		Schotelkolom		Gesloten vat
	Autoclaaf		Bunker		Open vat met roerwerk
	Cycloon		Reactor		Regengenerator
	Pakmachine		Vacuümkrystal-lisator		Snijmachine
	Gaskoeler		Pasteur		Extruder
	Silo		Glycolverhit-ter		Stripper
	Concentrator		Destillatie-kolom		Koeler anders dan door water
					Nevelvanger

2. Stroming en transport van materialen.

2.1. Inleiding.

In elk fabricageproces spelen stroming en transport van materialen een grote rol. Enerzijds hebben we te maken met stroming en transport en wel van het ene apparaat naar het ander òf in de apparaten zelf, anderzijds met stroming en transport van tal van hulpmaterialen als stoom, water, lucht, koelmiddelen, oplosmiddelen, chemicaliën etc.

Elke stroom wordt gekenmerkt door drie fundamentele aspecten:

- 1.de hoeveelheid massa die per tijdseenheid beweegt, $\dot{Q}_m$ (kg/s);
- 2.de energie-inhoud, E (J);
- 3.de hoeveelheid van beweging (impulsinhoud), $m \cdot v$ (kg m/s).

Bij de bestudering van alle bewerkingen is kennis van de beweging van materialen onontbeerlijk. Een behandeling van de stroming dient vooraf te gaan aan de bespreking van andere "unit-operations". Wij zijn vooral geïnteresseerd in stroming van vloeistoffen en gasen (die men tezamen vaak aanduidt met de naam fluida) als van vaste stoffen en in apparaten die stromingen en transport bewerkstelligen. Met andere woorden we zijn geïnteresseerd in systemen. Een systeem wordt nl. gedefinieerd als de materie binnen dat deel van de ruimte, dat om het te kunnen bestuderen als een geheel wordt opgevat.

Een systeem moet nader worden aangeduid door grenzen.

Kan het systeem impuls, energie en massa met zijn omgeving uitwisselen dan wordt het systeem open genoemd. Heeft er geen uitwisseling met de omgeving plaats dan is het systeem geïsoleerd. Wij zullen ons speciaal bezighouden met open systemen, die door een of ander medium wordt doorstroomd.

In de technologie kennen we een grote verscheidenheid van open systemen zoals leidingen en apparaten waardoor enkelvoudige fluida stromen. Soms hebben we te maken met stroming van mengsels van fluida en vaste stoffen, zoals bij transport van in vloeistoffen of gasen gesuspendeerde vaste stoffen. Ook komt stroming van mengsels van twee vloeistoffen en van een vloeistof en een damp of gas voor.

Bij alle stromingsverschijnselen zijn er grensvlakken (vast/fluidum, vloeistof/vloeistof, vloeistof/gas) en later zal blijken dat vooral de verschijnselen die zich aan de grensvlakken voordoen van groot belang zijn.

De leer van de stroming van vloeistoffen wordt **hydrodynamica** genoemd, die van de stroming van gasen **aerodynamica**.

In de technologie hebben we in de regel met betrekkelijk eenvoudige stromingsproblemen te maken en wanneer zich meer ingewikkelde problemen voordoen is het gewoonlijk toelaatbaar benaderingen toe te passen waardoor weer eenvoudige gevallen ontstaan.

In één opzicht is de hydrodynamica, zoals wij die bij levensmid-

delen aantreffen, gecompliceerd. Wij krijgen nl. vaak te maken met vloeibare produkten die zich anders en veel ingewikkelder gedragen dan eenvoudige vloeistoffen. Wij zullen speciale aandacht moeten schenken aan de stroming van bedoelde bijzondere materialen (niet-Newtonse produkten).

2.2. De macroscopische balansen voor massa, energie en impuls.

We beschouwen een systeem op macroschaal (denk hierbij aan een apparaat (bijv. een droger of een indamper), een deel van een apparaat of bijvoorbeeld een hele fabriek). Van zo'n systeem kunnen we een zgn. macrobalans opstellen voor bijv. de grootheden massa, energie of impuls. Met een macrobalans kunnen we de toestanden (druk, snelheid enz.) aan de ingang(en) en uitgang(en) van het systeem bekijken en daaruit onze conclusies trekken betreffende hetgeen in het systeem gebeurt. Over elk systeem kunnen we een balans opmaken waarbij we in rekening brengen hoe bijv. de ophoping van een grootheid, X , in het systeem met de tijd verandert. Deze balans luidt:

$$\begin{aligned} \frac{\text{ophoping aan } b \text{ in het systeem}}{\text{tijd}} &= \frac{\text{hoeveelheid aan } b \text{ die binnenstroomt}}{\text{tijd}} \\ &+ \frac{\text{hoeveelheid aan } b \text{ die uitstroomt}}{\text{tijd}} + \\ &+ \frac{\text{hoeveelheid die wordt gevormd in het systeem}}{\text{tijd}} \end{aligned}$$

De macrobalans in formulevorm gaat er als volgt uitzien:

$$V \frac{dX}{dt} = Q_{v,in} X_{in} - Q_{v,uit} X_{uit} + V \cdot r$$

V = volume van het systeem,
 $Q_{v,in}$ = ingaande volumestroom,
 $Q_{v,uit}$ = uitgaande volumestroom,
 X = grootheid per volumeeenheid,
 r = gevormde hoeveelheid van X per volumeeenheid en per tijdseenheid.

Bij het opstellen van massa, energie en impuls balansen bij stroming gaan we uit van een stationaire doorstroming van een systeem. We noemen een stroming stationair indien op elke plaats in de stroming de snelheid van het fluïdum qua grootte en qua richting onafhankelijk is van de tijd. In alle andere gevallen is de stroming instationair. In de praktijk hebben we meestal te maken met stationaire toestanden. Indien we uitgaan van een stationaire toestand blijkt dat de anders vrij ingewikkeld uit-

ziende balansen een vrij eenvoudig en hanteerbare vorm aannemen.

Volgens de definitie van stationaire stroming zullen in elk willekeurig punt de "volumepakketjes fluïdum", die dat punt bereiken, langs dezelfde weg dat punt verlaten ofwel een continue weg vervolgen. Deze weg, die het volumedeeltje volgt, heet een stroomlijn. Stroomlijnen worden zo geconstrueerd dat ze op elke plaats in het stromende fluïdum raken aan de snelheidsvectoren van de "volume-pakketjes". In een stromend fluïdum kunnen we stroomlijnen aanbrengen overeenkomstig de veldlijnen in een elektrisch veld.

Bij instationaire stroming is een stroomlijnenveld een momentopname, omdat vaak de snelheid afhankelijk blijkt te zijn van de tijd.

Verplaatst een deeltje zich via een stroomlijn langs een weg ds met componenten dx , dy , dz dan zal gelden:

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z}$$

De baan die een vloeistofelementje in een zekere tijd beschrijft, wordt een stroombaan genoemd.

Bij een stationaire stroming vallen stroomlijn en stroombaan samen. Bij stationaire stroming zijn de stroomlijnen banen die de verschillende volumeelementen van het fluïdum afleggen.

Stroomlijnen kunnen elkaar niet snijden. Dit houdt in dat stroomlijnen een zgn. stroombuis of stroomkanaal kunnen vormen. Dit is een ruimte begrensd door stroomlijnen en twee vlakken loodrecht daarop figuur 1.

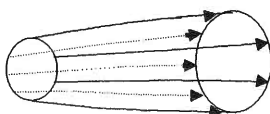


Fig. 1. Stroombuis

Als de snelheid verandert in de tijd, zal de stroombuis voortdurend in plaats en grootte variëren. Is de snelheid onafhankelijk van de tijd, dan verandert de stroombuis niet in plaats en grootte. Door de wand van een stroombuis kan geen materie stromen zodat door elke dwarsdoorsnede van het kanaal dezelfde hoeveelheid medium stroomt.

Een stroomkanaal is nauw waar het medium snel stroomt en wijd waar het medium langzaam stroomt (onder voorwaarde dat de dichtheid constant is, zoals bij vloeistoffen). Indien men het gehele

stroomveld opgebouwd denkt uit onderling aansluitende stroomkanalen, zodanig dat door elk stroomkanaal een gelijke hoeveelheid vloeistof stroomt en men tekent alleen die stroomlijnen, die zich in het centrum van genoemde stroomkanalen bevinden, dan kan men uit de dichtheid van deze stroomlijnen de plaatselijke vloeistofsnelheid afleiden.

Een pijp bijv. kan men beschouwen als één stroomkanaal of een verzameling parallelle stroomkanalen zodanig dat door elk stroomkanaal evenveel fluidum stroomt. Men tekent vervolgens de stroomlijnen die door het centrum van de stroomkanalen gaan. Uit de dichtheid van de zo ontstane stroomlijnen kan de plaatselijke fluidum snelheid worden afgeleid.

Stroomlijnen geven zowel de richting als de grootte van de stroomsnelheid aan.

In vele gevallen kan men het stroomlijnenpatroon voor een bepaald stromingsprobleem tekenen, hetgeen een grote hulp kan betekenen bij het oplossen van zo'n stromingsprobleem.

2.3. Massabalans.

In figuur 2 is een willekeurige stroombuis getekend, die gevormd wordt door stroomlijnen.

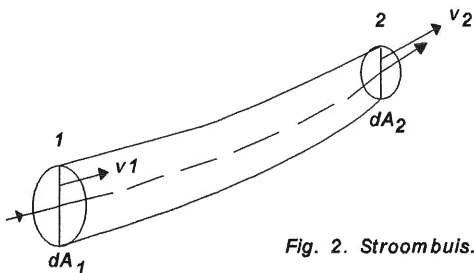


Fig. 2. Stroombuis.

Op een tijdstip t zal er per tijdseenheid door het oppervlak dA_1 een massastroom Q_{m1} binnentreden. Deze massastroom wordt verminderd met een massastroom Q_{m2} , die door het oppervlak dA_2 per tijdseenheid uittreedt.

Op het tijdstip t zal de toename aan massa per tijdseenheid gelijk zijn aan:

$$Q_{m1} - Q_{m2} = \frac{dm}{dt}$$

Het volume van de stroombuis wordt aangegeven door V . In de buis zal nu een massa aanwezig zijn van:

$$m = \int_V \rho dV$$

ρ = soortelijke massa van het medium (kg/m^3).

Indien we voor dV/dt schrijven $v \cdot dA$, met v de plaatselijke snelheid, m/s , krijgen we:

$$\frac{dm}{dt} = Q_{m1} - Q_{m2} = \int_{A_1} \rho v_1 dA_1 - \int_{A_2} \rho v_2 dA_2 \quad (1)$$

Is de stroming stationair, d.w.z. snelheid, druk, dichtheid en de massastroom zijn in elk punt van de stroming constant, dan is $dm/dt = 0$ en $Q_{m1} = Q_{m2}$.

Nemen we in plaats van de plaatselijke snelheden v_1 en v_2 de gemiddelde snelheden over de stroomoppervlakken, $\langle v_1 \rangle$ en $\langle v_2 \rangle$, dan kunnen we voor vergelijking 1 schrijven:

$$Q_m = \rho_1 \cdot \langle v \rangle_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot \langle v \rangle_2 \cdot A_2 \quad (\text{kg/s}) \quad (2)$$

A = doorstroomoppervlak (m^2). ρ = dichtheid (kg/m^3)
 $\langle v \rangle$ = gemiddelde snelheid over het doorstroomoppervlak (m/s)
 Q_m = massastroom per tijdseenheid (kg/s).

Voor niet-samendrukbare vloeistoffen is $\rho_1 = \rho_2$, hetgeen voor veel praktische gevallen opgaat.

Vergelijking 2 gaat over in een vergelijking voor de volume-stroom Q_v (m^3/s):

$$Q_v = A_1 \cdot \langle v \rangle_1 = A_2 \cdot \langle v \rangle_2 \quad \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) \quad (3)$$

De volumestroom Q_v is constant en gelijk aan Q_m/ρ .

Berekening van de dichtheid van een gas.

Voor gassen geldt in het algemeen dat: $\rho_1 \neq \rho_2$.

Willen we vergelijking 2 toepassen voor gassen dan zal bij stroming in buizen de dichtheid op verschillende doorsneden berekend moeten worden om tot de juiste snelheden, volumestromen of massastromen te komen.

De dichtheid van gassen kan worden berekend met de formule van Boyle-Gay-Lussac (algemene gaswet).

$$\frac{P \cdot V}{T} = \frac{m}{M} R_m \quad (4)$$

P = druk (N/m^2); V = volume in (m^3).

T = absolute temperatuur in Kelvin (K).

m = massa van het gas in kg .

M = molaire massa van het gas in kg/kmol .

R_m = molaire gasconstante; $R_m = 8314 \text{ Joule}/(\text{K} \cdot \text{kmol})$.

Daar $\rho = m/V$ wordt vergelijking 4:

$$\rho = \frac{PM}{R_m T} \quad (5)$$

Voorbeeld:

Gevraagd de dichtheid van lucht bij 0°C en een druk van 1 bar (10^5 N/m^2)

Gegeven:

Samenstelling van de lucht: 21 vol. % O_2 en 79 vol. % N_2 . Molmassa $\text{O}_2 = 32$;

molmassa $\text{N}_2 = 28$.

Oplossing:

De molaire massa van lucht = $0,21 \times 32 + 0,79 \times 28 = 28,8$. De gegevens ingevuld in vergelijking 5 geeft:

$$\rho = \frac{10^5 \cdot 28,8}{8314 \cdot 273}; \rho = 1,27 \text{ kg/m}^3$$

Daar 1 kmol van elk gas bij 0°C en 1 bar een volume inneemt van $22,7 \text{ m}^3$ kan de dichtheid van lucht bij 0°C en 1 bar ook als volgt worden berekend:

$$\rho = \frac{M}{V}; \rho = \frac{28,8}{22,7}; \rho = 1,27 \text{ kg/m}^3$$

Wanneer men de dichtheid van een gas bij een bepaalde temperatuur en druk kent kan deze gemakkelijk worden omgerekend naar een andere temperatuur en druk. We krijgen:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \text{ of } \rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{T_1}{T_2} \quad (6)$$

2.4. Energiebalans.

De totale energie van een stationair stromende vloeistof bestaat uit een aantal componenten. De componenten zullen per eenheid van massa van het fluïdum worden weergegeven terwijl de verandering in magnetische en elektrische energie zullen worden verwaarloosd.

De vormen van energie die bij stroming een rol spelen zijn:

- a. inwendige energie;
- b. drukenergie;
- c. potentiële energie (in het zwaartekrachtsveld);
- d. kinetische energie.

a: Inwendige energie.

De inwendige energie, U , kan o.a. worden toegeschreven aan de van der Waalskrachten tussen de moleculen en de bewegingsenergie van de moleculen (Nm/kg fluïdum).

De inwendige energie is nul bij een afgesproken referentie temperatuur. Dit kan zijn het absolute nulpunt of het smelpunt van ijs bij atmosferische druk.

Een fysische verandering van een fluïdum, bijv. tengevolge van een verandering in temperatuur, zal in het algemeen een verandering in inwendige energie veroorzaken.

Wanneer een vloeistof stroomt zal energie van de ene vorm in een andere vorm van energie worden omgezet (bijv. kinetische energie in drukenergie).

We kunnen hierbij reversibele en irreversibele veranderingen onderscheiden.

Bij een reversibele verandering vinden de veranderingen in zeer kleine stappen plaats en in een bepaalde richting terwijl deze veranderingen omkeerbaar zijn. Reversibele veranderingen vinden praktisch niet plaats.

Een irreversibel proces is niet omkeerbaar. Veelal gaat een dergelijk proces gepaard met de omzetting van elektrische of mechanische energie in warmte, of in het verkleinen van een temperatuurverschil tussen verschillende plaatsen van het systeem. In de praktijk hebben we altijd te maken met irreversibele processen.

In een stationair systeem is de verandering in inwendige energie gelijk aan het verschil tussen de hoeveelheid toegevoegde warmte en de arbeid die het systeem verricht op zijn omgeving. Voor een zeer kleine verandering geldt de 1^e hoofdwet van de thermodynamica:

$$dU = \delta Q - \delta W_u \quad (7)$$

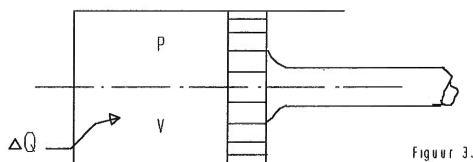
dU = geringe verandering in inwendige energie (eigenschap van het systeem, toestandsgröotheid);

δQ = geringe hoeveelheid warmte die wordt toegevoegd (geen eigenschap van het systeem, geen toestandsgröotheid);

δW_u = geringe hoeveelheid arbeid die op de omgeving wordt uitgevoerd (geen eigenschap van het systeem, geen toestandsgröotheid).

In figuur 3 vinden we een verduidelijking van vergelijking 7. Fig. 3 stelt een cilinder voor met een zuiger. In de cilinder bevindt zich gas.

Wanneer op de zuiger een constante kracht wordt uitgeoefend zal het systeem arbeid moeten verrichten om de zuiger naar rechts te verplaatsen. Wanneer de cilinder bijv. door stoom wordt verwarmd geldt bij geringe verplaatsing van de zuiger:



$$\Delta U = \Delta Q_p - \Delta W \text{ (eindige veranderingen)} \quad (\Delta H = \Delta Q_p) \quad (8)$$

Nadere uitwerking van de arbeidsfactor ΔW (δW).

Irreversibel proces.

Indien de expansie van het gas langzaam verloopt (kleine verandering van het volume) zal de arbeid, verricht door het systeem, gelijk zijn aan:

$$\Delta W = P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1 \text{ (Nm)} \quad (9)$$

In het systeem zal er tijdens het verplaatsen van de zuiger ook warmte ontstaan tengevolge van wrijving, ΔE_w . Vergelijking 8 wordt nu:

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta E_w - (P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1) \text{ (Nm)} \quad (10)$$

Voor een irreversibel proces, waarbij er evenwicht is tussen het systeem en de omgeving, kunnen we voor de arbeidsfactor schrijven:

$$\delta W = P dv - \delta E_w \text{ (Nm/kg)} \quad (11)$$

P = druk (N/m^2)

v = specifiek volume ($1/\rho$)

E_w = mechanische energie die tengevolge van wrijving in warmte wordt omgezet.

Voor vergelijking 7 kan nu worden geschreven:

$$dU = \delta q - (P dv - \delta E_w) \quad (12)$$

Indien er geen volumeverandering plaatsvindt ($dv = 0$) is:

$$dU = \delta q + \delta E_w \quad (13)$$

δE_w is mede verantwoordelijk voor een stijging in temperatuur van het systeem.

Voor vergelijking 13 kan nu worden geschreven:

$$dU = c_v dT = \delta q + \delta E_w \text{ (Nm/kg)} \quad (14)$$

c_v = soortelijke warmte bij constant volume (Joule/kg K)

Reversibel proces.

Voor een reversibel proces is $\delta E_w = 0$.

Wanneer we de warmteuitwisseling met de omgeving eveneens nul stellen kan voor vergelijking 10 worden geschreven:

$$U_1 + P_1 V_1 = U_2 + P_2 V_2$$

De hier optredende grootte $U + PV$ is een toestandsgrootte die enthalpie wordt genoemd.

De enthalpie is nu gedefinieerd als:

$$H = U + PV \text{ (Nm)}$$

of

$$h = u + Pv \text{ (Nm/kg)} \quad (15')$$

Wordt deze vergelijking gedifferentieerd dan krijgen we:

$$dh = du + p dv + v dp \quad (15)$$

Bij constante druk krijgen we:

$$dh = du + p dv$$

Irreversibel proces.

Substitutie van vergelijking 12 in vergelijking 15 geeft:

$$dh = \delta q - p dv + \delta E_w + p dv + v dp \text{ (Nm/kg)}$$

Hiervoor kan worden geschreven:

$$dh = \delta q + \delta E_w + v dp \quad (16)$$

Bij constante druk gaat vergelijking 16 over in:

$$dh = \delta q + \delta E_w$$

Voor dh kan worden geschreven:

$dh = c_p \cdot dT$

(17)

c_p = soortelijke warmte bij constante druk (Joule/kg K)

b. Drukenergie.

De drukenergie vertegenwoordigt de arbeid die nodig is om de fluïdumstroom van het systeem in te persen tegen een druk P in. De drukenergie is druk maal het volume per kg (specifiek volume) of drukenergie is: $p \cdot 1/p$ (Nm/kg).

Het systeem kan ook energie op zijn omgeving uitoefenen door de fluïdum op een druk P_{uit} af te leveren.

c. Potentiële energie.

De potentiële energie van een fluïdum wordt veroorzaakt door zijn positie in het zwaartekrachtveld. Deze energie is gelijk aan de arbeid die moet worden verricht om het medium naar een bepaalde plaats te brengen ten opzichte van een willekeurig punt dat als nulniveau wordt gekozen. Wanneer het medium zich op een hoogte h (m) bevindt ten opzichte van het nulniveau is de potentiële energie:

$$h \cdot g \text{ (Nm/kg)}$$

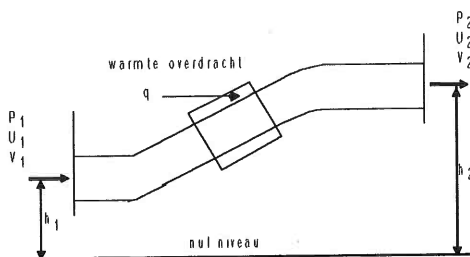
g = versnelling van de zwaartekracht (m/s^2).

d. Kinetische energie.

Het fluïdum bezit kinetische energie doordat het beweegt ten opzichte van een bepaald punt bijvoorbeeld de aarde. Beweegt het fluïdum met een uniforme snelheid dan is de kinetische energie van het medium per kg $\frac{v^2}{2}$ (Nm/kg).

$\langle v \rangle$ = gemiddelde snelheid van het fluïdum (m/s).

2.4.1. De energiebalans van een stationair stromende vloeistof in een buis.



Bij het opstellen van een energiebalans voor een buis gaan we uit van figuur 4. In figuur 4 wordt op een bepaalde plaats van de buis per kg stromende vloeistof een bepaalde hoeveelheid warmte toegevoegd.

Fig. 4. Opstellen van een energiebalans

Gaan we uit van de wet van behoud van energie dan kan voor de plaatsen 1 en 2 de volgende algemene energiebalans worden opgesteld:

$$U_1 + \frac{P_1}{\rho_1} + g \cdot h_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + q = U_2 + \frac{P_2}{\rho_2} + g \cdot h_2 + \frac{1}{2} v_2^2 \quad (18)$$

Substitutie van vergelijking 15' in 18 geeft:

$$H_1 + g \cdot h_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + q = H_2 + g \cdot h_2 + \frac{1}{2} v_2^2 \text{ of} \quad (19)$$

$$\Delta H = q - g \cdot (h_2 - h_1) - \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) \quad (\text{Nm/kg}) \quad (20)$$

Met vergelijking 20 kan de temperatuursverandering van een stromend fluïdum worden berekend. ($\Delta H = c_p \cdot \Delta T$)

Opmerking:

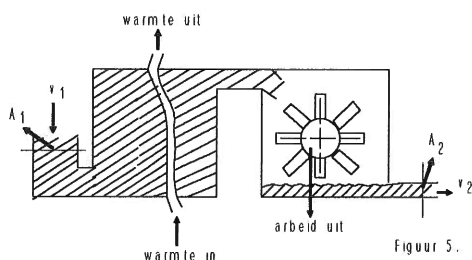
De vergelijkingen 18, 19 en 20 gelden alleen voor systemen die omgeven zijn door vaste wanden die niet van plaats kunnen veranderen, bijvoorbeeld buizen.

Voor een buis met een lengte dx (zeer korte buis) gaat vergelijking 20 over in:

$$dH + v \cdot dv + g \cdot dh = \delta q \quad (21)$$

Substitutie van vergelijking 16 in 21 geeft:

$$v \cdot dP + v \cdot dv + g \cdot dh + \delta E_w = 0 \quad (22)$$



We kunnen het systeem ook arbeid laten verrichten of arbeid aan het systeem toevoegen. In het eerste geval kunnen we denken aan het aandrijven van een turbine, W is positief, in het tweede geval levert de omgeving arbeid, bijv. een pomp of een roerwerk, aan het systeem, W is negatief (zie figuur 5).

In deze gevallen krijgen we de algemene vergelijking:

$$H_1 + g \cdot h_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + q - W = H_2 + \frac{1}{2} v_2^2 + g \cdot h_2 \quad \text{of} \quad \Delta H = q - W - g \cdot (h_2 - h_1) - \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) \quad (\text{Nm/kg}) \quad (23)$$

Deze vergelijking kan tevens worden gebruikt om de temperatuurverandering van het fluïdum in een stromend systeem te berekenen daar: $\Delta H = c_p \cdot \Delta T$

Voor een buis met een lengte dx wordt vergelijking 23:

$$dH = \delta q - \delta W - g \cdot dh - v \cdot dv$$

Voor een irreversibel proces is:

$$dH = \delta q + \delta E_w + \frac{dP}{\rho}$$

Uit deze twee vergelijkingen volgt:

$$v \cdot dP + v \cdot dv + g \cdot dh + \delta W + \delta E_w = 0 \quad (24)$$

Gaan we vergelijking 24 integreren tussen de punten 1 en 2 van een buis en de termen δE en δW sommeren dan krijgen we de algemene vergelijking voor stroming door buizen en kanalen of de totale-energiebalans.

$$\int_1^2 \frac{dP}{\rho} + \frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{2} v_1^2 + g \cdot h_2 - g \cdot h_1 + W + E_w = 0 \quad (25)$$

Voor niet-samendrukbare fluïda kunnen we voor de eerste term schrijven:

$$\int_1^2 \frac{dP}{\rho} = \frac{P_2 - P_1}{\rho}$$

Voor samendrukbare fluïda (gassen) krijgen we:

a. Voor isotherme processen:

$$\frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2} = \text{constant} \quad (\text{wet van Boyle})$$

De oplossing van de integraal wordt nu:

$$\int_1^2 \frac{dP}{\rho} = \frac{P_1}{\rho_1} \int_1^2 \frac{1}{P} dP \Rightarrow \frac{P_1}{\rho_1} \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (26)$$

b. Voor een isentropisch proces geldt:

$$\frac{P}{\rho^\kappa} = \frac{P_1}{\rho_1^\kappa} = \text{constant}. \quad \kappa = \frac{C_p}{C_v} \quad (\text{adiabatisch; 1}^\circ \text{ wet van Poisson}).$$

$$\int_1^2 \frac{dP}{\rho} = \int_1^2 \left(\frac{P_1}{\rho_1^\kappa} \cdot \frac{1}{P} \right)^{1/\kappa} dP \Rightarrow \frac{\kappa}{\kappa-1} \left(\frac{P_2}{\rho_2} - \frac{P_1}{\rho_1} \right) \quad (27)$$

Vergelijking 25 kan worden opgesteld tussen twee willekeurig gekozen referentiepunten van een willekeurig doorstroomd stationair systeem.

Bij verschillende toepassingen van vergelijking 25 kunnen we aannemen dat er geen warmteuitwisseling plaatsvindt met de omgeving, geen arbeid aan het systeem wordt geleverd of wordt onttrokken en er geen noemenswaardige wrijvingsverliezen optreden.

Worden deze factoren verwaarloosd dan gaat vergelijking 25 voor niet samendrukbare fluïda over in:

$$\boxed{\frac{P_1}{\rho_1} + g \cdot h_1 + \frac{1}{2} v_1^2 = \frac{P_2}{\rho_2} + g \cdot h_2 + \frac{1}{2} v_2^2} \quad (28)$$

Vergelijking 28 wordt de vergelijking van Bernoulli genoemd, terwijl vergelijking 25 wel bekend staat als de uitgebreide vergelijking van Bernoulli.

2.4.2. Drukhoogte, statische hoogte, snelheidshoogte.

Wanneer vergelijking 28 wordt gedeeld door g (valversnelling), ontstaat:

$$\frac{P_1}{\rho_1 \cdot g} + h_1 + \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} = \frac{P_2}{\rho_2 \cdot g} + h_2 + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} \quad (29)$$

In vergelijking 29 hebben alle termen de dimensie van hoogte (m).

In vergelijking 29 kunnen we onderscheiden:

$P/(\rho \cdot g)$ = de hoogte van een fluïdumkolom die door zijn gewicht een druk P uitoefent: de zgn. drukhoogte ("pressure head").

h = hoogte boven een willekeurig vlak; de zgn. potentiaalhoogte,

$\frac{1}{2}v^2/g$ = hoogte waarover het fluïdum vrij zou moeten vallen om de snelheid v te verkrijgen, deze wordt de snelheidshoogte genoemd ("velocity head").

De som van potentiaalhoogte en drukhoogte wordt statische (piëzometrisch) hoogte genoemd; $h + P/(\rho \cdot g)$ = statische hoogte ("static head").

Met behulp van voorgaande begrippen kunnen we eenvoudig de fysische betekenis van vergelijking 29 illustreren. Uit een voorraadvat dat van boven open is, laten we een vloeistof door een horizontale buis stromen, zie fig. 6.

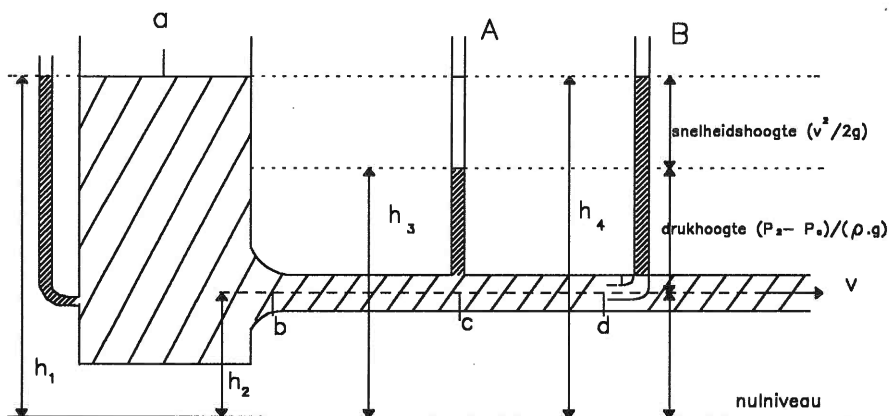


Fig. 6.

De buisingang is afgerond zodat daar geen energieverlies als gevolg van contractie optreedt.

Boven de vloeistof is de druk P_0 . In het voorraadvat is de vloeistof snelheid verwaarloosbaar (waarom?) terwijl de snelheid in de buis v m/s is.

De hoogte h_2 is de potentiaalhoogte, gemeten vanaf een referentieniveau.

De vergelijking van Bernoulli kan in fig. 6 op verschillende punten worden toegepast. Tussen a en c geldt:

$$h_1 = h_3 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} \quad (30)$$

Tussen c en b geldt:

$$h_2 + \frac{P_2}{\rho \cdot g} = h_3 + \frac{P_o}{\rho \cdot g} \quad (31)$$

$$h_3 - h_2 = \frac{(P_2 - P_o)}{\rho \cdot g}$$

Uit deze vergelijking volgt dat de vloeistofkolom $(h_3 - h_2)$ in manometer A de drukhoogte aangeeft.

Voor de vergelijking 30 en 31 kan worden geschreven:

$$h_1 - h_2 = (h_3 - h_2) + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}$$

Volgens deze vergelijking wordt de vloeistofkolom boven punt b omgezet in een kleinere vloeistofkolom en in een snelheidshoogte.

Door de vloeistof tegen een open buis te laten botsen zal voor de instroomopening een manometer B de vloeistof nagenoeg tot stilstand komen (instroming wordt belet door de tegendruk van de vloeistofkolom met hoogte $(h_4 - h_2)$).

Tussen d en b geldt:

$$h_2 + \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} = h_4 + \frac{P_o}{\rho \cdot g} \Rightarrow h_4 - h_2 = \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} + \frac{P_2 - P_o}{\rho \cdot g} \quad (32)$$

Tussen a en d geldt:

$$h_1 + \frac{P_o}{\rho \cdot g} = h_4 + \frac{P_o}{\rho \cdot g} \Rightarrow h_1 = h_4 \quad (33)$$

De vergelijkingen 32 en 33 geven:

$$h_1 - h_2 = \frac{P_2 - P_o}{\rho \cdot g} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} \quad (34)$$

Uit het bovenstaande volgt dat de vloeistofkolom $(h_4 - h_2)$ in manometer B de som van snelheidshoogte en drukhoogte aangeeft en dat deze hoogte gelijk is aan $(h_1 - h_2)$, de vloeistofkolom boven b. De snelheidshoogte bij 4 wordt omgezet in potentiaalhoogte.

De snelheidshoogte, die overeenkomt met $\frac{1}{2} \rho v^2$, wordt stuwdruk of snelheidsdruk genoemd.

Combineren we vergelijking 34 met 31 en vermenigvuldigen we de verkregen vergelijking met $\rho \cdot g$ dan krijgen we:

$$h_1 \cdot \rho \cdot g + P_o = h_2 \cdot \rho \cdot g + P_2 + \frac{1}{2} \rho v^2 = h_3 \cdot \rho \cdot g + P_o + \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$h_1 \cdot \rho \cdot g + P_o = P_{\text{statisch}} \text{ bij punt a.}$$

$$h_3 \cdot \rho \cdot g + P_o = P_{\text{statisch}} \text{ bij punt c.}$$

Uit deze vergelijkingen volgt:

$$P_1 (\text{statisch}) = P_3 (\text{statisch}) + \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$P_1 (\text{statisch}) = \text{totaaldruk zodat:}$$

Totaaldruk = statische druk + snelheids-, dynamische-, of stuwdruk.

Keren we terug naar de vergelijking van Bernoulli dan kunnen we stellen dat de som van statische + dynamische druk constant is, d.w.z. dat een vergroting van de snelheid van het fluïdum ten koste gaat van de statische druk en omgekeerd.

Algemeen gezegd:

De som van drukhoogte, snelheidshoogte en potentiaalhoogte (plaatshoogte) is in het stromingsveld van een ideale vloeistof langs een stroomlijn constant.

2.5. Toepassingen van de vergelijking van Bernoulli.

De vergelijking van Bernoulli maakt het ons mogelijk verscheidene problemen op een eenvoudige wijze op te lossen. Achtereenvolgens zullen worden besproken, de vrije uitstroming van een fluïdum uit een vat en de stroommeting. Dit laatste is van belang voor het meten van de hoeveelheid van een fluïdum, die door een leiding stroomt. Voor de stroommeting zijn verschillende methoden beschikbaar zoals hierna zal blijken.

2.5.1. Stroming van een vloeistof uit een gat.

Bij het uitstromen van een vloeistof uit een gat speelt de wrijving nauwelijks een rol.

Voor de berekening van de uitstroomsnelheid maakt men gebruik van de massabalans en de vergelijking van Bernoulli. We gaan uit van een vat met een gat in een verticale wand, fig. 7.1.

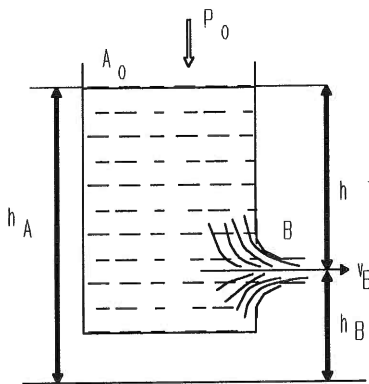


Fig. 7.1

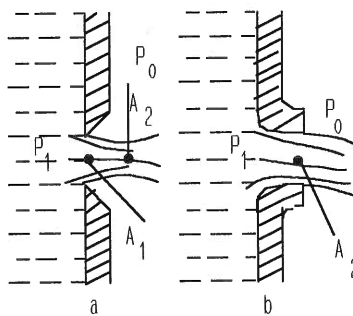


Fig. 7.2

De vloeistof stroomt uit het gat en vormt een vloeistofstraal. De massabalans levert op, dat een eind voor het gat, o.a. ook bij A_0 , de snelheid te verwaarlozen is ten opzichte van de snelheid in het gat. Hebben we te maken met een gat met scherpe randen, dan treedt direct na het gat contractie van de vloeistof op, fig. 7.2 a.

Als A_0 het oppervlak van de horizontale doorsnede van het vat is, A_1 het oppervlak van het gat en A_2 het oppervlak van de dwarsdoorsnede direct na de contractie dan is A_2/A_1 de contractiecoëfficiënt.

Bernoulli toegepast tussen een punt aan het bovenste vloeistofoppervlak, A_0 , en een punt in de gecontraheerde vloeistofstraal, B, fig. 7.1, geeft:

$$\frac{P_0}{\rho \cdot g} + h_B + \frac{1}{2} v_B^2 = \frac{P_0}{\rho \cdot g} + h_0 + 0;$$

P_0 = (atmosferische) druk (N/m^2).

Uitwerking van de vergelijking geeft:

$$v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (m/s) \Rightarrow Q_v = A_2 \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (m^3/s) \quad (35)$$

$Q_v = v \cdot A$; Q_v = volumestroom (m^3/s).

Uit vergelijking 35 volgt dat de snelheid bij B even groot wordt als wanneer de uitstromende vloeistof over een hoogte h vrij gevallen was.

Voor de berekeningen baseert men zich liever op het werkelijke oppervlak van het gat. Vergelijking 35 wordt dan:

$$Q_v = C_c \cdot A_1 \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

C_c = contractiecoëfficiënt; $C_c = A_2/A_1$ (fig. 7.2 a)

Daar bij de uitstroming er altijd sprake is van enige wrijving moet er een wrijvingscoëfficiënt worden ingevoerd. De vergelijking wordt:

$$Q_v = C_F \cdot C_c \cdot A_1 \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad of$$

$$Q_v = C \cdot A_1 \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (36)$$

C = doorstroomcoëfficiënt; $C = C_c \cdot C_F$

Voor het scherpe gat (fig. 7.2.a) is C_F praktisch 1, terwijl $C_c \approx 0,6$ bij voldoende grote snelheid.

Voor een afgerond gat met A_1 het kleinste oppervlak van de doorsnee is $C_F = 0,95$ à $0,99$ en $C_c = 1$ (fig. 7.2 b).

2.5.2. Stroming van een gas uit een vat.

Laat men gas horizontaal uit een reservoir stromen, waarin een druk P heerst, terwijl de druk buiten het vat P_o is, dan volgt uit de vergelijking van Bernoulli:

$$P_o + \frac{1}{2} \rho_o v^2 = P + 0 \quad (voorwaarde \quad \rho = \rho_o) \quad of$$

$$v = \sqrt{\frac{2(P - P_o)}{\rho_o}} \quad (37)$$

2.5.3. Stroommeters.

In veel gevallen willen we de volumestroom (debiet) of de snelheid meten van een fluidum dat door een pijp, kanaal of iets dergelijks stroomt. Van de vele methoden die daarvoor bestaan zullen er een aantal worden besproken die alle met de vergelijking van Bernoulli te behandelen zijn.

Bij het bespreken van de stroommeters beperken we ons tot de niet samendrukbare fluida. Voor de samendrukbare fluida moet voor het afleiden gebruik worden gemaakt van de formules 26 en 27.

2.5.4. Stuwpunt, stuw- of Pitotbuis.

Wordt in een stromingsveld een hindernis geplaatst dan kan men daarop een punt aanwijzen waar de stroming volledig tot rust komt, dus waar een snelheid nul heerst. De naar dit punt toegerichte stroomlijn splitst zich hier in een bundel over het lichaam lopende stroomlijnen. Dit punt noemt men stuwpunt.

De vergelijking van Bernoulli levert ons in dit geval:

$$P_1 + 0 = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 \text{ (is totaal druk).}$$

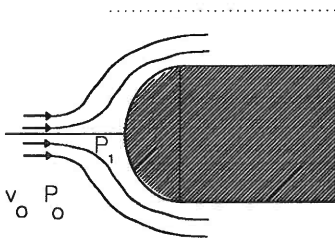


Fig. 8 Stuwpunt.

De druktoename:

$P_1 - P_0 = \frac{1}{2}\rho v_0^2$ noemt men stuw-
druk (een andere naam voor
snelheids of dynamische druk).
De kinetische energie wordt in
het stuwpunt volledig in druk-
energie omgezet.

Deze druktoename biedt de mo-
gelijkheid stroomsnelheden te
meten. Daarvoor gebruikt men
een stuwbuis (Pitotbuis, of
Prandtl-buis) fig. 9.

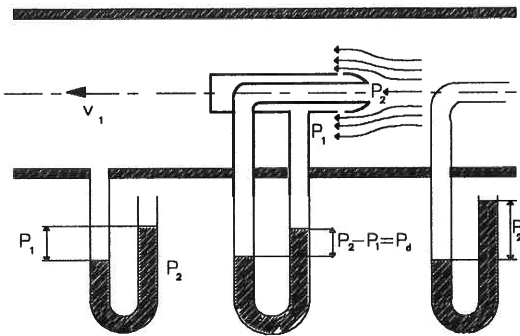


Fig. 9. Stuwbuis (Pitot-buis).

De buis dient voor het
meten van plaatselijke
stroomsnelheden. Om de
juiste snelheden te kun-
nen meten dient de buis
zo goed mogelijk evenwijdig
aan de stroomrichting
te worden geplaatst.

Op de kop komt de stro-
ming tot stilstand, men
meet daar de totaal druk.
Op de ringspleet wordt
bij benadering de stati-
sche druk gemeten.

Met een differentiaalmanometer bepaalt men direct de dynami-
sche druk:

$$P_{\text{totaal}} - P_{\text{statisch}} = \frac{1}{2}\rho v^2$$

De snelheid kan nu worden berekend:

$$v = \sqrt{2 \frac{\Delta P}{\rho}} \quad (38)$$

Afhankelijk van o.a. de plaats van de openingen in de buiten-
ste buis worden bij metingen in de praktijk resultaten gevon-

den die niet geheel overeenstemmen met vergelijking 38. Deze vergelijking moet worden voorzien van een correctiefactor waardoor deze overgaat in:

$$v = \beta \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (39)$$

Indien de Pitotbuis geconstrueerd is volgens Norm-voorschriften zal β in het algemeen slechts 1 à 2 % van 1 afwijken.

Het meten van de volumestroom met een Pitot-buis.

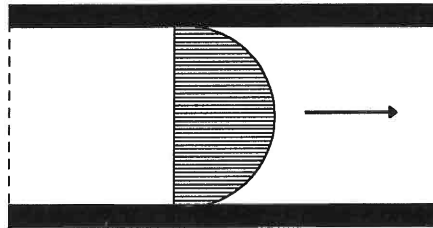


Fig. 9.1.

In hoofdstuk 2.5 wordt naar voren gebracht dat de snelheid in een buis over de doorsnee niet overal gelijk is. We hebben te maken met een zogenaamd snelheidsprofiel, fig. 9.1.

Een dergelijk snelheidsprofiel kunnen we meten met een Pitot-buis door de snelheid als functie van de diameter te gaan meten. Hebben we het snelheidsprofiel, dan kan daaruit de volumestroom Q_v worden berekend.

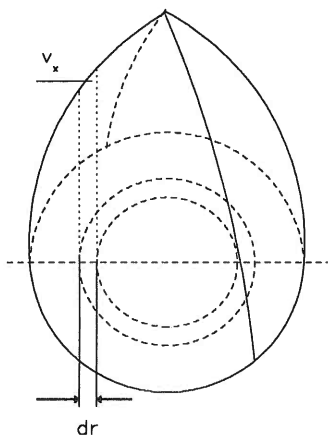


Fig. 9.2.

De berekening van Q_v gaat alleen op wanneer het snelheidsprofiel symmetrisch is. Bekijken we het snelheidsprofiel in drie dimensies dan krijgen we figuur 9.2. De inhoud van deze figuur verplaatst zich per tijdseenheid door de buis. De verplaatsing per eenheid van tijd komt overeen met een volumestroom bijv. in m^3/s . De inhoud ervan kunnen we als volgt bepalen. Neem van het grondoppervlak een gedeelte dr met een hoogte v_x . De inhoud van de zo verkregen cilinderwand is:

$$(\pi(r + dr)^2 - \pi r^2) \cdot v_x \text{ of}$$

$$(\pi \cdot r^2 + \pi \cdot 2 \cdot r \cdot dr + \pi \cdot dr^2 - \pi \cdot r^2) \cdot v_x$$

$$(\pi \cdot dr^2 \text{ kunnen we verwaarlozen})$$

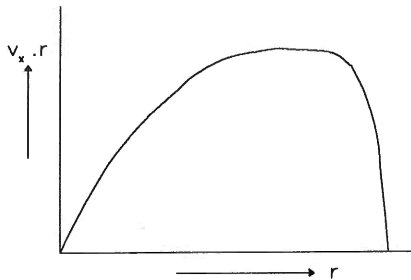
De inhoud van de cilinderwand wordt:

$$dQ_v = v_x \cdot dA; \quad dQ_v = v_x \cdot 2 \pi r dr$$

De inhoud van het volledige lichaam, de volumestroom, is:

$$Q_v = \int_0^R 2 \pi r v_x dr \quad \text{of} \quad Q_v = 2 \pi \int_0^R v_x r dr$$

Deze integraal is alleen oplosbaar indien v_x als functie van r bekend is, zoals bij laminaire stroming, zie paragraaf 2.9.



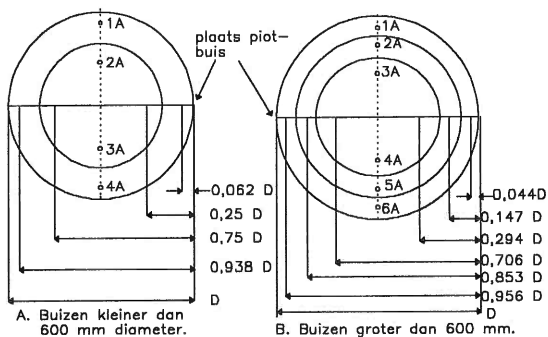
Bij turbulente stroming is de relatie tussen v_x en r vaak onbekend. In een dergelijk geval kan de vergelijking alleen opgelost worden door grafische integratie. Het produkt van v_x , bepaald met de Pitotbuis in de leiding op plaats r , met r wordt uitgezet tegen de afstand r van het midden van de buis (fig. 9.3).

Fig. 9.3.

Het oppervlak onder de grafiek maal 2π is dan de volumestroom Q_v .

Is het stromingsprofiel redelijk vlak (hoge turbulentie) dan wordt het bepalen van de volumestroom met de Pitot-buis ook vaak op de volgende wijze uitgevoerd.

Cilindervormige buizen (fig. 9.4).



Voor buizen met een diameter kleiner dan 600 mm wordt de snelheid op vier verschillende plaatsen gemeten nl. op:
0.062 D, 0.250 D, 0.750 D
0.938 D.

Voor buizen met een diameter groter dan 600 mm wordt op 6 verschillende plaatsen gemeten nl. op
0.044 D, 0.147 D, 0.294 D
0.706 D, 0.853 D en
0.956 D.

Fig. 9.4. Plaats van de meting van de snelheid in een buis met een Pitot-buis.

Uit de verkregen snelheden wordt de gemiddelde snelheid berekend. Door te vermenigvuldigen met het doorstroomoppervlak verkrijgt men het debiet Q_v .

Rechthoekige buis.

Voor rechthoekige buizen moeten de Pitot-buis metingen worden uitgevoerd op die plaatsen zoals is aangegeven in fig. 9.6. Het minimale aantal punten bij een goed gelijkvormig stromingsprofiel bedraagt:

0,0 <	doorstroomoppervlak <	0,2 m ²	4 plaatsen
0,2 <	„	< 2,25 m ²	12 plaatsen
2,25 <	„	< 20,00 m ²	20 plaatsen

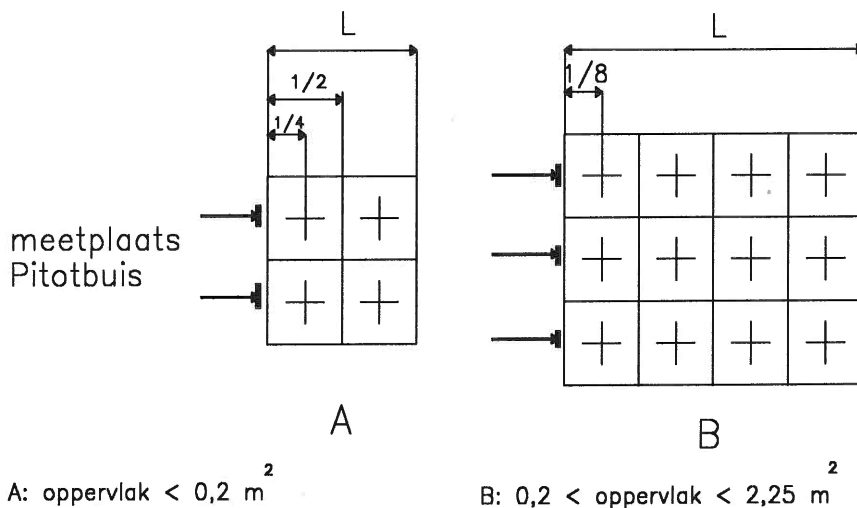
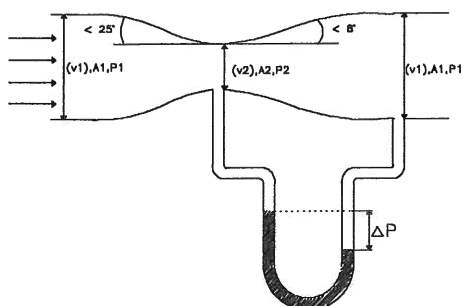


Fig. 9.6. Plaats van de snelheidsmeting met een Pitot-buis in een rechthoekige buis.

Uit de met de Pitotbuis verkregen snelheden wordt de gemiddelde snelheid berekend. De volumestroom is gemiddelde snelheid keer het doorstroomoppervlak.

2.5.5. De venturibuis.

De venturibuis bestaat uit een geleidelijke vernauwing (met een tophoek $< 25^\circ$) en daarna uit een nog geleidelijker verwijding (tophoek $< 8^\circ$), fig. 10.



Bij deze constructie is men er zeker van dat de stroming de begrenzing volgt en dat er geen wervels optreden. Voor een horizontaal geplaatste venturibuis geldt dan ook de Bernoulli-vergelijking voor een niet-samendrukbare vloeistof zonder wrijvingsverliezen, vergelijking 28.

Fig. 10 Venturibuis.

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2; \quad v_2^2 - v_1^2 = v_2^2 \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)$$

Ook geldt de massabalans:

$$Q_m = \rho \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho \cdot v_2 \cdot A_2$$

Hieruit volgt na eliminatie van v_1 en v_2 en na deling door ρ :

$$Q_v = \frac{Q_m}{\rho} = \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}} \quad (40)$$

A_1 en A_2 zijn gegeven door de constructie, zodat via het meten van $(P_1 - P_2)$ de massaflow berekend kan worden.

Men meet $(P_1 - P_2)$ meestal direct met een watermanometer.

De factor $\left(1 - (A_2/A_1)^2\right)^{-\frac{1}{2}}$, eventueel voorzien van een correctiefactor μ_w , wegens de toch nog aanwezige geringe energiedissipatie, noemt men de doorstroomcoëfficiënt α van de venturibuis.

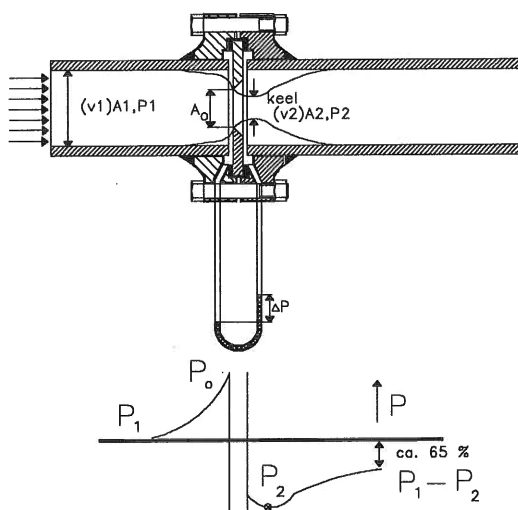
De waarde van μ_w is praktisch 1.

De factoren $\left(1 - (A_2/A_1)^2\right)^{-\frac{1}{2}}$ en de correctiefactor μ_w worden vaak als één factor geschreven nl. C_F .

Bij de fabricage van de venturibuis is een zorgvuldige afwerking vereist, zodat deze duurder in aanschaffing is dan de nog te behandelen meetschijf. Bovendien beslaat de venturibuis nogal wat lengte. Het grote voordeel is echter dat het drukverlies ten gevolge van energiedissipatie zeer klein is (niet meer dan 2 % van het gemeten drukverschil), zodat venturibuisen gebruikt worden als extra drukverliezen ontoelaatbaar zijn (bij zeer grote leidingen, bijv. water- en gasvoorziening).

2.5.6. Meetschijf of meetflens.

Bij een meetflens laat men het fluidum door een vernauwing stromen, die niet geleidelijk is maar plotseling, in de vorm van een in de stroming geplaatste schijf met een ronde opening erin, figuur 11.



Het verschil met de venturi is:

- door de abrupte vernauwing laat de stroming los van de wand en ontstaan aan de voor- en achterzijde van de flens wervels, die een aanzienlijke energiedissipatie geven en daardoor een drukverlies.
- de nauwste doorsnede, doorsnede A_2 , valt niet samen met de flens, doorsnede A_0 .

Fig.11. Meetflens met scherpe hoek.

Door de grote radiale versnelling vóór de flens neemt de doorsnede ná de flens nog af (contractie) tot de doorsnede A_2 ($= C_c \cdot A_0$), alvorens weer toe te nemen.

Het verband tussen massastroom en gemeten drukverschil wordt weergegeven door vergelijking 40. Hierin is A_2 vervangen door $C_c \cdot A_0$.

C_c = contractiecoëfficiënt.

$C_c = A_2/A_0$.

De factor:

$$\left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot A_2 \text{ wordt } C_c \cdot A_0 \left(1 - \left(C_c \cdot \frac{A_0}{A_1}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Deze factor maal de correctiefactor voor energiedissipatie, C_F , wordt de doorstroomcoëfficiënt α voor de meetflens genoemd.

De vergelijking voor de meetflens wordt nu:

$$Q_v = \alpha \cdot A_0 \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta P / \rho} \quad (m^3/s) \text{ of} \quad (41)$$

$$Q_m = \alpha \cdot A_0 \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta P \cdot \rho} \quad (kg/s) \quad (42)$$

ΔP is het gemeten drukverschil. Voor het transport van gassen moet nog een extra correctiefactor toegevoegd worden voor de compressibiliteit; deze factor ligt tussen 0,9 en 1,0.

De doorstroomcoëfficiënt α hangt af van:

a: het Reynoldsgetal, zie hoofdstuk 2.9.

b: de verhouding A_0/A_1 ,

c: de vorm van het gat en de afwerking van de rand,

d: de plaatsen waar P_1 en P_2 worden gemeten. In fig. 12 zien we een voorbeeld van het verloop van α met Reynolds (Re).

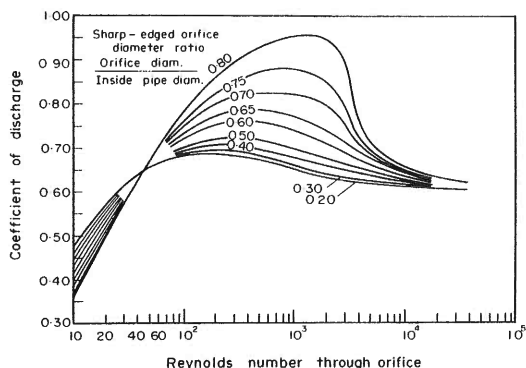


Fig.12 Doorstroomcoëfficiënt van een meetflens met scherpe kant. Voor $Re > 10^4$ is α constant ($\alpha = 0,62$)

Zowel bij een meetflens als venturibuis zijn de geometrische factoren genormaliseerd. Nauwkeurige voorschriften voor het ontwerpen en gebruiken van door stroommeters zijn o.a. te vinden in: VDI - Durchfluszmessregeln (DIN 1952).

Als men van getabelleerde waarden van α gebruik maakt, dient erop gelet te worden, dat men de voorgeschreven dimensionering nauwkeurig aanhoudt en dat de schuif zich op een afstand van $(20 - 50) \times D_1$ na een verstoring (bijv. bocht, afsluiter) bevindt en ca. $10 \times D_1$ voor een verstoring bevindt. Bij een zorgvuldige constructie kan de ijkcurve binnen ca.1 % voorspeld worden. Meetflenzen worden liefst zo gedimensioneerd dat men werkt in een gebied waar de doorstroomcoëfficiënt (α) constant is ($Re > 10^4$).

Een nadeel van het gebruik van een meetschijf is o.a. dat deze veel drukverlies in de leiding veroorzaakt. De extra kinetische energie van het stromende fluïdum in het gat wordt maar voor een gedeelte weer in druk omgezet (zie fig. 11).

2.5.7. Overloop met scherpe rand.

De overloop met scherpe rand, fig. 13, wordt gebruikt om vloeistofstromen te meten die in systemen met een vrij oppervlak stromen als goten, kanalen, beken, rivieren enz.

De vloeistof-stroom is een functie van de hoogte h van de vloeistofspiegel boven de rand. Ook voor de overloop is het wrijvingsverlies gering, zodat de vergelijking van Bernoulli toegepast kan worden.

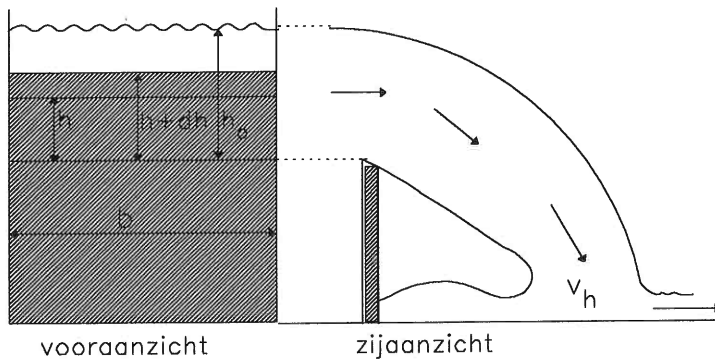


Fig. 13. Overloop met scherpe rand.

ovenstrooms is de statische druk: (P = druk op hoogte h)
 $P = P_o + \rho \cdot g \cdot (h_o - h)$, waarin P_o de omgevingsdruk is. De
snelheid bovenstrooms wordt verwaarloosbaar klein gedacht.

In de overlopende vloeistof is de druk overal P_o , terwijl de
snelheid in de stroomlijn ter hoogte h boven de rand v_h wordt
genoemd. Bernoulli geeft:

$$P_o + \rho \cdot g \cdot (h_o - h) = P_o + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_h^2 \text{ of}$$

$$v_h = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_o - h)}$$

Tussen h en $h + dh$ gaat een volumestroom van:

$$dQ_v = v_h \cdot b \cdot dh \quad (dQ_v = v_h \cdot dA)$$

De totale volumestroom wordt:

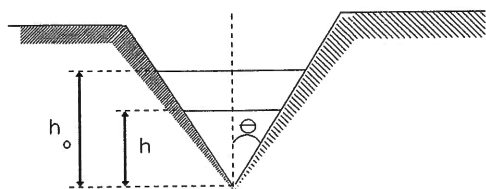
$$Q_v = b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \int_0^{h_o} (h_o - h)^{\frac{1}{2}} dh \text{ of } Q_v = \frac{2}{3} \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_o^3} \quad (43)$$

In de praktijk moet rekening worden gehouden met wat contrac-
tie- en wrijvingsverlies. Voor $b \gg h_o$ en $h_o > 0,01$ m wordt de
praktische formule:

$$Q_v = 0,59 \cdot b \cdot \sqrt{g \cdot h_o^3} \quad (44)$$

2.5.8. Driehoekige overloop.

De driehoekige overloop ("triangular notch" of Thomson meet-schot) is weergegeven in figuur 14.



De driehoekige overloop kan op dezelfde manier worden doorgerekend als de overloop met scherpe rand. Theoretisch geldt:

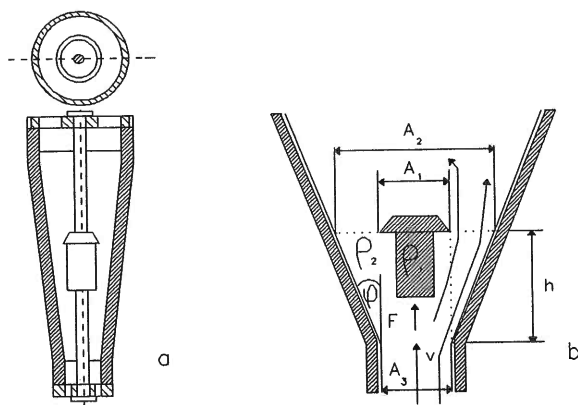
$$Q_v = 8/15 \cdot \tan \theta \sqrt{2 \cdot g} \cdot h_0^{2,5} \quad (45)$$

Fig. 14. Driehoekige overloop.

Ook vergelijking 45 moet wegens contractie en enige wrijvings- en compressieverliezen met een factor β worden vermenigvuldigd. In de praktijk is gewoonlijk $\theta = 45^\circ$ en de bijbehorende correctiefactor $\beta = 0,6$.

2.5.9. Rotameter.

In laboratoria is de rotameter een veel gebruikt instrument. Voor debiet metingen in niet te wijde buizen wordt de rotameter ook vaak toegepast in de industrie. De rotameter, figuur 15, bestaat uit een verticale buis met een naar boven toenemende doorsnede waarin zich een vlotter bevindt.



A_1 : de grootste dwarsdoorsnede van de vlotter ($\frac{1}{4}\pi d^2$);

A_b : de plaatselijke doorsnede van de buis $(\frac{1}{4}\pi (d+\Delta d)^2$;
 $\Delta d = 2 \cdot h \cdot \tan \varphi$;
 $\Delta d \approx 2 \cdot h \cdot \varphi$

Fig. 15. Rotameter.

De plaats van de vlotter, afgelezen op een in de buiswand geëtste schaalverdeling, is een maat voor de doorstromende hoeveelheid gas of vloeistof. De ruimte tussen de vlotter en de buiswand kan worden opgevat als een meetschijf met variabele doortocht.

De drukval over de vlotter is constant en ligt vast door de afmetingen en de massa van de vlotter. Hoe groter het debiet

hoe hoger de stand van de vlotter.

De druk aan de onderzijde van de vlotter is overal vrijwel P_0 en aan de bovenzijde P_1 . De kracht op de vlotter is:
 $F = (P_0 - P_1) \cdot A_1$;

De kracht van de vlotter moet evenwicht maken met het schijnbare gewicht van de vlotter. Volgens Archimedes:

$$\begin{aligned} F &= V (\rho_1 - \rho_2) \cdot g; \\ V &= \text{volume van de vlotter (m}^3\text{)} \\ \rho_1 &= \text{dichtheid van de vlotter (kg/m}^3\text{)} \\ \rho_2 &= \text{dichtheid van het fluïdum (kg/m}^3\text{)} \end{aligned}$$

$$\text{We krijgen nu: } (P_0 - P_1) \cdot A_1 = V \cdot (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \quad \text{---->} \quad (46)$$

$$\Delta P = (P_0 - P_1) = V \cdot (\rho_1 - \rho_2) \cdot g / A_1$$

Vergelijking 46 laat zien dat het drukverschil constant is. Stroomt door A_1 een vloeistof dan stijgt de vlotter. Naarmate de vlotter stijgt zal de vloeistofstroom en de gemiddelde vloeistofsnelheid toenemen. Tevens wordt h groter en de doortocht tussen vlotter en de wand ($A_b - A_1$). De grootte van de doortocht is een functie van de hoogte h . Hiervoor kan de volgende relatie worden afgeleid. Indien d de diameter van de vlotter is en $d + \Delta d$ de diameter van de buis dan krijgen we:

$$\begin{aligned} A_b &\approx \frac{1}{4} \pi (d + 2h\varphi)^2 = \frac{1}{4} (d^2 + 4dh\varphi + 4h^2\varphi^2) \\ A_1 &= \frac{1}{4} \pi d^2 = \frac{1}{4} \pi d^2 \quad (-) \end{aligned}$$

$$A_b - A_1 \approx \frac{1}{4} \pi (4h\varphi d + 4h^2\varphi^2)$$

Indien de hoek φ klein is zal $4 \cdot h^2 \cdot \varphi^2$ te verwaarlozen zijn t.o.v. $4 \cdot h \cdot \varphi \cdot d$ zodat:

$$A_b - A_1 \approx \pi \cdot h \cdot \varphi \cdot d \quad (47)$$

Volgens Bernoulli kan voor de vernauwing worden geschreven:

$$Q_v = \alpha (A_b - A_1) \sqrt{\frac{2(P_0 - P_1)}{\rho_2}} \quad (\text{zie vergel. 41}) \quad (48)$$

Vergelijking 46, 47 en 48 geeft:

$$Q_v = \alpha \cdot \pi \cdot h \cdot \varphi \cdot d \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot V \cdot (\rho_1 - \rho_2) \cdot g}{\rho_2 \cdot A_1}} \quad (49)$$

Indien α constant is dan volgt uit vergelijking 49 dat de volumestroom Q_v rechtevenredig is met h . De doorstroomcoëfficiënt, α , is echter afhankelijk van de gemiddelde vloeistofsnelheid en dus van het Re-getal en van de vorm van de vlotter, zie fig. 16. Uit deze figuur blijkt dat Q_v lineair toeneemt met de hoogte h bij hoge Re-getallen.

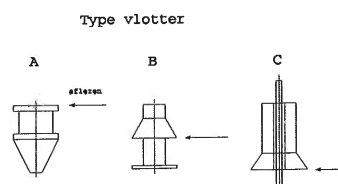
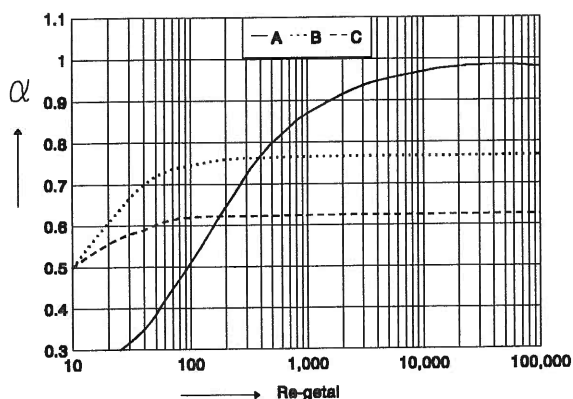
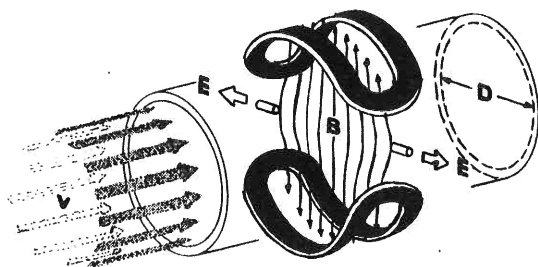


Fig. 16. Rotameter. α betrokken op doorstroomopp. ($A_b - A_1$)

2.5.10. Andere methoden om volumestromen te meten.

Naast de reeds genoemde stroommeters zijn er nog een aantal die voor uiteenlopende doeleinden kunnen worden gebruikt. Hiervan zullen in het kort een aantal worden besproken.

- Stralenschoepmeter; dit metertype bezit een schoepenrad dat door de stromende vloeistof in draaiende beweging wordt gebracht.
- Anemometers; voor het meten van de plaatselijke snelheid van stromende gassen in wijde kanalen, open ruimten etc. worden anemometers gebruikt. Een anemometer bestaat in hoofdzaak uit een schoepenwiel dat door middel van een koppeling verbonden kan worden met een telwerk.
- De natte gasmeter of trommelmeter; een in vier kamers verdeelde trommel, is zeer licht draaibaar om een horizontale as. De meetkamers zijn opgesteld in een gedeeltelijk met vloeistof gevuld cilindrisch huis.
- De droge gasmeter.
- Volumeters voor vloeistoffen: trommelmeters, zuigermeters, tuimelbakmeters, de ovalladmeter.
- De doseerpomp.
- De magnetische doorstroommeter: deze meter wordt steeds meer toegepast in de levensmiddelenindustrie. Zij bestaat uit een buisstuk waarin zich slechts twee elektroden bevinden, fig. 17.



E = voltsignaal
 D = diameter (afstand
 elektroden)
 v = vloeistofsnelheid
 B = magnetische in-
 ductie
 Q_v = volumestroom

Fig. 17. Magnetische doorstroommeter.

Het principe van een magnetische doorstroommeter berust op de wet van Faraday voor inductie. Een wisselend magnetisch veld, opgewekt in een spoel, wordt aangebracht in een vlak loodrecht op de stromingsrichting van de vloeistof. Wanneer dit magnetisch veld wordt doorsneden door een stromende vloeistof die elektrisch geleidt dan zal er spanning op de elektroden ontstaan. Deze spanning is recht evenredig met de magnetische inductie, B , de snelheid van de vloeistof en de diameter D (elektrode afstand):

$$E = B \cdot D \cdot v.$$

Indien B (magnetische inductie) en D (buisdiameter) constant zijn is de spanning E recht evenredig met v . Door te integreren over het stromingsprofiel in de buis zal blijken dat de spanning op de elektroden recht evenredig is met de volumestroom.

h. De vortexmeter.

Deze meter is gebaseerd op de natuurlijke oscillatie die bij stroming van vloeistoffen om lichamen ontstaat (zie hoofdstuk 3). Deze oscillatie wordt overgebracht op een meetelement zoals is aangegeven in fig. 18.

Over een bepaald gebied van Re -getallen blijkt de frequentie van de trillingen recht evenredig te zijn met de volumestroom in de buis. De meter kan worden toegepast voor vloeistoffen met snelheden van 0,3 - 4,5 m/s.

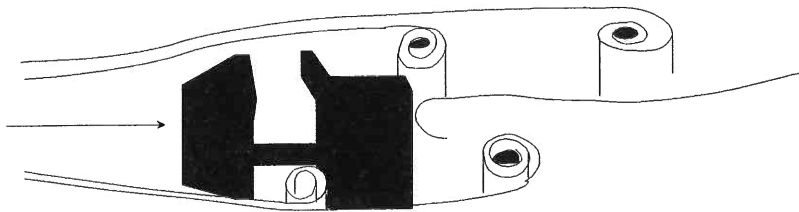


Fig. 18a Principe vortexmeter.

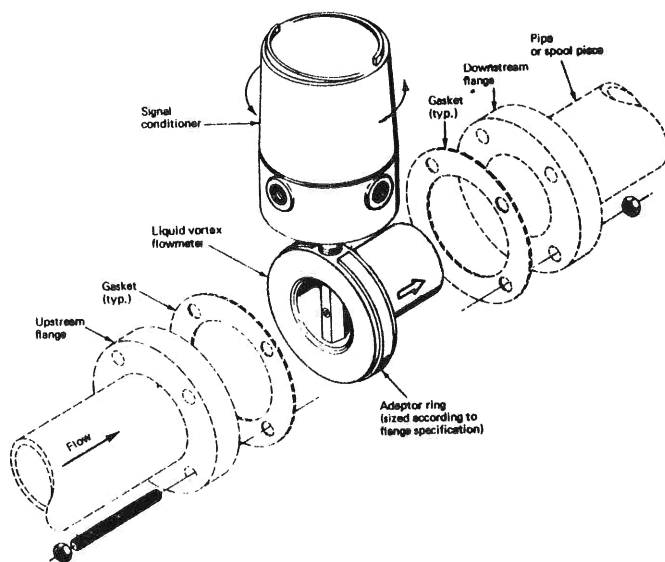


Fig. 18b Vortexmeter.

2.6. Impuls.

Wordt op een lichaam met een massa m een kracht F uitgeoefend gedurende een tijd Δt dan dragen we op dit lichaam impuls over. Als gevolg hiervan verandert de snelheid van het lichaam. De snelheidsverandering is des te groter naarmate de kracht F groter is, de tijd Δt gedurende welke de kracht werkt groter is, en naarmate de massa m van het lichaam kleiner is. Het blijkt dat $m \cdot \Delta v$ evenredig is met $F \cdot \Delta t$.

Bij een juiste keuze van de eenheden kunnen we de evenredigheidsconstante 1 maken zodat $F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$.

$F \cdot \Delta t$ is de overgedragen impuls

$m \cdot \Delta v$ is de verandering van de hoeveelheid van beweging

Uit bovenstaande volgt dat impuls en hoeveelheid van beweging identiek zijn. Daar de kracht F en de snelheid v vectoren zijn, is ook impuls een vectorgrootheid.

De identiteit van impuls en hoeveelheid van beweging kan direct uit de eerste hoofdwet van de mechanica ($F = m \cdot a$) worden afgeleid.

De versnelling $a = dv/dt$ zodat $F = m \cdot dv/dt$ of

$$\vec{F} = \frac{d m \vec{v}}{dt}; \quad \text{impuls} = m \vec{v} = \vec{p}$$

$$\int_0^{\Delta t} F dt = \int_0^{\Delta v} m dv \quad \text{of} \quad F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$$

Hebben we twee lichamen, 1 en 2, met resp. massa's van m_1 en m_2 en snelheden van v_1 en v_2 en laten we deze lichamen met elkaar botsen dan krijgen we het volgende. Gedurende een zeer korte tijd, Δt , wordt een kracht F_1 uitgeoefend door lichaam 1 op lichaam 2. Omgekeerd oefent lichaam 2 op lichaam 1 een kracht F_2 uit. Deze krachten zijn in absolute waarde gelijk maar in richting tegengesteld: $F_1 = -F_2$ of actie + reactie = 0.

Voor lichaam 1 geldt:

$$\int_0^{\Delta t} F_2 dt = \int_0^{\Delta v} m_1 dv = m_1 \cdot \Delta v_1$$

Voor lichaam 2 geldt:

$$\int_0^{\Delta t} F_1 dt = \int_0^{\Delta v} m_2 dv = m_2 \cdot \Delta v_2$$

Daar $F_1 + F_2 = 0$ geldt $m_1 \cdot \Delta v_1 + m_2 \cdot \Delta v_2 = 0$, m.a.w. de gezamenlijke hoeveelheid van beweging van de lichamen is vòòr de botsing, gedurende de botsing en na de botsing constant.

In een afgesloten systeem dat geen wisselwerking heeft met zijn omgeving, is de totale hoeveelheid van beweging (impuls) constant. Dit is de Wet van behoud van impuls.

Bij open systemen, waar we in de praktijk het meest mee te maken hebben, heeft er wel een wisselwerking met de omgeving plaats, zodat er impuls toegevoerd of afgevoerd kan worden. In principe kan dit op twee manieren plaatsvinden:

- a. door op het systeem van buitenaf een kracht uit te oefenen.
(de hoeveelheid massa van het systeem blijft hierbij constant);
- b. door van buitenaf massa toe te voeren of af te voeren.
(deze massa zal een hoeveelheid impuls bezitten, die met de massa van het systeem toe- of afgevoerd wordt).

Door met beide manieren van impulsverandering rekening te houden kunnen we voor een willekeurig systeem een impulsbalans opstellen.

Voor een doorstroomd systeem kan de ingaande massastroom impuls toevoeren en de uitgaande stroom impuls afvoeren.

De toe- of afname van impuls per tijdseenheid is nu gelijk aan de kracht F , die uitwendig op ons stelsel werkzaam is. Immers de enige manier om de snelheid van een massaelement te wijzigen is het uitoefenen van een kracht. De krachten die van buitenaf op een stelsel kunnen werken zijn voor een doorstroomend systeem:

- a. drukkrachten op de begrenzingen van het volume;
- b. wrijvingskrachten langs de vaste wanden van het volume;
- c. krachten af te leiden van potentialen (bijv. zwaartekracht).

In een stationaire stroming is de impulstoename per tijdseenheid gelijk aan het verschil tussen uittredende en intredende impuls per tijdseenheid ofwel:

$$F = \frac{d mv_2}{dt} - \frac{d mv_1}{dt} \text{ of algemeen: } \sum F = \frac{d mv}{dt}$$

Per eenheid van volume in een stromend fluïdum is de impuls:

$$m \cdot v \cdot \rho / m = \rho \cdot v$$

De snelheid v heeft in een rechthoekig coördinatenstelsel drie componenten: v_x , v_y en v_z , zodat de impuls drie componenten heeft: $\rho \cdot v_x$, $\rho \cdot v_y$ en $\rho \cdot v_z$.

Deze drie hoeveelheden van beweging per eenheid van volume kunnen we opvatten als impulsconcentraties.

Uit de algemene macrobalans van paragraaf 2.2. volgt de impulsbalans voor niet-stationaire systemen (x-richting):

$$V \frac{d\rho v_x}{dt} = Q_{v,in} \cdot (\rho \cdot v_x)_{in} - Q_{v,uit} \cdot (\rho \cdot v_x)_{uit} + \sum F_x$$

De impulsbalans voor stationaire stroming: ($d\rho v_x/dt = 0$ (geen ophoping van impuls))

$$\Sigma F_x = Q_{v,uit} \cdot (\rho \cdot v_x)_{uit} - Q_{v,in} \cdot (\rho \cdot v_x)_{in}$$

$$\Sigma F_y = Q_{v,uit} \cdot (\rho \cdot v_y)_{uit} - Q_{v,in} \cdot (\rho \cdot v_y)_{in}$$

$$\Sigma F_z = Q_{v,uit} \cdot (\rho \cdot v_z)_{uit} - Q_{v,in} \cdot (\rho \cdot v_z)_{in}$$

Alle termen in bovenstaande impulsbalansen hebben de dimensie van kracht (N).

2.6.1. Toepassingen van de impulsbalans.

De impulsbalans kan voor vele technische problemen worden toegepast zoals bij het ontwerpen van pompen, turbines, propellers enz. Ook bij stroming in pijpen hebben we te maken met impuls. We kunnen o.a. denken aan het berekenen van krachten in bochtstukken, verwijdingen en vernauwingen van leidingen enz. als toepassing van de impulsbalans.

2.6.2. De impulsbalans toegepast op een buis die onder een hoek van α staat.

Voor een hellende buis, fig. 19, wordt de impulsbalans voor stationaire stroming in x-richting over het volume V:

$$\Sigma F_x (= \frac{d(m \cdot v_x)}{dt}) = Q_{v,uit} (\rho \cdot v_x)_{uit} - Q_{v,in} (\rho \cdot v_x)_{in} \quad (50)$$

De som van de krachten die op het systeem werken zijn:

$$\Sigma F_x = (P_{in} - P_{uit}) \cdot A - F_{w,x} + V \cdot \rho \cdot g \cdot \cos \alpha$$

De overige drukkrachten op de vaste wanden heffen elkaar op.

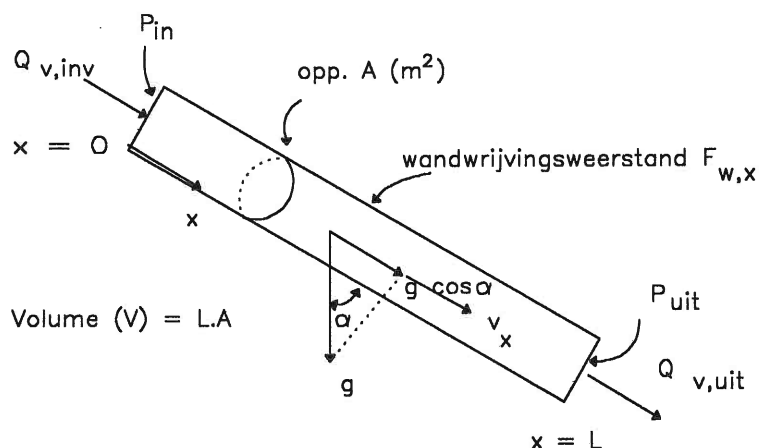


Fig. 19 Stroming door een hellende buis.

2.6.3. Een kracht uitgeoefend op een bochtstuk.

Indien in een leiding met een bocht een vloeistof stroomt kan men belang stellen in de kracht die de vloeistof op de bocht uitoefent. Het weten van deze kracht kan van belang zijn voor de ophanging van de leiding op de juiste plaats, voor het bevestigen van de leiding en voor het nagaan van breukken in nabij gelegen lasplaatsen of flenzen. In fig. 20 is schematisch een bocht aangegeven. Op de plaatsen 1 en 2 gaat de bocht over in een rechte pijp. De bocht ligt horizontaal.

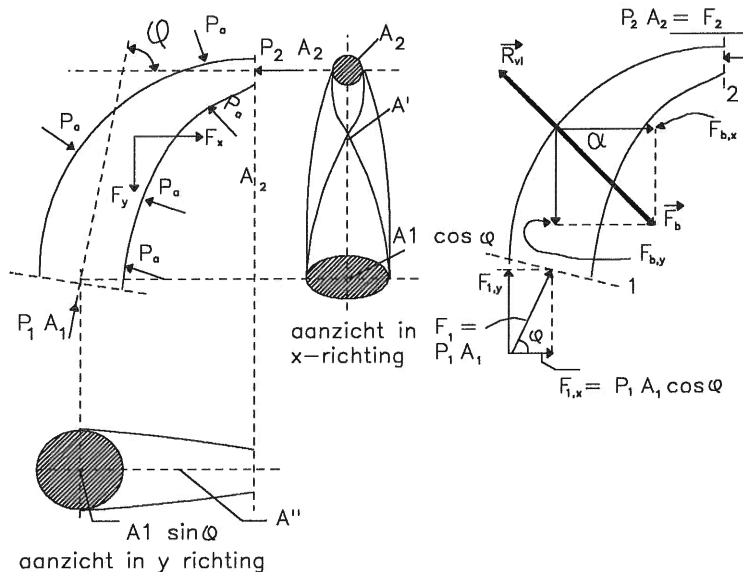


Fig. 20 Horizontale bocht.

We veronderstellen dat de stroming stationair is, het fluïdum wrijvingsloos stroomt en met een homogene snelheidsverdeling door het bochtstuk stroomt. De denkbeeldige scheidingsvlakken A_1 en A_2 zijn loodrecht op de stroomrichting gekozen. De hoek die een loodlijn A_1 maakt met een loodlijn A_2 is φ . Buiten de bocht heerst de atmosferische druk P_a .

Bij 1 is de snelheid v_1 , het opp. A_1 en de absolute druk P_1 .
Bij 2 is de snelheid v_2 , het opp. A_2 en de absolute druk P_2 .

Bij een stationair stromen van het fluïdum moet er zowel in de x- als y-richting een krachtenevenwicht zijn. De impulsbalans geeft voor deze situatie:

$$\Sigma F_x (= \frac{d m v_x}{dt}) = Q_{v,uit}(\rho \cdot v_2)_{uit} - Q_{v,in}(\rho \cdot v_1) \cos \varphi$$

De som van de krachten die op het systeem werken zijn:

$$\sum F_x = F_{bx} + P_1 \cdot A_1 \cdot \cos\varphi - P_2 \cdot A_2$$

De kracht die door de vloeistof in de x-richting op de bocht wordt uitgeoefend, F_{bx} , is:

$$F_{bx} = \rho_2 \cdot v_2^2 \cdot A_2 - \rho_1 \cdot v_1^2 \cdot A_1 \cdot \cos\varphi + P_2 \cdot A_2 - P_1 \cdot A_1 \cdot \cos\varphi$$

Bij niet-samendrukbare fluïda is ρ constant en $v_2 = A_1/A_2 \cdot v_1$. F_{bx} wordt nu:

$$F_{bx} = \rho \cdot v_1^2 \cdot A_1 \cdot \left(\frac{A_1}{A_2} - \cos\varphi \right) + P_2 \cdot A_2 - P_1 \cdot A_1 \cdot \cos\varphi \quad (51)$$

De impulsbalans voor de y-richting wordt onder dezelfde omstandigheden:

$$F_{by} = \rho \cdot v_1^2 \cdot A_1 \cdot \sin\varphi + P_1 \cdot A_1 \cdot \sin\varphi \quad (52)$$

Heeft het bochtstuk overal dezelfde doorsnede en is de druk en snelheid constant over de gehele lengte dan krijgen we:

$$F_{bx} = (P + \rho \cdot v^2) \cdot (1 - \cos\varphi) \cdot A \quad (53)$$

$$F_{by} = (P + \rho \cdot v^2) \cdot A \cdot \sin\varphi \quad (54)$$

Is het bochtstuk haaks dan is $F_{bx} = F_{by}$. We krijgen dan:

$$F_{bx} = F_{by} = A \cdot (P + \rho \cdot v^2) \quad (55)$$

F_{bx} en F_{by} zijn de krachten die door de vloeistof op het bochtstuk worden uitgeoefend.

Om de krachten, uitgeoefend door flenzen of lassen op het bochtstuk, te kunnen berekenen gaan we weer uit van een krachtenevenwicht die er zowel in x- als y-richting aanwezig is. Stel A' is het geprojecteerde oppervlak van het bochtstuk in de x-richting en A'' het geprojecteerde oppervlak van het bochtstuk in de y-richting, fig. 20.

De kracht die door de vloeistof in de x-richting op de bocht wordt uitgeoefend, F_x , is:

$$F_x = \rho \cdot v_2^2 \cdot A_2 + P_2 \cdot A_2 - \rho_1 \cdot v_1^2 \cdot A_1 \cdot \cos\varphi - P_1 \cdot A_1 \cdot \cos\varphi - P_a(A' + A_2) + P_a(A' + A_1 \cos\varphi)$$

Voor de y-richting geldt:

$$F_y = \rho \cdot v_1^2 \cdot A_1 \cdot \sin\varphi + P_1 \cdot A_1 \cdot \sin\varphi + P_a \cdot A'' - P_a (A_1 \cdot \sin\varphi + A'')$$

Daar $\rho \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho \cdot v_2 \cdot A_2$ krijgen we:

$$F_x = \rho \cdot v_1^2 \cdot A_1 \left(\frac{A_1}{A_2} - \cos\varphi \right) + P_2 \cdot A_2 - P_1 \cdot A_1 \cdot \cos\varphi + P_a (A_1 \cdot \cos\varphi - A_2) \quad (56)$$

en

$$F_y = \rho \cdot v_1^2 \cdot A_1 \cdot \sin\varphi + P_1 \cdot A_1 \cdot \sin\varphi - P_a \cdot A_1 \cdot \sin\varphi \quad (57)$$

F_x en F_y zijn de krachten die nodig zijn om het doorstroomde bochtstuk op zijn plaats te houden. Deze krachten verschillen resp. een factor $P_a \cdot (A_1 \cdot \cos\varphi - A_2)$ en $-P_a \cdot (A_1 \cdot \sin\varphi)$ van F_{bx} en F_{by} de krachten die door de vloeistof op het bochtstuk worden uitgeoefend.

2.6.4. Stroming door een plotselinge verwijding.

Wanneer de diameter van een buis plotseling toeneemt, fig. 21, zal het effectieve doorstroomoppervlak geleidelijk toenemen waarbij de vloeistofsnelheid zal afnemen.

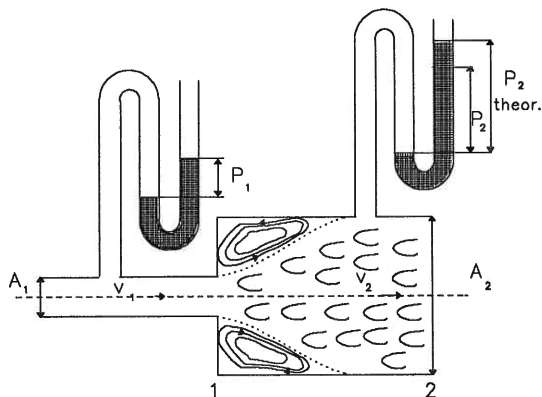


Fig. 21. Plotselinge verwijding.

De vloeistof met een relatief hoge snelheid komt in aanraking met een vloeistof met een relatief lage snelheid, hetgeen hoge snelheidsgradiënten in radiale richting veroorzaakt waardoor wervelingen ontstaan. Er ontstaan steeds nieuwe wervelingen; de oudere wervelingen dempen langzaam uit door visceuse wrijving en geven aanleiding tot visceuse energiedissipatie. Er zal dus een blijvend drukverlies optreden.

Bij 1 is de absolute druk nagenoeg gelijk aan P_1 en bij 2 is de absolute druk P_2 . Uit de vergelijking van Bernoulli kan worden afgeleid dat de druk bij 2 groter is dan bij 1, ook wanneer in de vergelijking van Bernoulli de wrijving wordt meegenomen. Door het drukverschil tussen 1 en 2 zal een terugstroming langs de wand ontstaan van 2 naar 1. Deze terugstroming werkt mede het ontstaan van wervelingen in de hand.

Voor een plotselinge verwijding luidt de impulsbalans:

$$\Sigma F_x (= \frac{d(m \cdot v_x)}{dt}) = \rho \cdot v_2^2 \cdot A_2 - \rho \cdot v_1^2 \cdot A_1$$

De som van de krachten die op het systeem werken zijn:

$$\Sigma F_x = P_1 \cdot A_1 - P_2 \cdot A_2 + F_x'$$

Voor de plotselinge verwijding kan nu worden geschreven:

$$\rho \cdot v_1^2 \cdot A_1 - \rho \cdot v_2^2 \cdot A_2 + P_1 \cdot A_1 + F_x' = 0$$

Daar $D_2 \gg D_1$ zal direct achter de ringvormige afsluiter de druk nagenoeg gelijk zijn aan P_1 en kleiner dan P_2 .

De kracht F_x' kunnen we nu definiëren als de kracht die op de stroming wordt uitgeoefend door de ringvormige afsluiting.

Deze kracht is gelijk aan: $F_x' = P_1 \cdot (A_2 - A_1)$

Tezamen met de massabalans ($\rho \cdot v \cdot A = \text{constant}$) vindt men door substitutie de vergelijking:

$$P_2 - P_1 = \rho \cdot v_1^2 \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot (1 - \frac{A_1}{A_2})$$

Om het (mechanisch) energieverlies over de plotselinge verwijding te kunnen voorspellen maken we gebruik van de uitgebreide vergelijking van Bernoulli. Wanneer we uitgaan van een turbulente stroming, zie hoofdstuk 2.9, wordt dit energieverlies hoofdzakelijk bepaald door het kinetisch energieverlies. In het geval van turbulente stroming wordt de uitgebreide vergelijking van Bernoulli:

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 + (P_2 - P_1) + \Delta P_F = 0$$

Door substitutie van het drukverschil van de uitgebreide vergelijking van Bernoulli in voorgaande vergelijking en vervanging van v_2^2 door v_1^2 krijgen we met behulp van de massabalans voor het mechanisch verlies:

$$\Delta P_F = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(\frac{A_1}{A_2} - 1 \right)^2 \left(\frac{N}{m^2} \right) \quad (58)$$

Voor deze vergelijking wordt vaak geschreven:

$$\Delta P_F = K_w \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \quad ; K_w = \left(\frac{A_1}{A_2} - 1 \right)^2 \quad (59)$$

K_w is een dimensieloos weerstandsgetal

Uit vergelijking 59 volgt dat bij turbulente stroming het

energieverlies wordt bepaald door het kinetisch energieverlies. Dit energieverlies is gelijk aan het ideale drukverschil over de buizen d.w.z. indien geen energieverlies optreedt, minus het reële drukverschil.

Indien de verwijding niet plotseling, maar zeer geleidelijk optreedt heeft men te maken met een zgn. diffusor waarin nagenoeg alle kinetische energie wordt omgezet in arbeid. De beste resultaten verkrijgt men door via een overgang door middel van een afgeknotten kegel met een tophoek kleiner dan 7° , figuur 22. Bij een dergelijke diffusor treden geen wervels en geen terugstroming op, zie ook hoofdstuk 2.10.

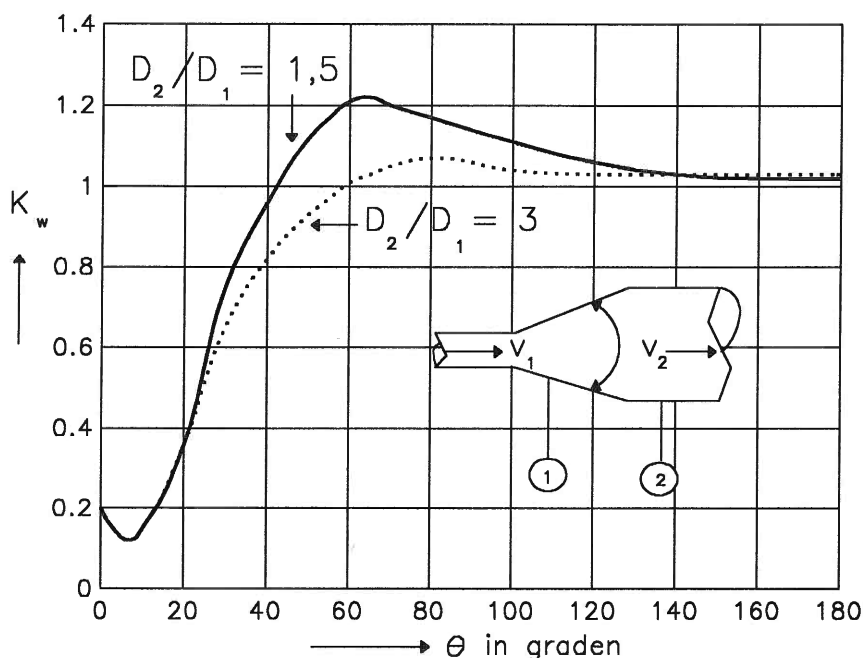


Fig. 22. K_w -waarden voor een diffusor.

$$\Delta P_F = K_w' \cdot \left(\frac{A_1}{A_2} - 1 \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

2.6.5. Plotselinge vernauwing.

Ook bij stroming door een plotselinge vernauwing treedt energieverlies op, doordat na de vernauwing nog een verdere contractie van de straal optreedt en er dan plaatselijk wervels ontstaan, waar mechanische energie wordt gedissipeerd. De grootte van het energieverlies hangt af van de mate van contractie, fig. 23.

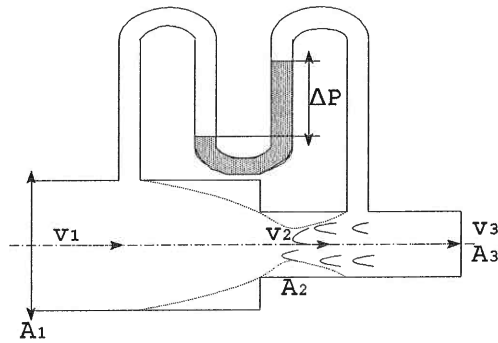


Fig. 23. Plotselinge vernauwing.

Voor de contractie is er nagenoeg geen energieverlies. Na de contractie is het energieverlies nagenoeg hetzelfde, als wanneer er een plotselinge verwijding zou optreden van A_2 naar A_3 . Voor de punten 2 en 3 geldt dan ook:

$$P_3 - P_2 = \rho \cdot v_2^2 \cdot \frac{A_2}{A_3} \left(1 - \frac{A_2}{A_3}\right) = \frac{1}{2} \rho v_3^2 \left(2 \cdot \frac{A_3}{A_2} - 2\right)$$

De energiebalans toegepast tussen 1 en 2 geeft bij verwaarlozing van de wrijvingsverliezen:

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) = \frac{1}{2} \rho v_3^2 \left(\left(\frac{A_3}{A_1}\right)^2 - \left(\frac{A_3}{A_2}\right)^2 \right)$$

de twee vergel. opgeteld geeft

$$P_3 - P_1 = \frac{1}{2} \rho \cdot v_3^2 \left(\left(\frac{A_3}{A_1}\right)^2 + 2 \cdot \frac{A_3}{A_2} - 2 - \left(\frac{A_3}{A_2}\right)^2 \right)$$

$$P_3 - P_1 = \frac{1}{2} \rho \cdot v_3^2 \left(\left(\frac{A_3}{A_1}\right)^2 - 1 - \left(1 - \frac{A_3}{A_2}\right)^2 \right)$$

De energiebalans toegepast tussen 1 en 3 levert:

$$\frac{1}{2} v_3^2 - \frac{1}{2} v_1^2 + \frac{1}{\rho} (P_3 - P_1) + E_w = 0$$

Hieruitvolgt na substitutie van $P_3 - P_1$ en van de massabalans:

$$\Delta P_F = \frac{1}{2} \rho v_3^2 \left(1 - \frac{A_3}{A_2}\right)^2 \quad \text{of} \quad (60)$$

$$\Delta P_F = K_w \cdot \frac{1}{2} \rho v_3^2 \quad (N/m^2)$$

K_w is betrokken op één na hoogste snelheid v_3 en niet op de hoogste snelheid v_2 omdat v_2 en A_2 niet bekend zijn. In het algemeen moet K_w voor een contractie experimenteel worden bepaald.

Weerstandsgetallen als functie van de verhouding A_3/A_1 zijn weergegeven in figuur 24 voor water.

Wordt de curve geëxtrapoleerd naar $A_3/A_1 = D_3/D_1$ is nul dan wordt de K_w -waarde ca. 0,4. We kunnen dit geval vergelijken met het uitstromen uit een tank, fig. 25 a. Is de aansluiting van de leiding op de tank afgerond op ca. 1/7 van de pijpdiameter dan varieert K_w van ca. 0,01 tot 0,05, figuur 25 b.

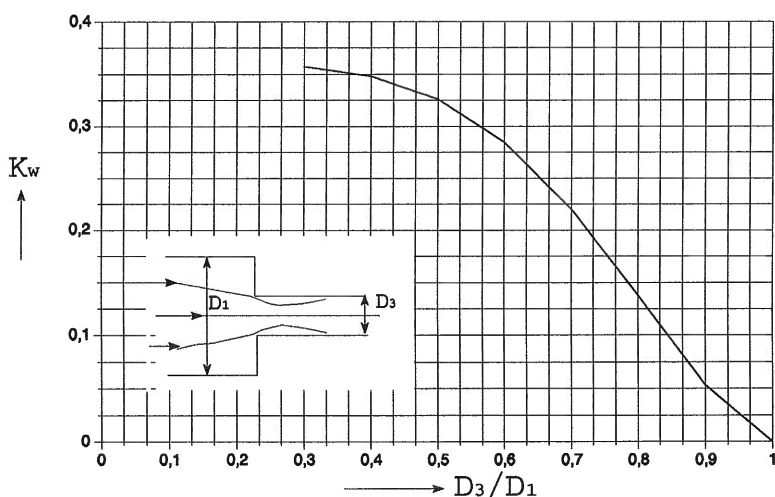


Fig. 24. K_w -waarde voor water stromend door een plotselinge vernauwing.

Stroomt het fluïdum via een leiding naar buiten zoals aangegeven in fig. 25 c dan bedraagt de K_w -waarde ca. 0,8 tot 1,0.

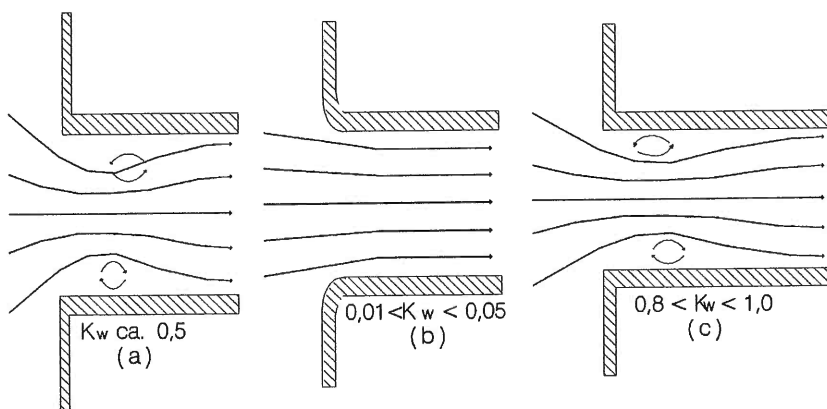


Fig. 25 K_w -waarden voor pijpstukken.

2.7. Inwendige wrijving van vloeistoffen.

Bij de toepassing van de vergelijking van Bernoulli is er steeds vanuit gegaan dat de vloeistof of het gas geen inwendige wrijving vertoont. In werkelijkheid is dit wel het geval waardoor tijdens het stromen een drukverlies zal optreden.

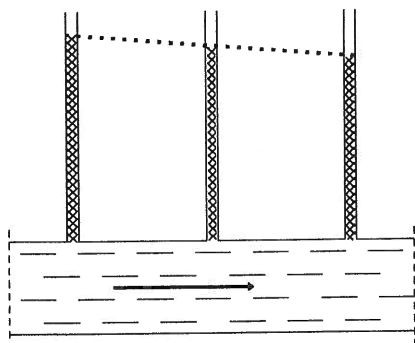


Fig. 26 Drukverlies in een buis.

In figuur 26 is voor een horizontale buis over een pijplengte het drukverlies weergegeven van een stromend fluïdum. Wanneer het fluïdum een "ideaal fluïdum", een fluïdum zonder inwendige wrijving, zou zijn, dan zou in het geheel geen drukverlies optreden.

De aard van de inwendige wrijving blijkt uit het volgende gedachten experiment. Tussen twee oneindig uitgebreide evenwijdige platen met een onderlinge afstand d bevindt zich een fluïdum, figuur 27.

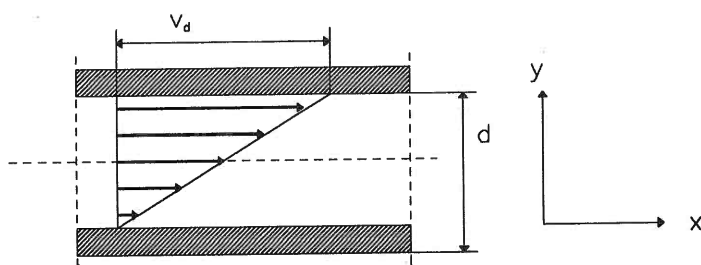


Fig. 27.

De richting v_0 nemen we als richting van de x-as, de y-as nemen we loodrecht op de platen, waarbij $y = 0$ op de stilstaande plaat betrekking heeft.

Op het tijdstip $t = 0$ laten we de bovenste plaat met een constante snelheid v_0 in horizontale richting bewegen. De onderste plaat wordt op zijn plaats gehouden.

Van een dun vloeistoflaagje vlak onder de bewegende plaat wordt aangenomen dat deze "plakt" aan de plaat. Dit geldt ook voor het vloeistoflaagje tegen de onderste plaat.

Direct na $t = 0$ wordt het onderste laagje door de bovenste plaat meegesleurd, de rest van de vloeistof is dan nog in rust. Het bewegende vloeistoflaagje zal een onderliggende laag in beweging brengen enz.. De onderste plaat, die in rust

wordt gehouden, zal een remmende werking uitoefenen op de vloeistof. Het laagje op de onderste plaat heeft een snelheid $v = 0$.

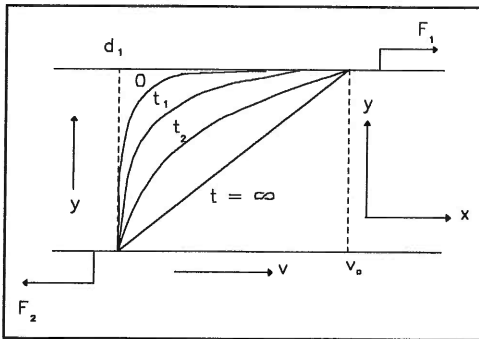


Fig. 28

Van de bovenste naar de onderste plaat zal de vloeistofsnelheid afnemen.

Vanaf $t = 0$ zijn de snelheidsprofielen waar te nemen als aangegeven in fig. 28.

In de limiettoestand $t = \infty$, zal het snelheidsprofiel lineair zijn.

Wanneer het fluïdum tussen de platen een inwendige wrijving vertoont, zal voor het onderhouden van de beweging van de bovenste plaat een kracht, loodrecht op de y -as en evenwijdig aan de x -as, nodig zijn. De kracht F_1 , die nodig is om de bovenste plaat met constante snelheid te laten bewegen, zal in het begin oneindig groot zijn, maar snel afnemen om in de limiettoestand een constante waarde te bereiken. Om de onderste plaat op zijn plaats te houden zal op deze plaat een kracht F_2 moeten worden uitgeoefend, die aanvankelijk nul is, maar daarna snel toeneemt. In de limiettoestand zullen F_1 en F_2 even groot maar tegengesteld zijn gericht (actie + reactie = 0).

Experimenteel blijkt dat F_1 in de limiettoestand (stationaire toestand) evenredig is met het oppervlak van de platen, A , evenredig is met de snelheid v en omgekeerd evenredig is met de afstand tussen de platen. Hieruit volgt:

$$\frac{F_1}{A} = C \frac{dv}{dy} \quad (61)$$

Overall in de vloeistoflaag heerst nu een snelheidsgradiënt of schuifsneldheid $dv/dy = D$ (s^{-1}).

De bovenste plaat heeft steeds een constante snelheid v_0 . Dit betekent dat de totale kracht op de bovenste plaat nul is; de plaat wordt niet versneld. De kracht F_1 moet gecompenseerd worden door een kracht $F_1' = -F_1$, die de viskeuse vloeistof op de bovenste plaat uitoefent. Zo is er ook een kracht $F_2' = -F_2$ die door de vloeistof op de onderste plaat wordt uitgeoefend. Beschouwen we de krachten per oppervlakteenheid dan krijgen we:

$$F_1' = -\frac{F_1}{A} = \tau$$

De kracht per oppervlakteenheid wordt ook wel schuifspanning

(τ) genoemd. De constante in vergelijking 61, wordt bepaald door het fluidum dat zich tussen de platen bevindt en is een kenmerk voor de inwendige wrijving van het fluidum.

De constante C, een evenredigheidsfactor, wordt de dynamische viscositeit genoemd en vaak aangegeven met de letter η . We krijgen de viscositeitswet van Newton, die zegt dat overal in de vloeistof geldt:

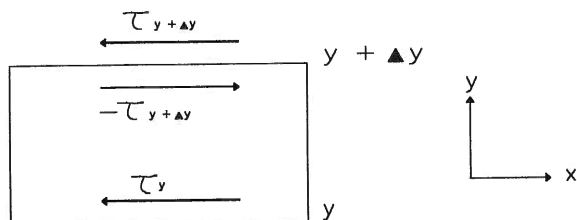
$$\tau = -\eta \frac{dv}{dy} \quad (62)$$

De schuifspanning τ zal in het algemeen zowel van x als van y afhangen. Wij beperken ons tot die gevallen waarbij de schuifspanning alleen van y afhangt.

Ook in het inwendige van de vloeistof treedt de schuifspanning op. Indien de stationaire toestand is bereikt, dan werkt op een willekeurig dun vloeistoflaagje op de hoogte y, per oppervlakte-eenheid aan de bovenkant een kracht $-\tau$ en aan de onderkant een kracht τ .

De kracht die de onderliggende laag op de bovenliggende laag uitoefent tekenen we boven het scheidingsvlak, τ_y , de kracht die de bovenliggende laag op de onderliggende laag uitoefent tekenen we onder het scheidingsvlak, $-(\tau_{y+\Delta y})$, fig. 29.

De schuifspanning wordt positief gerekend indien zij werkt in de positieve x-richting en negatief indien zij werkt in de negatieve x-richting. In een vloeistofelementje van de gedachtenproef, op de plaats (x,y) met een doorsnee A en een dikte Δy , werken de krachten $A \cdot \tau_y$ aan de onderkant en $-A \cdot \tau_{y+\Delta y}$ aan de bovenkant, fig. 29.



τ_y is evenals $\tau_{y+\Delta y}$ negatief. Dit klopt met de formule $\tau_y = -\eta \frac{dv}{dy}$ daar in het voorbeeld van de gedachtenproef dv/dy positief is.

Fig. 29.

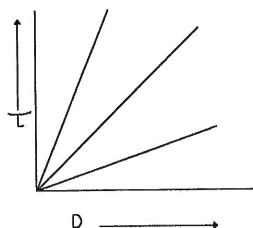


Fig. 30

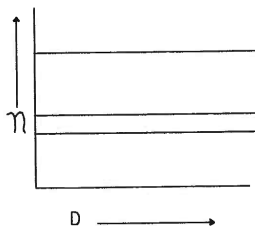


Fig. 31

Vloeistoffen waarvoor de wet van Newton geldt heten Newtonse vloeistoffen. We kunnen het verband tussen τ en dv/dy (D) grafisch weergeven in een zgn. rheogram, fig. 30. We vinden dan een rechte lijn.

De tangens van de hellingshoek, die de lijn maakt met de horizontale as, geeft de viscositeit.

Naarmate de hellingshoek toeneemt wordt de viscositeit hoger. In figuur 31 is de dynamische viscositeit als functie van de schuifsnelheid weergegeven. Uit deze figuur volgt dat bij Newtonse fluïda de viscositeit onafhankelijk is van de schuifsnelheid.

Daar het min teken in vergelijking 62 in veel gevallen meer verwarrend dan verhelderend werkt wordt het min teken meestal weggelaten.

Viscositeiten worden vaak op gegeven in centimeter -, gram -, seconde eenheden (c.g.s. eenheden). De eenheid van viscositeit wordt uitgedrukt in Poises (dyne.s/cm²).

1 Poise (P) = 100 centipoise (cP) = 0,1 Pa.s; 1 mPa.s = 1 cP.

In plaats van de dynamische viscositeit η wordt vaak de term kinematische viscositeit ν gebruikt.

Deze is als volgt gedefinieerd:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (63)$$

In het practische (zowel als in het technische) stelsel is de eenheid van kinematische viscositeit, m²/s. Ook hier is het gebruikelijk waarden op te geven in c.g.s. eenheden, nl. in Stokes (cm²/s) resp. centiStokes (cS).

Van de vloeistoffen die bij benadering als Newtonse fluïda beschouwd mogen worden, d.w.z. dat ze aan vergelijking 62 voldoen, lopen de viscositeiten sterk uiteen. De viscositeit daalt bij vloeistoffen nl. bij toenemende temperatuur, zie tabel 1.

Voor gasen geldt dat ze zich steeds als Newtonse fluïda gedragen en dat de viscositeit toeneemt met toenemende temperatuur.

Tabel 1. Viscositeit van water en lucht bij een druk van 1 atmosfeer.

water			lucht	
Temperatuur	Viscositeit	Kinematische Viscositeit	Viscositeit	Kinematische Viscositeit
°C	centiPoise	centiStokes	centiPoise	centiStokes
0	1,7870	1,7870	0,01716	13,27
20	1,0019	1,0037	0,01813	15,05
40	0,6530	0,6581	0,01908	16,92
60	0,4665	0,4744	0,01999	18,86
80	0,3548	0,3651	0,02087	20,88
100.	0,2821	0,2944	0,02173	22,98

2.7.1. Niet-Newtonse produkten.

Niet alle produkten voldoen aan het fluïdum-model. Produkten als emulsies, suspensies en al of niet colloïdale oplossingen van hoog-moleculaire stoffen vertonen min of meer afwijkingen van het Newton-model. Deze stoffen worden niet-Newtonse stoffen genoemd.

Daar we in de levensmiddelenindustrie veel te maken hebben met niet-Newtonse produkten is het duidelijk dat inzicht in de stroming van niet-Newtonse produkten van groot belang is voor de levensmiddelentechnoloog.

Om de stroming van niet-Newtonse stoffen te begrijpen is inzicht in de reologie nodig. Onder reologie verstaan we de bestudering van verschijnselen die optreden bij de deformatie en stroming van vloeibare, "schijnbare" vaste en vaste systemen onder inwerking van uitwendige krachten. Overigens is elementaire kennis van de reologie ook onmisbaar bij de bestudering van sommige methoden van kwaliteitsonderzoek in de levensmiddelenindustrie.

Bij Newtonse media is de viscositeit onafhankelijk van de schuifsnelheid en afhankelijk van de temperatuur en druk. Bij niet-Newtonse media is de viscositeit afhankelijk van de schuifsnelheid, temperatuur en druk. Bij niet-Newtonse media kunnen we dan ook niet spreken van een viscositeit maar wel van een zgn. "schijnbare viscositeit".

De niet Newtonse eigenschappen kunnen we onderscheiden in:

- a: Tijdsafhankelijke niet-Newtonse systemen:
 - pseudoplastische (shear thinning),
 - dilatantie (shear thickening),
 - plastische produkten.
- b: Tijdsafhankelijke niet-Newtonse systemen:
 - thixotropie,
 - rheopexie.

Pseudoplastischeit:

Wanneer de schuifspanning, τ , wordt uitgezet tegen de schuifspanning, D , krijgen we voor pseudoplastische produkten een grafiek, reogram, als aangegeven in fig. 32.

Voor het bepalen van de "schijnbare viscositeit", bij een gegeven schuifspanning, wordt in fig. 32 een lijn getrokken vanuit de oorsprong. Van deze lijn, die de curve snijdt in een punt die samenvalt met de gegeven schuifsnelheid, wordt de tangens van de hellingshoek α genomen. De tangens van deze hoek is de "schijnbare viscositeit" bij de gegeven schuifsnelheid. Wordt $\tan \alpha$ bepaald bij verschillende schuifsnelheden dan verkrijgt men fig. 33.

Uit fig. 33 volgt dat bij pseudoplastische media de schijnbare viscositeit afneemt met toenemende schuifsnelheid.

Produkten die zich pseudoplastisch gedragen zijn o.a. geklaarde vruchtensappen, geconcentreerde glycerol oplossingen en oplossingen van carboxy-methyl-cellulose.

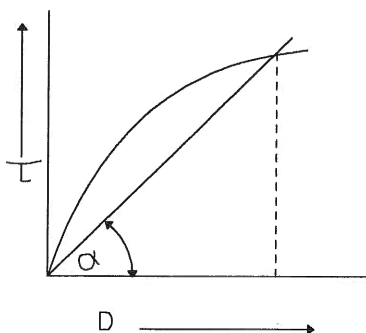


Fig. 32

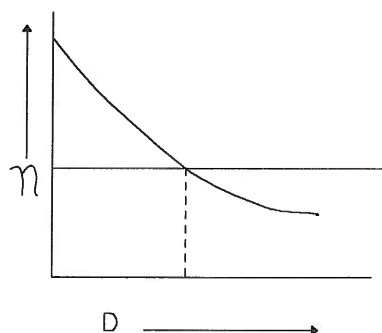


Fig. 33

Dilatantie.

Bij dilatante media neemt de "schijnbare viscositeit" toe met de schuifsnelheid zoals in fig 35 is aangegeven. Het reogram, fig. 34, is juist tegengesteld aan dat van pseudoplastische media.

Een voorbeeld van een dilatant medium is een zetmeelsuspensie.

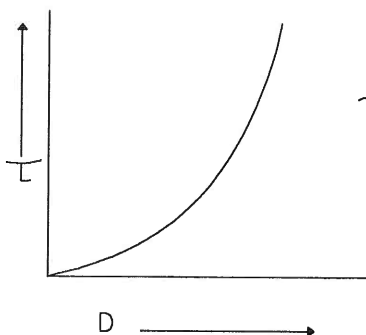


Fig. 34

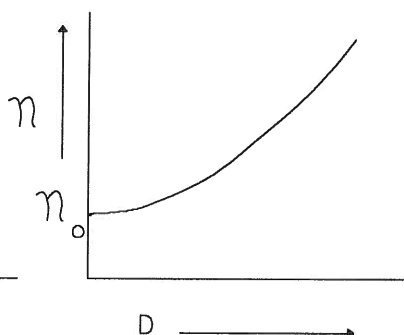


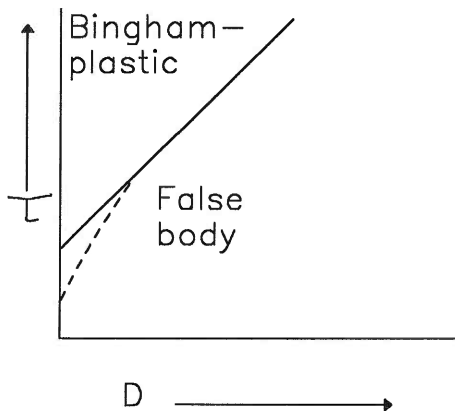
Fig. 35

Plastische produkten.

Produkten met plastische eigenschappen behouden onder invloed van een kracht een bepaalde vorm. Wordt deze kracht overschreden dan gaan de produkten zich gedragen als vloeistoffen ofwel ze gaan stromen. Bij het opheffen van de kracht wordt de structuur opnieuw opgebouwd. Een produkt dat zich op deze wijze gedraagt is chocolade. Wanneer een reep chocolade tot ca. 70°C wordt verwarmd blijft ondanks het zacht worden van de chocolade de vorm gehandhaafd.

Wanneer een kracht, in de vorm van bijv. een schok, wordt uitgeoefend die groter is dan de grenswaarde, zal de chocolade plotseling gaan stromen. De kracht waarbij het produkt gaat stromen wordt de zwichtspanning, τ_y , genoemd. Andere produkten met een duidelijke zwichtspanning zijn vetten. De smerbaarheid van boter en margarine wordt bijv. bepaald door de waarde van de zwichtspanning. Ook klei en tandpasta hebben een bepaalde zwichtspanning.

Gedraagt het produkt zich na het overschreden van de zich als een Newtonse vloeistof dan voldoet het aan een Bingham-model, fig. 36.



De vergelijking van een Binghammodel is:

$$\tau - \tau_y = \eta \cdot D$$

$$\tau_y = \text{zwichtspanning (N/m}^2\text{)}$$

De meeste levensmiddelenprodukten die een zwichtspanning hebben voldoen niet aan het ideale gedrag van een Binghamplastic.

Fig. 36

De afwijking van het ideale gedrag komt naar voren nadat de zwichtspanning is overschreden d.w.z. wanneer het produkt gaat stromen. Na het overschreden van de zwichtspanning kunnen reogrammen ontstaan als aangegeven in de figuren 37 en 38. De produkten die voldoen aan fig. 37 worden Casson-vloeistoffen genoemd.

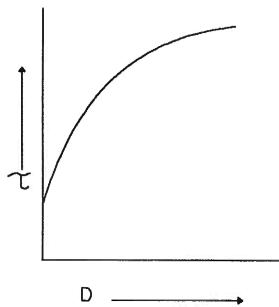


Fig. 37

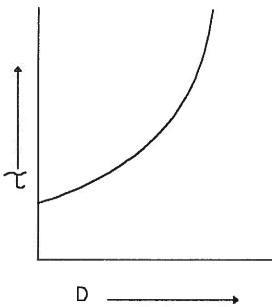


Fig. 38

Thixotropie.

Bij een thixotroop produkt neemt de schijnbare viscositeit af met de tijd bij een constante schuifsnelheid, fig. 39. De afname in schijnbare viscositeit wordt veroorzaakt door geleidelijke structuraafbraak van het produkt. Daarnaast is er een afname in de schijnbare viscositeit met toenemende schuifsnelheid. Ook deze afname wordt veroorzaakt door een geleidelijke structuur afbraak. Wanneer de schuifspanning wordt opgeheven herstelt de structuur zich geleidelijk waarbij de viscositeit toeneemt. Dit reversibele proces kan worden weergegeven in een reogram fig. 40.

Fig. 40 wordt verkregen door het produkt in een rotatie-viscosimeter, zie hoofdstuk 2.7.2., te meten bij een opgaand toerental van de rotor en bij een afnemend toerental van de rotor. De lus die we in het reogram terugvinden is een hystereselus.

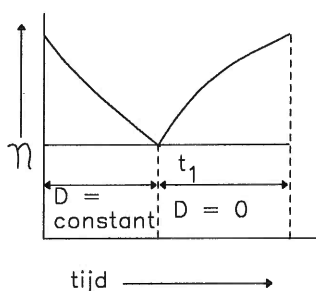


Fig. 39

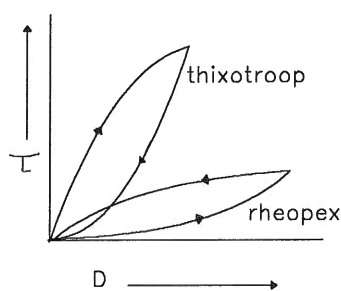


Fig. 40

Tot de produkten, die zich tijdsafhankelijk gedragen, behoren de meeste hydrocolloïdale oplossingen als:

- gommen, afgescheiden door planten, als arabische gom en tragacanth,
- zeewier gommen als agar, alginine en carageen,
- zaadgommen als pectine, guar en "locust bean gums" een gaijactomannaan,
- stijfsel en cellulose-derivaten.

Bovengenoemde stoffen zijn koolhydraten macromoleculair en hydrofiel.

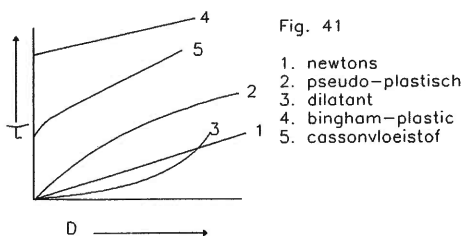
In verschillende produkten komen hydrocolloïden voor zoals vruchtensappen, mayonaise, mosterd, slasaus, tomaten, ketchup enz. Deze produkten gedragen zich, boven een bepaalde concentratie aan hydrocolloïden, tijdsafhankelijk.

Rheopexie.

Media waarbij de schijnbare viscositeit toeneemt in de tijd bij een constante schuifsnelheid heten reopectisch, fig. 40. Dit verschijnsel komt weinig voor.

Vergelijkingen voor het beschrijven van het visceus gedrag.

Voor het beschrijven van niet-Newtonse verschijnselen zijn een groot aantal vergelijkingen ontwikkeld (fig. 41).



Voor het beschrijven van de lijnen 2 en 3 zullen we ons beperken tot de meest gebruikte vergelijking het zgn. "machtwetmodel".

Het "machtwetmodel" is een twee parameter model dat het visceus gedrag van tijdsafhankelijke niet-Newtonse media over een zorgvuldig gekozen traject van schuifsnellheden goed beschrijft.

Het "machtwetmodel" wordt geschreven als:

$$\tau = K \cdot (D)^n \quad (64)$$

K = materiaalconstante ($N/m^2 \cdot s^n$)

n = index; geeft de afwijking aan t.o.v. het Newtons gedrag

Voor $n = 1$ is de vloeistof Newtons; lijn 1 fig. 41.

Voor $n < 1$ is de vloeistof pseudoplastisch; lijn 2 fig. 41.

Voor $n > 1$ is de vloeistof dilatant; lijn 3 fig. 41.

De schijnbare viscositeit

$$\eta_a = K \cdot (D)^{n-1} \quad (65)$$

De parameters K en n zijn beide een functie van de schuifsnellheid, zodat het noodzakelijk is het gebied van schuifsnellheden te vermelden waarover K en n zijn berekend.

Logarithmering van het model geeft:

$$\ln \tau = \ln K + n \cdot \ln D \quad (66)$$

Hieruit volgt dat de stroomcurve, $\tau = f(D)$, uitgezet op dubbel-logarithmisch papier een rechte op zou moeten leveren. In de praktijk wordt nooit een volledig rechte lijn verkregen daar het produkt nooit volledig aan de machtwet kan voldoen.

Vergelijking 66 geeft na differentiatie:

$$n = \frac{d \ln \tau}{d \ln D} \quad (67)$$

Voor het beschrijven van een Cassonvloeistof, lijn 5 in fig. 41, wordt o.a. het volgende model toegepast:

$$\tau - \tau_y = K \cdot D^n \quad (68)$$

2.7.2. Apparatuur voor het meten van de viscositeit.

Een veel gebruikte viscosimeter is de rotatieviscosimeter die bestaat uit twee concentrische cilinders waartussen de te meten vloeistof gebracht wordt. De binnenste cilinder wordt geroteerd en het koppel nodig voor de draaiing wordt gebruikt om de viscositeit te bepalen, fig. 42, 43 en 44.

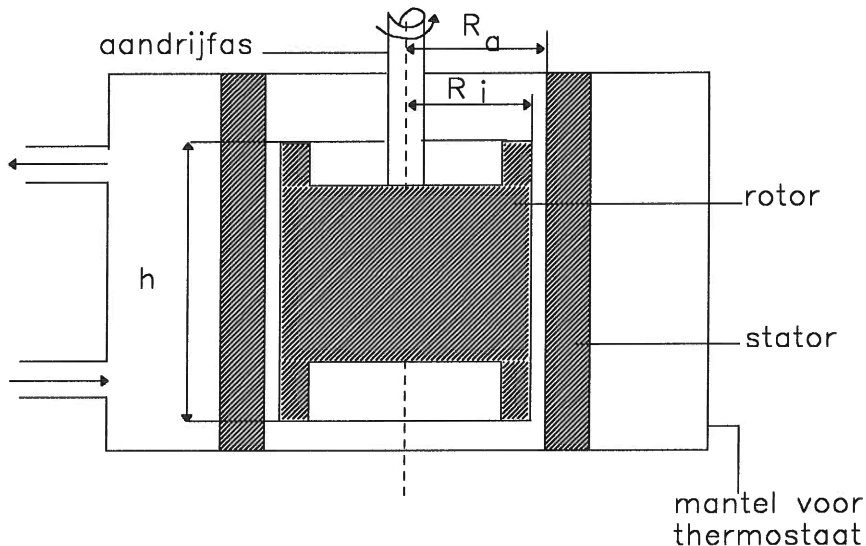


Fig. 42. Rotatieviscosimeter.

De binnenste cilinder kan roteren met verschillende snelheden. Het koppel dat de rotor ondervindt door de vloeistof wordt via de as overgebracht en gemeten. De rotatiesnelheid met bijbehorende koppel kunnen worden berekend in resp. een schuifsnelheid en schuifspanning.

Door op millimeter papier de schuifspanning als functie van de schuifsnelheid uit te zetten worden reogrammen of stroomcurven verkregen.

De schuifspanning aan de wand kan als volgt worden berekend:

$$\tau = F/A; \quad F = M/R_i; \quad A = 2\pi \cdot h \cdot R_i \quad \Rightarrow$$

$$\tau = \frac{M}{2 \cdot \pi \cdot R_i^2 \cdot h} \quad (69)$$

F = kracht uitgeoefend op de wand van de rotor (N)

M = gemeten koppel; $M = F \cdot R_i$ (N.m)

A = bevochtigd oppervlak van het roterende lichaam (m²).

Voor de schuifsnelheid van een Newtons medium kan worden geschreven:

$$D = \frac{\tau}{\eta} = r \cdot - \frac{d\omega}{dr} \rightarrow -d\omega = \frac{\tau}{\eta} \cdot \frac{dr}{r} \quad (70)$$

Het min teken volgt uit figuur 45.

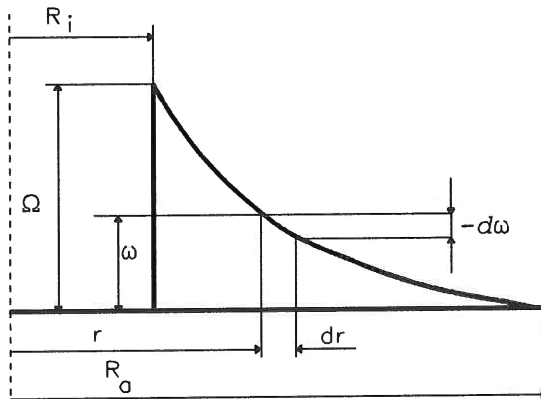


Fig. 45.

Uit vergelijking 69 volgt:

$$\frac{d\tau}{dr} = \frac{-2M}{2\pi hr^3} = - \frac{2\tau}{r} \rightarrow$$

$$\frac{dr}{r} = - \frac{d\tau}{2\tau}$$

Dit gesubstitueerd in 70 geeft:

$$d\omega = \frac{\tau}{\eta} \cdot \frac{d\tau}{2\tau} = \frac{1}{2\eta} \cdot d\tau$$

Na integratie krijgen we:

$$\omega = \frac{\tau}{2\eta} + c ; \text{ Voor } \omega = 0 \text{ en } \tau = \tau_{Ra} \text{ is}$$

$$c = \frac{-\tau_{Ra}}{2\eta}$$

$$\text{Voor } \omega = \Omega \text{ en } \tau = \tau_{Ri} \rightarrow$$

$$\Omega = \frac{\tau_{Ri}}{2\eta} - \frac{\tau_{Ra}}{2\eta} \text{ of } 2\Omega = \frac{\tau_{Ri}}{\eta} \left(1 - \frac{\tau_{Ra}}{\tau_{Ri}}\right);$$

$$\frac{\tau_{Ri}}{\eta} = D \text{ en } \frac{\tau_{Ra}}{\tau_{Ri}} = \frac{R_i^2}{R_a^2} \quad (\text{volgt uit vergelijking 69})$$

We krijgen nu vergelijking 71:

$$D = \frac{2\Omega}{1 - \left(\frac{R_i}{R_a}\right)^2} \quad (s^{-1}) \quad (71)$$

Met de formules 69 en 71 kan de schuifspanning, τ , als functie van de schuifsnelheid worden verkregen.

Bij het ontwerpen van de rotatieviscosimeter is er naar gestreefd een apparaat te verkrijgen waarvan het stromingsgedrag tussen de spleet zoveel mogelijk overeenstemt met het stromingsgedrag tussen twee vlakke platen die t.o.v. elkaar worden verschoven.

Door de eindige afmetingen van de rotor en de stator, waartussen zich de spleet bevindt, wordt de situatie van twee vlakke platen slechts benadert. Dit heeft tot gevolg dat de schuifsnelheid over de spleet niet constant is bij een bepaald toerental van de rotor. Voor Newtonse media is dit geen bezwaar daar de viscositeit onafhankelijk is van de schuifsnelheid dit in tegenstelling tot de niet-Newtonse media waarbij de "schijnbare viscositeit" wel afhankelijk is van de schuifsnelheid. Wanneer de spleetafstand voldoende klein is en de diameter van de stator en rotor voldoende groot is de afwijking te verwaarlozen.

Daarnaast moet de stroming in de spleet laminair zijn. Bij een te hoog toerental kan turbulentie optreden waardoor niet te verwaarlozen afwijkingen kunnen optreden.

In het algemeen levert een vlakke bodem van de draailichamen een schuifspanning die moeilijk te berekenen is. Deze schuifspanning kan worden beperkt door aan de onderkant van de rotor een holle ruimte aan te brengen. Indien de rotor in de vloeistof wordt gedompeld ontstaat in deze ruimte een luchtzak, zie figuur 42. Door de aanwezige lucht is de schuifspanning aan de onderkant van de rotor te verwaarlozen. Indien men het lichaam aan de onderkant konisch uitvoert kan de door de konisch veroorzaakte schuifspanning worden berekend.

Voor het meten van Newtonse media bestaan er, naast de rotatieviskosimeter, nog verschillende andere apparaten.

2.8. Dimensieanalyse.

Dimensieanalyse is een eenvoudig wiskundig hulpmiddel dat veel wordt gebruikt bij onderzoek, vooral op het gebied van de fysische technologie en van de proceskunde.

De dimensieanalyse dient in het bijzonder voor de ontwikkeling van empirische vergelijkingen, waarin de relatie tussen de verschillende grootheden wordt weergegeven. De dimensieloze groepen en de parameters spelen hierbij een belangrijke rol. Dimensieloze groepen worden verkregen door in een vergelijking tussen fysische grootheden deze grootheden zodanig te verenigen of de vergelijking zodanig om te werken zodat dimensieloze grootheden ontstaan. Het omwerken van een dergelijke vergelijking heeft echter alleen zin indien de verkregen vergelijking een fysische betekenis heeft.

Het werken met dimensieloze groepen heeft o.a. de volgende voordelen:

- Door de variabelen (fysische grootheden) samen te nemen wordt het aantal parameters in een probleem verminderd.
- Verdieping van het inzicht in de onderlinge beïnvloeding en samenwerking van onderlinge fysische grootheden.
- Het bereiken van een grotere algemene geldigheid van de verkregen mathematische oplossing.
- Eenvoudige, overzichtelijke en compacte grafische presentatie.
- Onafhankelijk van het gebruikte eenheden stelsel.

Bij de dimensieanalyse maken we gebruik van het praktische eenhedenstelsel waarbij de massa, lengte en de tijd worden aangeduid met resp. M, L en T. De kracht F wordt hierbij gebruikt als afgeleide eenheid.

$$F = M \cdot L \cdot T^{-2}$$

Dimensieanalyse kan ook worden toegepast bij het bestuderen van allerlei problemen die gelijksoortig zijn maar die door andere geometrische verhoudingen, andere snelheden of temperaturen en andere fysische constanten elk een eigen oplossing vragen. Deze problemen zijn vaak terug te leiden tot een eenvoudig verband tussen dimensieloze grootheden. We hebben hier te maken met de zgn. gelijkvormigheidsleer.

Voor volledige gelijkvormigheid tussen verschillende maar gelijksoortige problemen is het noodzakelijk dat de kengetallen waarmee genoemde problemen kunnen worden beschreven, dezelfde waarde hebben.

De gelijkvormigheidsleer kan worden toegepast bij het bestuderen van fysische verschijnselen in apparatuur, prototypen, d.m.v. modellen op kleine schaal dus als goedkopere "voorstudie" voor grote projecten.

Het stromingsgedrag in twee verschillende apparaten bijv. kan met elkaar worden vergeleken indien er tussen de twee apparaten:

- a. geometrische gelijkvormigheid,
- b. kinematische gelijkvormigheid en
- c. dynamische gelijkvormigheid bestaat.

Geometrische gelijkvormigheid.

Geometrische gelijkvormigheid houdt in dat de corresponderende afmetingen van beide apparaten dezelfde verhoudingen moeten hebben bijv.:

$$\frac{L_{model}}{L_{prototype}} = L_{ratio} \quad \text{of} \quad \frac{L_m}{L_p} = L_r \quad \text{en}$$

$$\frac{A_{model}}{A_{prototype}} = \frac{L_{model}^2}{L_{prototype}^2} = L_r^2$$

A = een oppervlakte

Kinematische gelijkvormigheid.

Kinematische gelijkvormigheid wordt verkregen indien de verhouding van de snelheden op overeenkomstige punten in beide apparaten dezelfde is.

Voorkomende verhoudingen zijn:

$$\text{snelheid} : \frac{v_m}{v_p} = \frac{L_m/T_m}{L_p/T_p} = \frac{L_m}{L_p} : \frac{T_m}{T_p} = \frac{L_r}{T_r}$$

$$\text{versnelling} : \frac{a_m}{a_p} = \frac{L_m/T_m^2}{L_p/T_p^2} = \frac{L_m}{L_p} : \frac{T_m^2}{T_p^2} = \frac{L_r}{T_r^2}$$

$$\text{volumestroom} : \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{L_m^3/T_m}{L_p^3/T_p} = \frac{L_m^3}{L_p^3} : \frac{T_m}{T_p} = \frac{L_r^3}{T_r}$$

Dynamische gelijkvormigheid.

Dynamische gelijkvormigheid houdt in dat de verhouding van de krachten op overeenkomstige punten in beide apparaten dezelfde is. Dynamische gelijkvormigheid is gebaseerd op de tweede wet van Newton: $F_x = M \cdot a_x$

De uitgeoefende kracht kan er één of een combinatie van krachten zijn als: visceuse krachten, traagheidskrachten (drukkrachten), zwaartekracht, oppervlaktespanning, elasticiteit. Het volgende verband kan worden opgesteld tussen de krachten die werken op het model en het prototype:

$$\frac{\text{krachten (visceus, druk, zwaartekracht opp. spanning, elasticiteit)}_m}{\text{krachten(visceus, druk, zwaartekracht opp. spanning, elasticiteit)}_p} = \frac{M_m \cdot a_m}{M_p \cdot a_p}$$

Wanneer de geometrische verhoudingen vastliggen kunnen dynamische en kinetische gelijkvormigheid worden verkregen indien bepaalde dimensieloze grootheden aan elkaar gelijk zijn. Om deze grootheden te verkrijgen passen we een dimensieanalyse toe.

Regels voor het toepassen van een dimensieanalyse.

- a. Ga na welke variabelen een rol spelen in het probleem.
- b. Geef een fysisch verband tussen de variabelen wiskundig zodanig weer dat één variabele een functie is van een aantal variabelen en wel in de volgende vorm:

$$X = f(X_1^a, X_2^b, \dots, X_n^z),$$

$$X = k \cdot X_1^a \cdot X_2^b \cdot X_3^c \cdot \dots \cdot X_n^z$$

X = variabele

k = evenredigheidsconstante

- c. Elke variabele moet in de grondeenheden worden uitgedrukt. (bijv. oppervlak L^2 , versnelling $L.T^{-2}$)
- d. Het opstellen van vergelijkingen van de exponenten van de grondeenheden.
- e. Het oplossen van de exponenten vergelijkingen.
- f. Het opstellen van een vergelijking tussen (fysische) grootheden, variabelen.
- g. Het rangschikken van de variabelen in groepen die dimensieloos zijn.

Voor- en nadelen van dimensieanalyse.

Voordelen:

- De dimensieanalyse kan worden toegepast zonder dat men volledig inzicht heeft in het systeem wat onderzocht moet worden.
- Meestal kan bij onderzoek het experimentele werk aanmerkelijk worden verminderd bij toepassing van dimensieanalyse.
- Het geeft de mogelijkheid logische combinaties van verschillende afgeleide en/of grondeenheden (variabelen) te vormen tot dimensieloze grootheden.

Nadelen:

- Het systeem geeft niet aan of er een belangrijke variabele over het hoofd is gezien. De noodzakelijk variabelen waar door het fysisch gebeuren bij een onderzoek wordt bepaald moeten door de onderzoeker zelf worden ingevuld. Een goed fysisch inzicht is vereist.
- Het geeft geen aanwijzing of een verband uit één of meer functies bestaat. Bijv. de dimensieanalyse geeft aan:

De dimensieanalyse geeft aan: $X = f(X_1^a, X_2^b, X_3^c, \dots)$

maar niet: $X = f(X_1^a + X_2^b + \dots)$

Voorbeeld:

De kracht uitgeoefend door een stromende vloeistof op een lichaam is een functie van de dichtheid, viscositeit, snelheid van de vloeistof en van een karakteristieke afmeting van het lichaam. Leid een algemene vergelijking af:

$$F = f(\rho, \eta, L, v); F = k \cdot \rho^a \cdot \eta^b \cdot L^c \cdot v^d$$

$$M \cdot L \cdot T^{-2} = k \cdot M^a \cdot L^{-3a} \cdot M^b \cdot L^{-b} \cdot T^{-b} \cdot L^c \cdot L^d \cdot T^{-d}$$

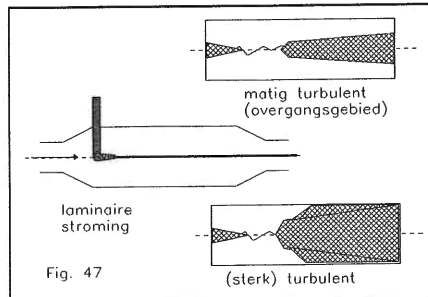
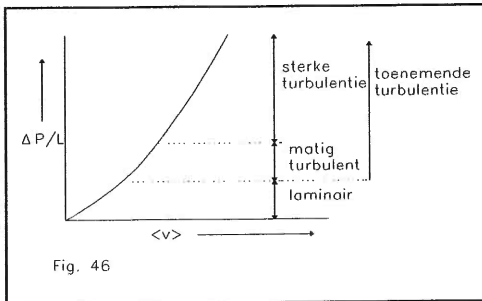
$$\begin{array}{rcl} 1 & = & a + b \\ 1 & = & -3a - b + c + d \\ -2 & = & -b - d \end{array} \quad \Bigg] \implies a = 1-b; d = 2-b; c = 2-b \implies$$

$$F = k \cdot \rho^{1-b} \cdot \eta^b \cdot L^{2-b} \cdot v^{2-b}$$

$$F = 2 \cdot k \left(\frac{v \cdot L \cdot \rho}{\eta} \right)^{-b} \cdot L^2 \cdot \frac{1}{2} \rho v^2$$

2.9. Drukverlies bij stroming van fluïda.

De eerste belangrijke metingen over drukverlies in leidingen zijn uitgevoerd door Osborne Reynolds in 1883. Het drukverlies per eenheid buislengte zette hij uit tegen de gemiddelde snelheid van het fluïdum in de buis. Indien de gegevens lineair worden uitgezet krijgen we een grafiek zoals is aangegeven in fig. 46.



Uit fig. 46 volgt dat bij lage vloeistofsnelheden een rechte lijn wordt verkregen terwijl deze lijn bij hogere snelheden van een rechte gaat afwijken. Dit was voor Reynolds aanleiding het stromingsverschijnsel nader te gaan bestuderen door middel van een experiment (fig. 47).

In een glazen buis, waarin water stroomt werd in het midden van de buis evenwijdig aan de wand gekleurd water geïnjecteerd. Bij lage vloeistofsnelheden bleek het gekleurde water zich midden in de buis te handhaven als een "draad" evenwijdig aan de wand. Bij hogere vloeistofsnelheden werd de draad verbroken waarbij een menging optrad met de gehele vloeistof. De menging nam toe met toenemende vloeistofsnelheid. Reynolds herhaalde de proeven met verschillende vloeistoffen en pijpdiameters.

De proeven in de verschillende leidingen zijn met elkaar te vergelijken indien in de leidingen geometrische, kinematische en dynamische gelijkvormigheid heerst. Bij stroming door leidingen kan worden volstaan met dynamische gelijkvormigheid daar dit tevens geometrische en kinematische gelijkvormigheid inhoudt.

Dynamische gelijkvormigheid treedt op wanneer de verhouding van de krachten op overeenkomstige punten in de verschillende buizen dezelfde zijn. De krachten waarmee we bij de stroming in een buis te maken hebben zijn:

- traagheids- of drukkrachten,
- visceuse krachten, wrijvingskrachten of schuifspanning.

Wanneer op een lichaam krachten werken die dit lichaam een andere snelheid willen geven dan zal dit lichaam zich hiertegen verzetten. We spreken daarom van traagheidskrachten omdat een lichaam of vloeistofelementje een zekere traagheid heeft waarmee het op krachten reageert.

De verhouding van de traagheids- of drukkrachten in verschillende leidingen is:

$$F_r = \frac{\text{kracht}_{\text{model}}}{\text{kracht}_{\text{prototype}}} = \frac{M_m \cdot a_m}{M_p \cdot a_p} = \frac{L_m / T_m^2}{L_p / T_p^2} = \frac{\rho_m \cdot L_m^3}{\rho_p \cdot L_p^3} = \rho_r \cdot L_r^2 \cdot \left(\frac{L_r}{T_r}\right)^2$$

$$F_r = \rho_r \cdot L_r^2 \cdot v_r^2, \quad = \rho_r \cdot A_r \cdot v_r^2$$

Bovenstaande houdt tevens in dat er aan de geometrische en kinematische gelijkvormigheid is voldaan.

Per oppervlakteenheid krijgen we:

$$F_r = \rho_r \cdot v_r^2$$

De traagheidskracht komt overeen met de kinetische energie, $\frac{1}{2}\rho v^2$ van een vloeistofelementje. Hoe groter de kinetische energie van een vloeistofelementje hoe langer het zal duren voordat het elementje zijn snelheid merkbaar veranderd heeft onder invloed van de uitwendige kracht.

Dimensioneel is $\frac{1}{2}\rho v^2$ ook gelijk aan een druk, die we dan de kinetische energiedruk zouden kunnen noemen en waaraan we de naam stuwdruk hebben gegeven.

Er zal dynamische gelijkvormigheid heersen indien de verhouding tussen de traagheidskrachten en visceuse krachten voor beide systemen dezelfde waarde heeft.

De traagheidskrachten of drukkrachten in de vloeistof, betrokken op een bepaald oppervlak, bedroegen: $F = m \cdot a$.

De visceuse krachten betrokken op eenzelfde oppervlak bedragen: $F = \tau \cdot A$.

De verhouding tussen deze twee krachten is:

$$\frac{M \cdot a}{\tau \cdot A} = \frac{M \cdot a}{\eta \cdot \frac{dv}{dy} \cdot A} = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot v^2}{\eta \cdot \frac{v}{L} \cdot L^2} = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\eta}$$

L is een karakteristieke lengte, bijv. een buisdiameter of een boldiameter. De verhouding $\rho \cdot v \cdot L / \eta$ wordt het Reynoldsgetal genoemd of:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\eta} \quad (72)$$

Het Re-getal geeft de verhouding tussen de traagheidskrachten (stuwdruk) en visceuse krachten en is bepalend voor de bereidheid van het vloeistofelementje om zijn snelheid te veranderen. De stuwdruk is als het ware de kinetische druk die het vloeistofelementje voortstuwt terwijl de visceuse krachten het trachten af te remmen. Het Re-getal is een dimensieloze groot-

heid.

Het heeft slechts zin Re te betrekken op gevallen waarin de geometrische begrenzing van de stroming (buiswand, boloppervlak enz.) gegeven is.

De gelijkvormigheidsleer leert dat wanneer Re voor twee geometrische gelijkvormige gevallen dezelfde waarde heeft er dynamische gelijkvormigheid van de stroming bestaat. Deze dynamische gelijkvormigheid van stroming is van belang voor:

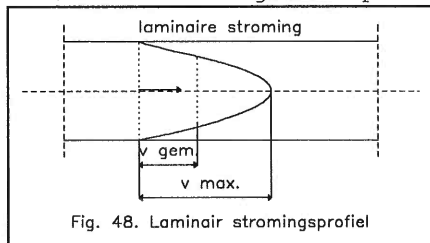
- generalisering van experimentele resultaten,
- het vergelijken van geometrische gelijkvormige gevallen, van verschillende lineaire afmeting,
- voor het nemen van zgn. modelproeven.

Uit het Re -getal volgt dat de stromingstoestand (snelheidsverdeling, turbulentiegraad e.d.) gelijk blijft wanneer bij constante kinematische viscositeit, ν , L groter en v evenredig kleiner gemaakt wordt of omgekeerd. De stroming blijft ook gelijk wanneer bij constant blijvende L , de kinematische viscositeit en snelheid beide in dezelfde mate worden vergroot of verkleind. Tenslotte ondergaat Re geen verandering wanneer bij constante snelheid, L en ν beide in dezelfde mate worden gewijzigd. Zo is ν van lucht ongeveer 13 keer zo groot als van water. Dit betekent dat de stromingstoestand van lucht hetzelfde is als van water wanneer de buis waarin lucht stroomt een 13 keer zo grote diameter heeft als de waterpijp en de snelheid gelijk is. Ook verkrijgt men dezelfde stromingstoestand in buizen van dezelfde diameter wanneer de luchtsnelheid 13 keer zo groot is als van water. Op grond hiervan kan men de stroming van lucht onderzoeken in modellen waarin van water gebruik gemaakt wordt. Met het Re -getal kan dus de stromingstoestand (snelheidsverdeling, turbulentiegraad e.d.) worden gekarakteriseerd.

Wanneer we het bovenstaande toepassen op de proeven met gekleurde vloeistof kunnen we de stromingsverschijnselen als volgt karakteriseren.

De gekleurde draad bleek zich bij alle proeven te kunnen handhaven bij een Re -getal dat kleiner is dan ca. 2300.

Deze stroming wordt laminaire, gelaagde of visceuse stroming genoemd. Bij laminaire stroming overheersen de visceuse krachten; de stroomlijnen lopen evenwijdig.



In de buis ontstaat een snelheidsprofiel. De grootste snelheid is in het centrum van de buis terwijl de snelheid aan de stilstaande wand nul is, ("plakconditie"). Het optredende snelheidsprofiel heeft, onder isotherme omstandigheden, de vorm van een parabool, fig. 48.

Bij Re -getallen > 2300 bleek de draad te worden verbroken. De stroomlijnen lopen niet meer evenwijdig; er treden wervelingen op. Op een bepaald punt verandert de stroming voortdurend van snelheid en richting. Er treden snelheidscomponenten op die

loodrecht op de stromingsrichting staan waardoor een sterke menging ontstaat.

In de richting loodrecht op de stroming treden snelheidsfluctuaties op waarvan de gemiddelde snelheid in richtingen loodrecht op de hoofrichting nul is. De bewegingen zijn onvoorspelbaar zowel in de tijd als in de ruimte.

Als gevolg van de turbulente beweging is er een sterke impulsuitwisseling tussen de verschillende vloeistoflagen, hetgeen tot gevolg heeft dat de gemiddelde snelheid van deze vloeistoflagen naar eenzelfde waarde streeft, waardoor het optreden van een vlak stromingsprofiel min of meer wordt verklaard.

Bij turbulente stroming overheersen de traagheidskrachten.

Een voorbeeld van een turbulent stromingsprofiel is weergegeven in fig. 49.

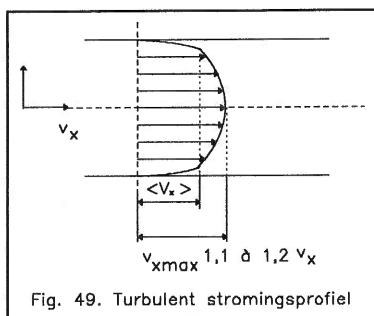


Fig. 49. Turbulent stromingsprofiel

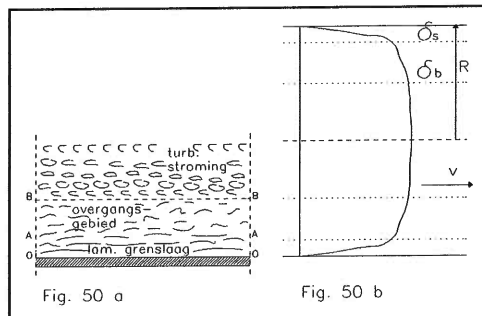


Fig. 50 a

Fig. 50 b

Naarmate men dichterbij de wand komt worden de dwarsstromen kleiner om vlak bij de wand te verdwijnen. In de nabijheid van de wand krijgen we een stroming van een sterk laminair karakter. Door de aanwezigheid van de wand worden nl. de dwarsstromen of snelheidsfluctuaties in de richting loodrecht op de wand sterk beperkt.

Men onderscheidt een opbouw volgens fig. 50 a en b.

Aan de wand is de snelheid nul. Vervolgens komt een zgn. laminaire onderlaag (grenslaag) met een dikte δ_s . In deze onderlaag, OA, fig. 50 a, treedt een sterke snelheidsgradiënt op, fig. 50 b. Aan de onderlaag grenst een zgn. bufferlaag (overgangsgebied) AB, dikte δ_b , waarin de turbulentiegraad toeneemt met de afstand van de wand.

In deze bufferlaag treedt nog een vrij sterke snelheidsgradiënt op, hoewel veel minder sterk dan in de laminaire onderlaag. Na AB krijgen we volledige turbulentie, hoewel de turbulentiegraad naar het midden weer afneemt. In dit gebied treedt slechts een geringe snelheidsgradiënt op. De dikte van de grenslagen neemt af met toenemend Re-getal, maar neemt toe met de diameter van de pijpstroming. We krijgen bij benadering:

$$\frac{\delta_s}{D} = 25 \cdot Re^{-\frac{7}{8}} \quad \text{en} \quad \frac{\delta_b}{D} = 125 \cdot Re^{-\frac{7}{8}} \quad (73)$$

De laminaire onderlaag is bij de meeste vloeistoffen uiterst dun, 0,001 à 0,01 mm. Bij gassen (lucht) is de laminaire laag in het algemeen vrij dik, ca. 0,3 mm.

De laminaire onderlaag is in de technologie van de grootste betekenis omdat, zoals we later zullen zien, warmte- en stofoverdracht tussen wand en fluïdum in hoofdzaak wordt bepaald door warmtegeleiding resp. diffusie door dit laminaire gebied. Hoe dunner de laminaire onderlaag hoe beter de warmte- en stofoverdracht. Dit houdt in dat de warmte- en stofoverdracht toeneemt met toenemende stroomsnelheid totdat deze een bepaalde eindwaarde heeft bereikt.

Betrekken we naast de traagheids- en wrijvingskrachten ook de zwaartekracht in onze berekeningen, dan zal er nog aan meer regels moeten worden voldaan om gelijkvormigheid te bereiken. Om nu dynamische gelijkvormigheid te verkrijgen zal ook de verhouding tussen de traagheidskrachten en de zwaartekracht constant moeten zijn.

$$\frac{\text{traagheidskrachten}}{\text{zwaartekracht}} = \frac{M \cdot a}{M \cdot g} = \frac{\rho \cdot L^3 \cdot \frac{v^2}{L}}{g} = \frac{v^2}{L \cdot g} \quad \text{constant}$$

Het getal $v^2/(L \cdot g)$ is dimensieloos en wordt het getal van Froude (Fr) of golfgetal genoemd.

$$Fr = \frac{v^2}{L \cdot g} \quad (74)$$

Willen we nu tussen twee stationaire stromingen in twee verschillende apparaten, waarbij de zwaartekracht een rol speelt (bijv. drijvende modellen), gelijkvormigheid bereiken dan moet gelden dat Re en Fr constant zijn.

Bij stroming in buizen speelt het getal van Froude geen rol.

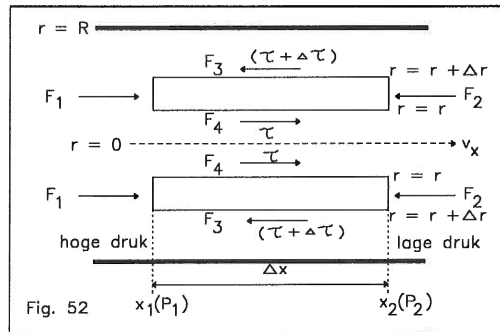
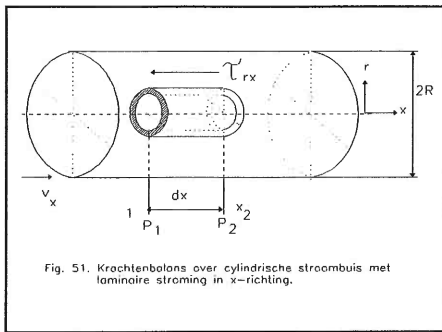
2.9.1. Het berekenen van het drukverval in pijpen voor Newtonse en niet-Newtonse fluïda.

2.9.1.1. De schuifspanning τ als functie van r .

Als er op een rechte cilindrische pijp een drukverschil staat zal de vloeistof gaan stromen. Wanneer het Re-getal kleiner is dan 2300 stroomt de vloeistof laminair door de buis, d.w.z. elk vloeistofdeeltje volgt een rechtlijnige baan evenwijdig aan de as van de pijp zonder dat transversale menging optreedt door wervels.

Stel dat voor een stationair stromende vloeistof met viscositeit η en dichtheid ρ , het drukverschil over een lengte dx , van een buis met straal R , gelijk is aan dP , fig. 51.

Kies een vloeistofring, "servetring", met straal r en dikte Δr en lengte Δx , die zich met een snelheid v_x voortbeweegt.



Op de oppervlakken van deze ring werken krachten als aangegeven in fig. 52.

De schuifspanning τ neemt in de richting van de buis wand toe daar het snelheidsprofiel in de buis bolvormig is.

$$\text{drukkracht: } F_1 = (\pi(r + \Delta r)^2 - \pi r^2) \cdot P_1$$

$$F_1 \approx 2 \cdot \pi \cdot \Delta r \cdot P_1$$

$$\text{schuifkracht: } -F_3 = -2 \cdot \pi \cdot (r + \Delta r) \cdot \Delta x \cdot (\tau + \Delta \tau)$$

$$F_4 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta x \cdot \tau$$

$$\text{drukkracht: } -F_2 = -(\pi(r + \Delta r)^2 - \pi r^2) \cdot P_2$$

$$-F_2 \approx -2 \cdot \pi \cdot \Delta r \cdot P_2$$

De aandrijvende kracht die de vloeistofring onder vindt en die afkomstig is van het drukverschil over de ring bedraagt:

$$F_1 - F_2 = (P_1 - P_2) \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta r) = -\Delta P \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta r \quad (\Delta P = P_2 - P_1)$$

De op de vloeistofring uitgeoefende wrijvingskrachten, veroorzaakt door de viscositeit van de vloeistof bedragen:

$$F_4 - F_3 = -(2 \cdot \pi \cdot (r + \Delta r) (\tau + \Delta \tau) - 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \tau) \cdot \Delta x$$

In de stationaire toestand is de som van alle krachten op de "servetring" nul. We krijgen:

$$-\Delta P \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta r) - (2 \cdot \pi \cdot (r + \Delta r) (\tau + \Delta \tau) - 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \tau) \cdot \Delta x = 0$$

Delen door $2 \pi \cdot r \cdot \Delta r \cdot \Delta x$ geeft:

$$\frac{-\Delta P}{\Delta x} - \frac{1}{r} \cdot \frac{(r + \Delta r) (\tau + \Delta \tau) - r \cdot \tau}{\Delta r} = 0$$

De tweede term is de definitie van de differentiaalquotiënt $r.\tau$ immers:

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Door het nemen van limieten van $\Delta x \rightarrow 0$ en $\Delta r \rightarrow 0$ krijgen we:

$$-\frac{dP}{dx} - \frac{1}{r} \left(\frac{d(r.\tau)}{dr} \right) = 0$$

Omdat de vloeistof van hoge naar lage druk stroomt is dP/dx negatief.

Voor een rechte buis met lengte L en een doorsnede die overal even groot is is het drukverschil (de drukgradiënt) per meter buislengte constant. We krijgen:

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{\Delta P_F}{L} = \text{constant.}$$

We vatten hier het drukverlies t.g.v. wrijving (friction), ΔP_F , op als een positieve grootte. De differentiaalvergelijking wordt nu:

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{1}{r} \frac{d(r.\tau)}{dr} \rightarrow d(r.\tau) = -\frac{dP}{dx} . r . dr$$

integratie levert:

$$\int d(r.\tau) = -\frac{dP}{dx} \int r dr \rightarrow r.\tau = -\frac{dP}{dx} . \frac{1}{2} . r^2 + C_1$$

randvoorwaarde als: $r = 0$ is $\tau = 0$ (zie fig. 49) $\rightarrow C_1 = 0 \rightarrow$

$$\tau = -\frac{dP}{dx} . \frac{1}{2} . r \text{ of } \tau = \frac{\Delta P_F}{L} . \frac{1}{2} . r \quad (75)$$

Vergelijking 75 geldt zowel voor Newtonse als niet-Newtonse vloeistoffen.

2.9.1.2. Het snelheidsprofiel voor Newtonse vloeistoffen. (laminaire stroming)

Voor Newtonse media geldt:

$$\tau = -\eta \frac{dv}{dr} \quad \left(\frac{dv}{dr} \text{ is negatief} \rightarrow \tau \text{ is positief} \right)$$

Als we dit invullen in vergelijking 75 krijgen we een differentiaalvergelijking die het verband tussen v en r beschrijft:

$$-\eta \frac{dv}{dr} = -\frac{dP}{dx} \cdot \frac{1}{2} \cdot r$$

Scheiding van de variabelen levert:

$$dv = \frac{-1}{2 \cdot \eta} \left(-\frac{dP}{dx}\right) r \cdot dr$$

Integratie levert:

$$\int dv = \frac{-1}{2 \cdot \eta} \left(-\frac{dP}{dx}\right) \int r dr \quad (\eta = \text{constant})$$

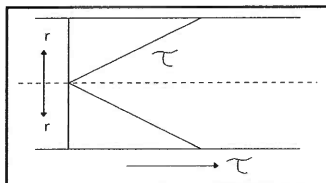
$$v = \frac{-1}{4 \cdot \eta} \left(-\frac{dP}{dx}\right) \cdot r^2 + C_2$$

randvoorwaarde: als $r = R$ is $v = 0$ (plakconditie) $\rightarrow$

$$C_2 = \frac{1}{4 \cdot \eta} \left(-\frac{dP}{dx}\right) \cdot R^2 \rightarrow$$

$$v = \frac{1}{4 \cdot \eta} \left(-\frac{dP}{dx}\right) (R^2 - r^2) = \frac{1}{4 \cdot \eta} \left(-\frac{dP}{dx}\right) \cdot R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad (76)$$

Uit vergelijking 76 volgt dat de snelheidsverdeling bij laminaire stroming van een Newtons medium een parabool is. Dit snelheidsprofiel is in fig. 48 getekend.



De schuifspanning τ als functie van r bij een cilindervormige buis kan volgens vergelijking 75 volgens nevenstaande figuur worden weergegeven.

Vergelijking 76 kan men ook als volgt schrijven:

$$v = v_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad (76b)$$

$$v_{\max} = \left(-\frac{dP}{dx}\right) \cdot \frac{R^2}{4 \cdot \eta}$$

2.9.2. Volumestroom, drukverlies en gemiddelde stroomsnelheid bij laminaire stroming van Newtonse vloeistoffen.

Bij de formule voor de volumestroom $Q_v = A \cdot v$ wordt verondersteld dat de stroomsnelheid voor de hele dwarsdoorsnede dezelfde is. In een rechte cilindervormige buis hangt v van r af. Q_v vinden we door de bijdragen tot Q_v op te tellen, d.w.z. door integratie.

$$dQ_v = v \cdot dA = v \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr$$

Volgens vergelijking 75 is:

$$v(r) = C \cdot (R^2 - r^2) \text{ met } C = \frac{1}{4 \cdot \eta} \left(-\frac{dP}{dx} \right) \rightarrow$$

$$dQ_v = 2\pi \cdot C \cdot r (R^2 - r^2) dr \rightarrow$$

$$Q_v = 2\pi \cdot C \int_0^R (R^2 \cdot r - r^3) dr = 2\pi \cdot C \left[\frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot r^2 - \frac{1}{4} \cdot r^4 \right]_0^R$$

$$Q_v = 2\pi \cdot C \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot R^4 - \frac{1}{4} \cdot R^4 \right] = \frac{1}{2} \pi \cdot C \cdot R^4 = \frac{1}{32} \pi \cdot C \cdot D^4 \quad (77)$$

$$Q_v = \frac{\pi \cdot D^4}{128 \cdot \eta} \left(-\frac{dP}{dx} \right) = \frac{\pi D^4}{128 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta P_F}{L}$$

D is diameter van de buis.

Vergelijking 77 staat bekend als de relatie van Hagen-Poiseuille.

ΔP_F is het drukverlies tussen twee punten in de buis, die L meter van elkaar liggen. Als we ΔP_F uit vergelijking 77 isoleren krijgen we:

$$\Delta P_F = \frac{128 \cdot \eta \cdot Q_v \cdot L}{\pi \cdot D^4} \quad (78)$$

Omdat $Q_v = A \cdot \langle v \rangle = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D^2 \cdot \langle v \rangle$ ($\langle v \rangle = v_{\text{gemiddelde}}$) kan vergelijking 78 worden geschreven als:

$$\Delta P_F = \frac{32 \cdot \eta \cdot \langle v \rangle \cdot L}{D^2} \text{ of } \frac{\Delta P_F}{L} = \frac{32 \cdot \eta \cdot \langle v \rangle}{D^2} \quad (79)$$

De gemiddelde stroomsnelheid volgt uit de definitie:

$$Q_v = A \cdot \langle v \rangle \rightarrow \langle v \rangle = \frac{Q_v}{A} = \frac{\int dQ_v}{A} = \frac{\int v dA}{A}$$

De integraal $\int dQ_v$ is op de vorige bladzijde al uitgewerkt (zie vergelijking 77). We krijgen nu:

$$\langle v \rangle = \frac{Q_v}{A} = \frac{\pi D^4}{128 \cdot \eta \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi D^2} \left(-\frac{dP}{dx} \right) = \left(-\frac{dP}{dx} \right) \frac{D^2}{32 \eta} = \left(-\frac{dP}{dx} \right) \frac{R^2}{8 \cdot \eta} \quad (80)$$

Volgens vergelijking 76b geldt voor de maximale stroomsnelheid:

$$v_{\max} = \left(-\frac{dP}{dx}\right) \cdot \frac{R^2}{4 \cdot \eta} \quad (76b)$$

Uit de vergelijkingen 80 en 76b volgt:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{2} v_{\max}$$

Vergelijking 76b kan ook als volgt worden geschreven:

$$v = 2 \cdot \langle v \rangle \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right) \quad (76c)$$

of

$$\frac{v_x}{\langle v \rangle} = 2 \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right) \quad (76d)$$

$v_x / \langle v \rangle$ is de verhouding van de plaatselijke snelheid v_x op een afstand r van de hartlijn en de gemiddelde snelheid $\langle v \rangle$.

2.9.3. Niet-Newtonse produkten.

Voor laminair stromende niet-Newtonse media, die voldoen aan de machtwet, kan de volgende formule voor het berekenen van het stromingsprofiel worden afgeleid:

$$v_x = v_{\max} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right) \quad (83)$$

Voor $n = 1$, Newtonse media, ontstaat vergelijking 76d.

Het is gebruikelijk het snelheidsprofiel te berekenen uitgaande van een gemiddelde snelheid, $\langle v \rangle$, daar we in het algemeen wel de volumestroom kunnen meten maar niet de snelheid in het centrum van de buis. Indien $\langle v \rangle$ wordt gebruikt i.p.v. $v_{\max}$, dan kunnen we schrijven:

$$\frac{v_x}{\langle v \rangle} = \frac{3n+1}{n+1} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right) \quad (84)$$

De snelheidsprofielen berekend met vergelijking 84 voor verschillende waarden van n zijn weergegeven in fig. 53.

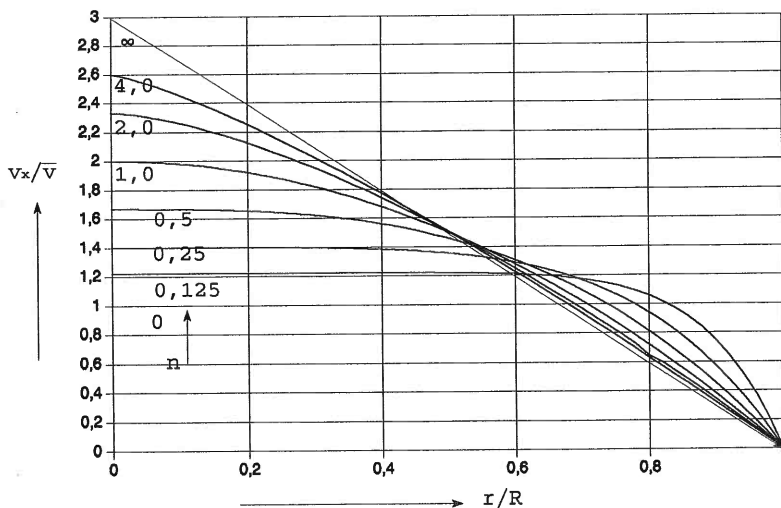


Fig. 53. Volledig ontwikkelde laminaire stromingsprofielen voor machtwets fluïda in een buis

Bij laminaire stroming is de verhouding $(D \cdot \Delta P_f) / 4L$, de schuifspanning aan de wand van een buis, tot $8 \cdot \langle v \rangle / D$, de schuifsnellheid, onafhankelijk van de diameter van de buis. Wanneer in een grafiek $D \cdot \Delta P_f / 4L$ tegen $8 \cdot \langle v \rangle / D$ wordt uitgezet

dan is de grafische voorstelling eenduidig voor elke willekeurige tijdsonafhankelijke vloeistof en onafhankelijk van de buisdiameter.

Het verband $D \cdot \Delta P_F / 4L = f(8 \cdot \langle v \rangle / D)$ kan gemakkelijk worden bepaald met een buis, die verbonden is met een geschikte toevoerinrichting, pomp of drukvat, gecombineerd met instrumenten voor het meten van de drukval. Op deze wijze heeft men een bruikbare methode gekregen voor het verkrijgen van gegevens voor het ontwerpen van pijpleidingen.

Voor Newtonse media blijkt de curve aan de volgende vergelijking te voldoen:

$$\frac{D \cdot \Delta P_F}{4 \cdot L} = \eta \cdot \left(\frac{8 \cdot \langle v \rangle}{D} \right) \quad (85)$$

Deze vergelijking komt overeen met vergelijking 79.

Voor niet-Newtonse produkten, die tijdsonafhankelijk zijn, kan een beperkt gebied van de curve worden weergegeven door de vergelijking:

$$\frac{D \cdot \Delta P_F}{4 \cdot L} = K' \cdot \left(\frac{8 \cdot \langle v \rangle}{D} \right)^{n'}$$

K' = viscositeitsindex

n' = maat voor de afwijking van het Newtons gedrag.

n' vertegenwoordigt de helling van de kromme die wordt verkregen wanneer $(D \cdot \Delta P_F) / (4 \cdot L)$ tegen $(8 \cdot \langle v \rangle) / D$ wordt uitgezet op dubbellogarithmisch papier (zie onderstaande vergelijking).

$$n' = \frac{d(\ln \frac{D \cdot \Delta P_F}{4 \cdot L})}{d(\ln 8 \cdot \frac{\langle v \rangle}{D})}$$

Gewoonlijk worden gegevens over de betrekking tussen schuifspanning en schuifsnelheid verkregen met een rotatieviskosimeter. Het reogram van niet-Newtonse media kon worden beschreven met de machtwet:

$$\tau = K \cdot \left(\frac{dv}{dr} \right)^n$$

Gaat men van deze vergelijking uit dan krijgt men voor het berekenen van het drukverlies in een ronde leiding voor tijdsonafhankelijke niet-Newtonse fluïda de volgende vergelijking:

$$\frac{\Delta P_F \cdot D}{4 \cdot L} = K \cdot \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \cdot \left(\frac{32 \cdot Q_v}{\pi \cdot D^3} \right)^n \quad (n = n' \text{ en } K \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n = K') \quad (86)$$

Voor het controleren van de stroming gebruikt men een gemodificeerd Re-getal:

$$Re' = \frac{\rho \cdot v^{2-n} \cdot D^n}{\frac{K}{8} \left(\frac{6n+2}{n} \right)^n} \quad (87)$$

$Re' < 2300$ betekent laminaire stroming.

Bovenstaande formules gelden niet voor tijdsafhankelijke producten.

2.9.4. Turbulente stroming.

Als de vloeistofsnelheid toeneemt wordt de stroming op een gegeven moment turbulent. De vloeistofelementjes bewegen dan niet meer langs een rechte lijn. Er treden wervels op.

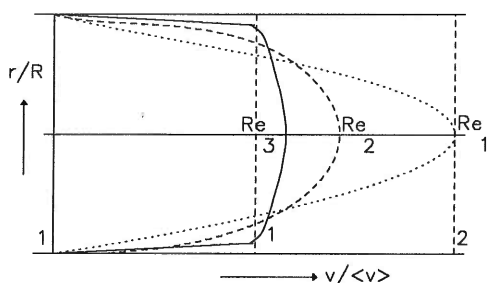


Fig. 54

$Re_1 < 2500 < Re_2 < Re_3$

Bij turbulente stroming, $Re > 3000$, krijgen we voor verschillende waarden van het Re-getal verschillende snelheidsprofielen, fig. 54.

Om een goede vergelijking tussen de verschillende profielen mogelijk te maken zijn de profielen op een dimensieloze wijze uitgezet, zie ook fig. 53.

In fig. 54 stelt profiel 1 een laminair snelheidsprofiel voor, terwijl 2 en 3 turbulente snelheidsprofielen voorstellen.

Het drukverlies tijdens stroming wordt bepaald door de schuifspanning aan de wand. Aangezien ook bij turbulente stroming nog altijd een laminaire onderlaag bestaat, wordt bij turbulente stroming zowel als bij laminaire stroming de schuifspanning aan de wand en daarmee het drukverlies bepaald door:

$$\tau_w = -\eta \left(\frac{dv}{dx} \right)$$

Met behulp van deze vergelijking kan men tot een formule komen voor het berekenen van het drukverlies bij turbulente stroming. Wij nemen onze toevlucht tot een niet analytische methode, de dimensieanalyse.

Het drukverschil per lengteeenheid pijp van een isotherme stroming, wordt bepaald door:

- de diameter van de pijp, D ,
- de dichtheid van het fluïdum, ρ ,

- c. de viscositeit van het fluïdum, η ,
- d. de lineaire snelheid van het fluïdum, v ,
- e. de wandruwheid van de pijp, ϵ .

De wandruwheid van de pijp wordt uitgedrukt in een lineaire afmeting, ϵ , de hoogte van de oneffenheden aan de wand van de pijp. De wandruwheid wordt weergegeven als een relatieve wandruwheid, ϵ/D . Dit is een geometrische factor die mede het snelheidsprofiel en daarmee de schuifspanning bepaald.

Voor de dimensieanalyse kunnen we volstaan met:

$$\Delta P_F = f(D, \rho, \eta, v) \rightarrow$$

$$\frac{\Delta P_F}{L} = K \cdot D^a \cdot \rho^b \cdot \eta^c \cdot v^d \quad \text{invullen van dimensies} \rightarrow$$

$$M \cdot T^{-2} \cdot L \cdot L^{-3} = K \cdot L^a \cdot (M \cdot L^{-3})^b \cdot (M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1})^c \cdot (L \cdot T^{-1})^d$$

Hieruitvolgt:

$$\frac{\Delta P_F}{L} = K \cdot \left(\frac{\eta}{\rho \cdot v \cdot D} \right)^c \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{D} \quad \text{of}$$

$$\frac{\Delta P_F}{L} = K \cdot Re^{-c} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{D} \quad \text{of}$$

$$\Delta P_F = K \cdot Re^{-c} \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \langle v \rangle^2$$

Voor Re^{-c} schrijven we de letter f , frictiefactor, en voor K nemen we $\frac{1}{2}$. De vergelijking wordt nu:

$$\Delta P_F = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \langle v \rangle^2 \quad (88)$$

Speelt de ruwheid mee dan is f = functie van $(Re, \epsilon/D)$.

Vullen we in vergelijking 88 voor $f = 64/Re$ in dan krijgen we vergelijking 78 voor laminaire stroming. Voor laminaire stroming is dus de frictiefactor $f = 64/Re$.

Numerieke waarden voor de frictiefactor zijn of worden experimenteel bepaald en worden in tabel- of grafiekvorm gepresenteerd.

Figuur 55 geeft een grafiek weer waarin de relatie tussen f , Re en de relatieve ruwheid, ϵ/D is weergegeven (Moody diagram (1944)). Uit fig. 55 kan ΔP_F worden berekend indien de volumestroom bekend is. Fig. 56 wordt gebruikt indien de volumestroom, Q_v , moet worden berekend bij een bekende ΔP_F .

Fig. 56 is als volgt ontstaan:

Door de frictiefactor f met het Re -getal in het kwadraat te vermenigvuldigen krijgen we:

$$f \cdot Re^2 = \frac{2 \cdot \Delta P_F \cdot D^3 \cdot \rho}{L \cdot \eta^2} \quad \text{of}$$

$$Re\sqrt{f} = \frac{D}{\eta} \sqrt{2 \cdot \Delta P_F \cdot \rho \cdot \frac{D}{L}}$$

$Re\sqrt{f}$ is nu onafhankelijk van de snelheid of de volumestroom. Door $Re\sqrt{f}$ uit te zetten tegen f , fig. 56, kan de volumestroom of de gemiddelde snelheid gemakkelijk worden berekend met behulp van het Re-getal of vergelijking 88.

Op dezelfde wijze kan ook een grafiek worden opgesteld voor het berekenen van de diameter indien de volumestroom en de drukval bekend zijn. Door f te delen door Re krijgen we:

$$\frac{f}{Re} = \frac{\eta \cdot 2 \cdot \Delta P_F}{\rho^2 \cdot v^3 \cdot L}$$

Deze groep is afhankelijk van D . Door f uit te zetten tegen f/Re kan, indien de volumestroom en de drukval bekend zijn, uit Re of vergelijking 88 de diameter worden berekend.

De gevraagde snelheid of diameter kan ook worden verkregen met fig. 55. Dan zal echter de zgn. "trial and error" methode moeten worden toegepast.

Uit fig 55 valt het volgende af te lezen:

- De ruwheid van de wand heeft bij laminaire stroming nagenoeg geen invloed op de frictiefactor. De laminaire stroming maakt als het ware de oneffenheden glad en maakt deze zodoende onwerkzaam. Hoogstens zal men bij zeer ruwe buizen een correctie op de diameter moeten toepassen.
- In het turbulente gebied heeft de wandruwheid wel invloed op de frictiefactor, f , terwijl de frictiefactor spoediger een constante waarde bereikt naarmate de ruwheid groter is (het drukverval wordt evenredig met v^2) terwijl de viscositeit veel minder of geen invloed heeft; f wordt nagenoeg onafhankelijk van Re .
- Buizen met een zekere diameter en een bepaalde ruwheid gedragen zich bij een niet te grote Re als een buis met een gladde wand, terwijl zij zich bij een grotere Re gedragen als een buis met ruwe wand. Dit hangt samen met de laminaire onderlaag; bij kleine Re zijn de oneffenheden ondergedompeld in deze laag, bij grotere Re steken ze er doorheen.

De grafieken in fig. 55 kunnen in formules worden uitgedrukt. Voor gladde buizen geldt tot $Re \approx 10^5$ de formule van Blasius:

$$f = 0,316 \cdot Re^{-\frac{1}{4}} \quad (2000 < Re < 10^5) \quad (89)$$

Voor hogere Re -getallen is de formule van Nikuradse van toepassing:

$$f = 0,0032 + 0,221 \cdot Re^{-0,237} \quad (10^5 < Re < 10^8) \quad (90)$$

Voor gladde en ruwe pijpen geldt de formule van Colebrook en Swannee:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log\left(\frac{\epsilon}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{f}}\right) \quad (Colebrook) \quad (91)$$

$$f = \frac{0,25}{\left[\log\left(\frac{\epsilon}{3,7 \cdot D} + \frac{5,74}{Re^{0,9}}\right)\right]^2} \quad (Swannee)$$

De vergelijking van Colebrook geldt voor het gehele gebied van Re-getallen. Deze vergelijking is moeilijk op te lossen dit in tegenstelling tot de vergelijking van Swannee. De vergelijking van Swannee is iets minder nauwkeurig dan die van Colebrook.

Bij turbulente stroming moet bij gebruik van bepaalde soorten buizen de relatieve wandruwheid in rekening worden gebracht. De ruwheid van de wand van de buis hangt af van de manier waarop de buis is gemaakt en de tijdsduur waarover een leiding in bedrijf is. De roestvaststalen leidingen, die veel worden toegepast in de levensmiddelenindustrie, kunnen algemeen als gladde (Eng. smooth) leidingen worden beschouwd evenals leidingen van glas. De gemiddelde wandruwheid (Eng. design value) van pijpen gemaakt van andere materialen staan vermeld in fig. 55 en 56.

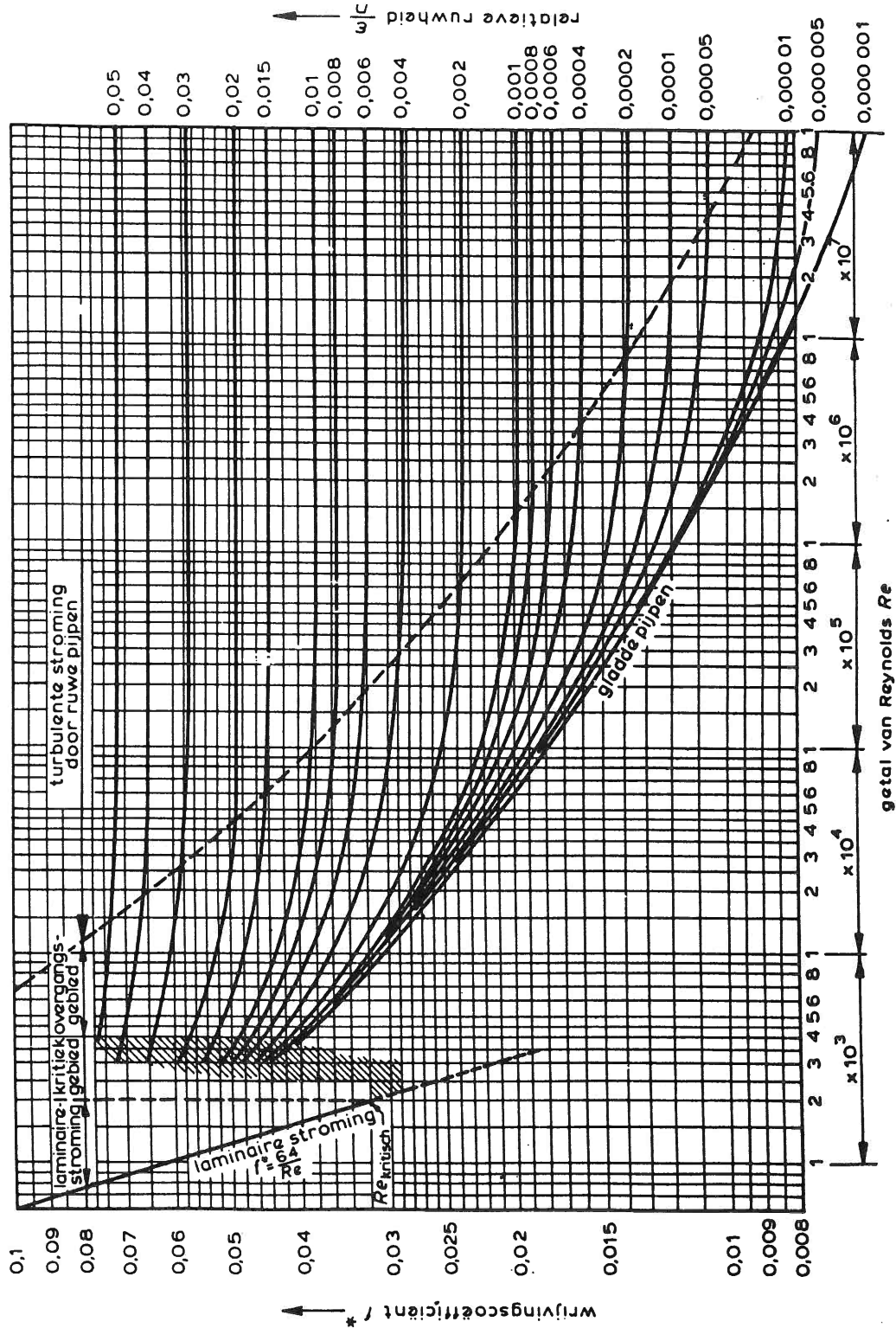


Fig. 55a Moody diagram

Fig. 55b

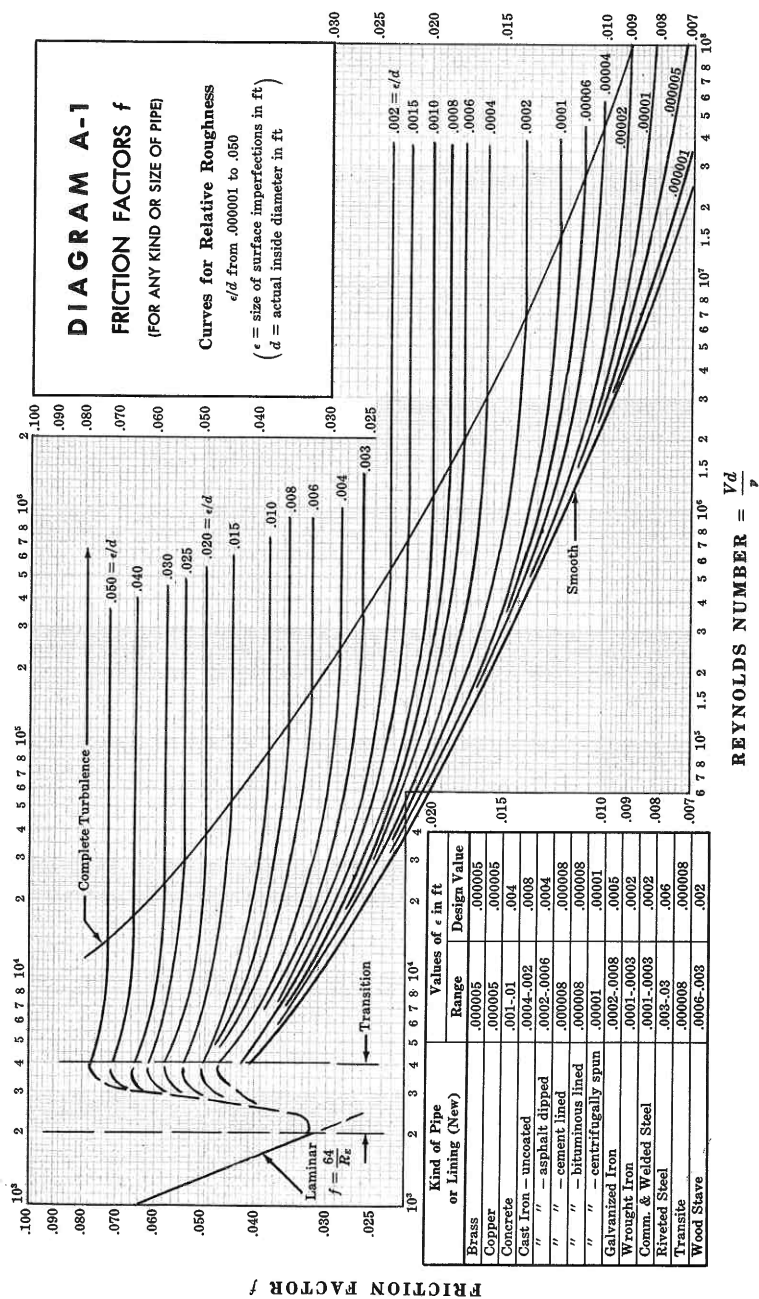
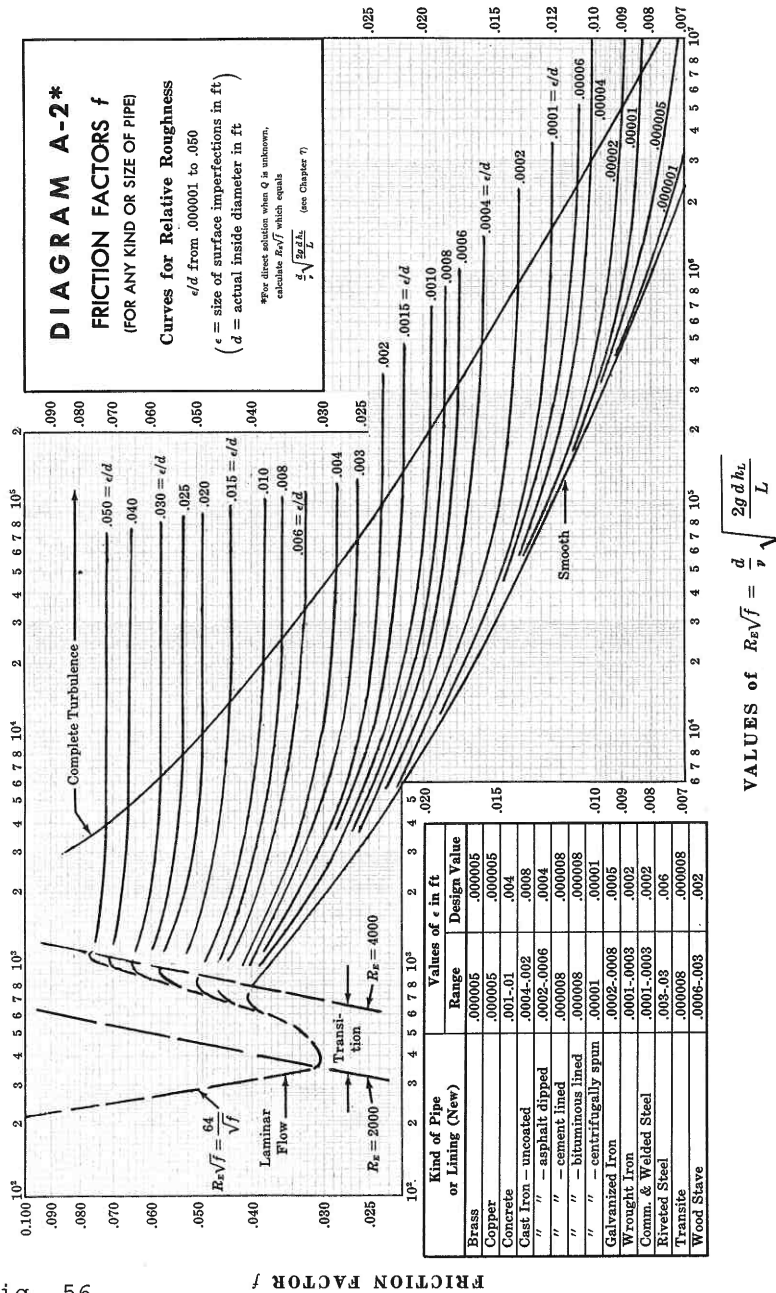


Fig. 56



2.9.5. Stoom en stoomleidingen.

Voor stoom- en condensaatleidingen worden hoofdzakelijk naadloze pijpen gebruikt die voldoen aan bepaalde eisen. Deze zijn te vinden in zgn. normbladen, waarin o.a. de diameter, de wanddikte en soort metaal, van in de praktijk veel toegepaste buizen, staan vermeld.

De wanddikte van de buizen wordt bepaald door de temperatuur en druk van de stoom. Wanneer de stoomleidingen een lengte hebben die groter is dan 100 meter dan bestaat het gevaar dat het drukverlies te groot wordt bij de gebruikelijke stoomsnelheden. Oververhitte stoom loopt daarnaast de kans dat deze zover afkoelt dat de oververhitting verloren gaat. Bij leidingen die korter zijn dan 100 meter speelt het drukverlies, bij de normale stoomsnelheden, een ondergeschikte rol.

Voor zowel korte als lange leidingen zijn de stoomsnelheden voor verzadigde stoom ongeveer 25 m/s en voor oververhitte stoom 40 tot 60 m/s.

Gebruikelijke stoomsnelheden zijn:

stoomdrukken (atm. absoluut)	stoomsnelheden (m/s)
1,1 - 1,5	25
1,5 - 3,0	30
3,0 - 6,0	35
6,0 - 13,0	40
13,0 - 26,0	50

Voor het berekenen van het drukverval kan men uitgaan van de vergelijkingen 88 t/m 91 of van tabellen, bijv. tabel 2.

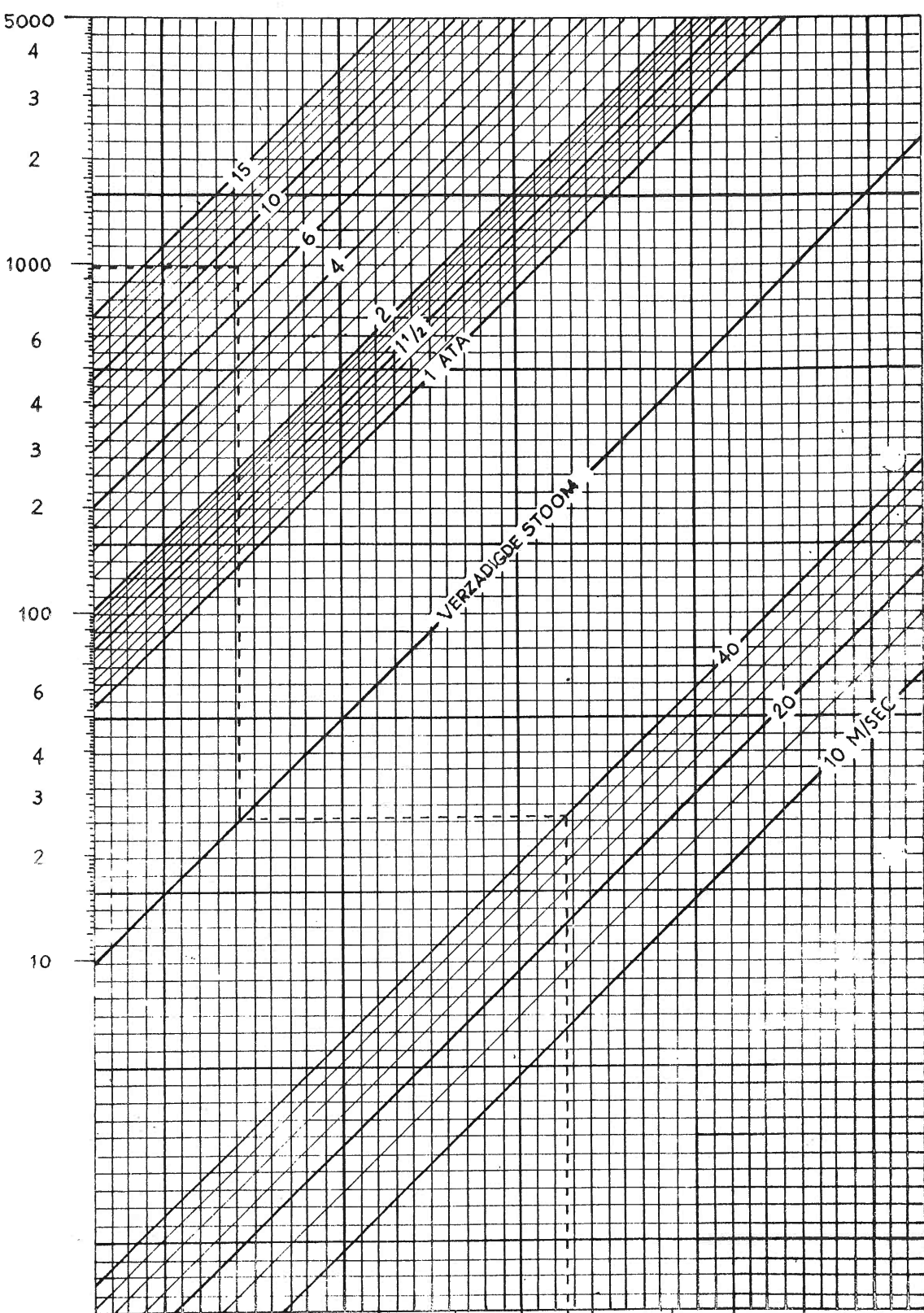
Gebruik een tabel voor verzadigde stoom.

Gegeven: stoomdruk 8 atmosfeer absoluut.

hoeveelheid stoom 1000 kg/uur

stoomsnelheid 40 m/s.

Volgt men de stippellijn in tabel 2 dan ziet men dat een leidingdiameter van 50 mm moet worden gekozen.



Doorlaat in mm. 15 20 25 32 40 50 65 80 100

- 86 -

Tabel 2.

2.9.6. De drukval in leidingen als functie van volumestroom en pijpdiameter.

Bij het ontwerpen van pijpleidingen is het van belang te weten welke invloed de volumestroom en de pijpdiameter hebben op de drukval. Daartoe zullen de verschillende vergelijkingen, die voor het ontwerpen van pijpleidingen naar voren zijn gebracht, nader worden bekeken.

Newtonse produkten bij turbulente stroming.

Voor newtonse produkten is voor het drukverlies tengevolge van wrijving de volgende formule afgeleid:

$$\Delta P_F = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \quad \text{of}$$

$$\Delta P_F = f \cdot \frac{L}{D^5} \cdot \frac{8 \cdot \rho \cdot Q_v^2}{\pi^2}$$

Wanneer het Re-getal groot is, is f vrijwel constant, zie fig. 55, waardoor voorgaande vergelijking overgaat in:

$$\Delta P_F = C_1 \cdot L \cdot \frac{Q_v^2}{D^5}$$

Uit deze vergelijking valt af te leiden dat de drukval evenredig is met het kwadraat van de volumestroom en omgekeerd evenredig is met de vijfde macht van de diameter. Wordt de diameter 2 keer zo klein dan wordt de snelheid 4 keer zo groot terwijl ΔP_F ca. 32 keer zo groot wordt.

Voor turbulente stroming van waterdunne oplossingen, vloeistoffen en suspensies in betrekkelijk korte leidingen kan men volstaan met het kiezen van een praktische waarde van de snelheid, waaruit de diameter automatisch volgt.

De toelaatbare economische snelheid in de leiding wordt behalve door de optredende weerstand ook bepaald door het optreden van corrosie, lawaai, trillingen e.d. bij te hoge snelheden of van bezinken van deeltjes in een suspensie bij te lage snelheden.

Veel gebruikte snelheden zijn:

- voor waterige vloeistoffen 1 à 3 m/s,
- voor gassen 10 à 20 m/s.

In luchtkanalen gaat men vaak niet veel hoger dan 4 à 5 m/s.

Indien blijkt dat de weerstand in de leiding te hoog is, kan dit op bevredigende wijze verholpen worden door een pijp van één maat grotere diameter van de pijp.

Voor Newtonse vloeistoffen is het bij stroomsnelheden van 2 - 4 m/s in het algemeen de moeite waard bochten met een tamelijke grote straal te gebruiken, teneinde verlies van kinetische

energie te beperken, welk verlies belangrijker is dan verliezen als gevolg van wrijvingsweerstand.

Newtonse vloeistoffen bij laminaire stroming.

Bij Newtonse vloeistoffen, die laminair stromen, kan de vergelijking van Poiseuille worden toegepast:

$$\Delta P_F = \frac{128 \cdot \eta \cdot L \cdot Q_v}{\pi \cdot D^4} \quad \text{of}$$

$$\Delta P_F = \frac{C_2 \cdot \eta \cdot L \cdot Q_v}{\pi \cdot D^4}$$

Uit deze vergelijkingen volgt dat voor laminaire stroming in grote lijnen hetzelfde geldt als voor turbulente stroming. Daar bij laminaire stroming de stroomsnelheid laag is, is het verlies aan kinetische energie o.a. in bochten relatief klein zodat bochten met een betrekkelijk kleine straal kunnen worden gebruikt.

Pseudoplastische produkten bij laminaire stroming.

Voor pseudoplastische produkten kan het drukverlies tengevolge van wrijving worden berekend met de formule:

$$\Delta P_F = K \cdot \frac{4 \cdot L}{D} \cdot \left(\frac{32 \cdot Q_v}{\pi \cdot D^3} \right)^n \cdot \left(\frac{3n + 1}{4 \cdot n} \right)^n \quad (86)$$

Gaan we bijv. uit van een hoog viskeus pseudoplastisch produkt met een $n = 0,4$ dan kan voor de vergelijking worden geschreven:

$$\Delta P_F = C_3 \cdot L \cdot \frac{Q_v^{0,4}}{D^{2,2}}$$

Bij een sterk pseudoplastisch produkt ligt de situatie dus geheel anders als bij een Newtons produkt. De drukval is bij deze produkten in het algemeen hoog.

Bij het dimensioneren van een pijpleiding zal men in het algemeen de drukval niet veel hoger kiezen dan 20 bar absoluut vanwege de hoge kosten.

Q_v wordt door de procescondities bepaald, maar aangezien dit betrekkelijk weinig invloed heeft op ΔP_F , wordt de formule:

$$\Delta P_F = C_4 \cdot \frac{L}{D^{2,2}}$$

Aangezien ΔP_F vast staat, is de waarde van $L/D^{2,2}$ ook vast en

houdt de diameter van de pijp nauw verband met de lengte. Wanneer de lengte van de pijpleiding bijvoorbeeld wordt verdubbeld, dient de diameter met ongeveer 40 % toe te nemen.

Bij turbulente stroming van Newtonse vloeistoffen blijkt volgens de vergelijkingen op pag. 81 de diameter nauwelijks te worden beïnvloed door de lengte van de pijpleiding. In het geval van visceuse pseudoplastische produkten heeft de lengte van de leiding een grote invloed op de diameter.

Bij pseudoplastische produkten is de snelheid in de leiding ongeveer een tiende van die voor turbulente Newtonse vloeistoffen, zodat het verlies aan kinetische energie (evenredig met $p \cdot v^2$) slechts 1/100 bedraagt.

Verliezen tengevolge van wrijving zijn voor pseudoplastische produkten dus veel belangrijker dan het verlies aan kinetische energie. De leidingen behoeven derhalve niet gestroomlijnd te zijn; ingangen en verwijdingen mogen zich plotseling voordoen; bochten mogen rechthoekig zijn. Het belangrijkste is dat de leidingen recht en zo kort mogelijk worden gehouden.

Voor het transporteren van levensmiddelen door leidingen is het, uit een oogpunt van ongunstige verblijfsduurspreiding en reinigingsproblemen, niet aan te bevelen gebruik te maken van rechthoekige bochten en plotselinge verwijdingen en vernauwingen.

2.10. Invloed van verstoringen op het stromingsbeeld.

Het stromingsbeeld van fluïda wordt o.a. bij de intrede in een buis, in bochten, vernauwingen en in afsluiters verstoord. Het stromingsbeeld zal zich echter na een zekere inlooptengete vanzelf weer instellen; er ontstaat weer een "stabiele" snelheidsverdeling.

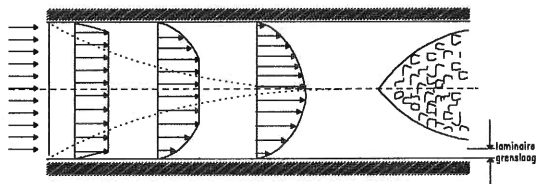


Fig. 57

Bekijken we de instroming in een buis dan nemen we het volgende waar. Bij vrije instroming zal het snelheidsprofiel in een pijp aan het begin vlak zijn, zie figuur 57.

Tengevolge van de buiswand zal er zich in de buis meteen een grenslaag gaan vormen. De stroming in deze grenslaag kan zowel laminair als turbulent zijn.

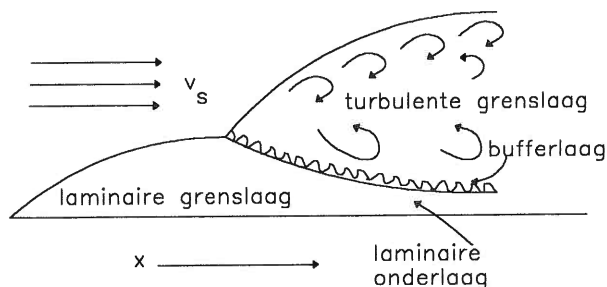


Fig. 58

Eerst zal er een laminaire grenslaag opgebouwd worden, die slechts langzaam met de afstand x in dikte toeneemt, fig. 58.

Het steeds dikker worden van de laminaire grenslaag met toenevende x gaat echter niet onbeperkt door. Bij het overschreden van een kritisch Reynoldsgetal ($Re_x > 300.000$) wordt de laminaire grenslaag instabiel en slaat om in een turbulente grenslaag. Het Reynoldsgetal is gedefinieerd als:

$$Re_x = \frac{\rho \cdot v_s \cdot x}{\eta}$$

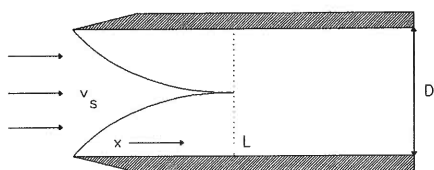


Fig. 59 a Laminaire stroming.
Re kritisch < 2300

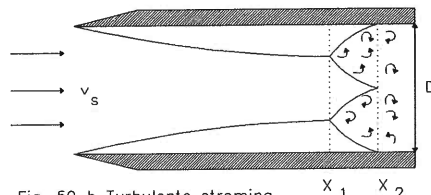


Fig. 59 b Turbulente stroming.
Re kritisch > 2300

Zijn de stromingscondities van dien aard dat de omslag van de laminaire naar de turbulente grenslaag zou plaatsvinden bij een dikte $\delta > \frac{1}{2} D$ dan naderen de laminaire grenslagen elkaar voordat omslag naar turbulentie plaatsvindt, fig. 59 a.

De stroming blijft laminair en er ontstaat tenslotte het parabolisch snelheidsprofiel.

Vindt daarentegen de omslag naar turbulentie plaats bij een dikte $\delta < \frac{1}{2} D$ dan ontstaat turbulente stroming, fig. 59 b.

Na een zekere aanpassingslengte ontstaat een stromingsprofiel dat niet meer verandert, de grenslagen hebben een evenwichtsdikte bereikt en dan ontstaat de situatie zoals in fig 57 is aangegeven.

Bij benadering geldt dat het snelheidsprofiel, bij laminaire stroming, zich hydrodynamisch heeft ingesteld na een aanpassingslengte L_e .

$$L_e = 0,058.D.Re$$

(93)

Deze formule is slechts een benadering en geldt niet in het zgn. overgangsgebied, $Re \approx 2500$. Dit punt, waar de laminaire grenslaag omslaat in een turbulente grenslaag met laminaire onderlaag, wordt weergegeven door:

$$L_e = 0,029.D.Re$$

(93)

Ook na obstakels e.d. geldt dat het snelheidsprofiel zich ongeveer heeft ingesteld na de aanpassingslengte L_e . Typische snelheidsprofielen in buizen direkt na obstakels zijn weergegeven in fig. 60.

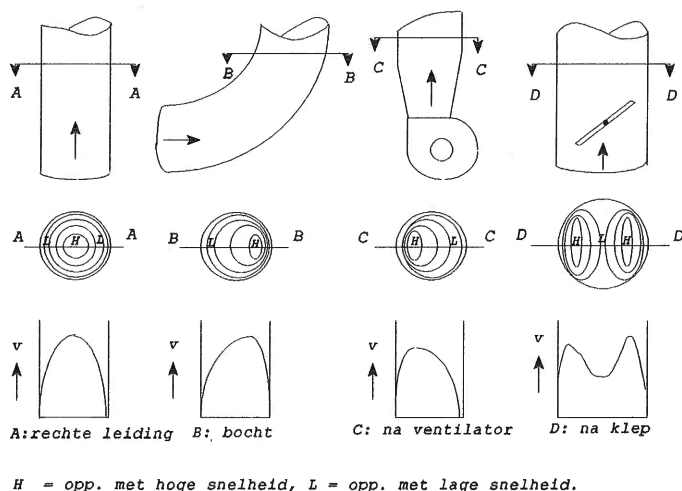


Fig. 60. Snelheidsverdeling en profielen in leidingen.

Bij het plaatsen van een opnemer, bijv. meetschijf of venturi, of bij het aanbrengen van een drukmeetpunt, zal men rekening moeten houden met de aanlooptengete, daar men alleen betrouwbare metingen verkrijgt wanneer het stromingsbeeld niet meer is verstoord.

In normaalbladen wordt aangegeven hoeveel meter rechte leiding zonder storingsbronnen voor en achter een opnemer aanwezig moet zijn. Als voorbeeld geldt fig. 61 waarin staat aangegeven wat de vereiste lengte voor en na een meetschijf moet zijn.

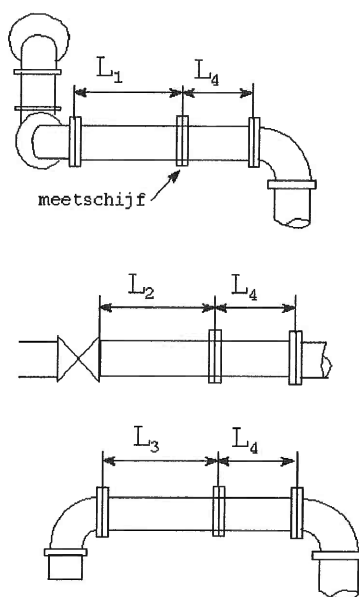
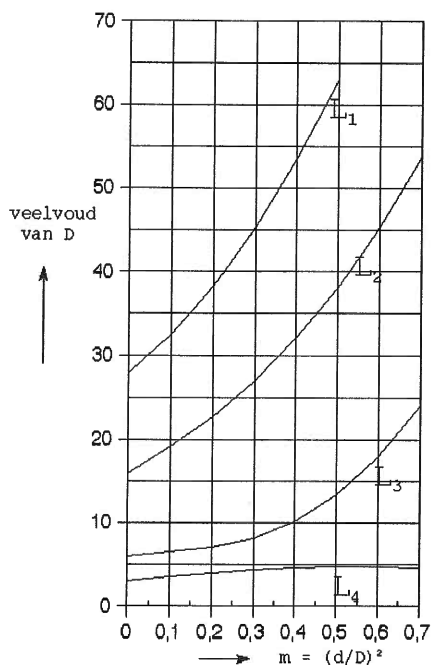


Fig. 61. Lengte voor en na een meetschijf.

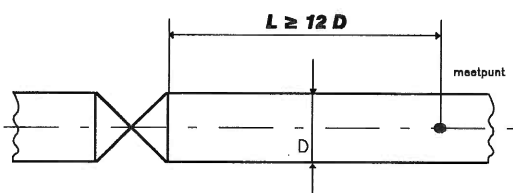


Fig. 62

Voor drukmeters wordt aangenomen dat het profiel na een verstoring voldoende is ingesteld, indien het meetpunt tenminste 12 keer de diameter van het toestel is verwijderd, fig 62.

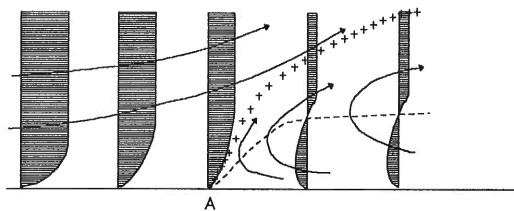


Fig. 63

Als er een drukverhoging plaatsvindt op de strooming, kan de grenslaag loslaten. Het loslaten van de grenslaag is een gevolg van tegendruk in de stroomrichting. Door deze tegendruk en de aanwezige wrijvingskrachten zullen in een zeker punt A de onderste deeltjes van de grenslaag stil komen te liggen, fig. 63.

De aankomende grenslaag verlaat bij A de wand, terwijl voorbij A een stroming in tegengestelde richting ontstaat. Deze tegengestelde stroming botst bij A tegen de grenslaag en gaat zich stroomafwaarts door het ombuigen van de bewegingsrichting voegen naar de kernstroming.

Meestal wordt deze kringstroming meegenomen met de kernstroming waarna zich een nieuwe kringstroom instelt enz. Dit hoeft niet op dezelfde plaats te gebeuren, zodat A varieert in plaats. Een voorbeeld is de diffusor met een grote hoek φ , fig. 64.

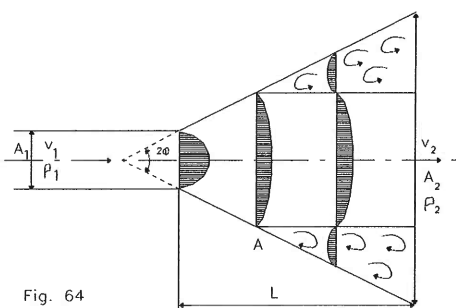
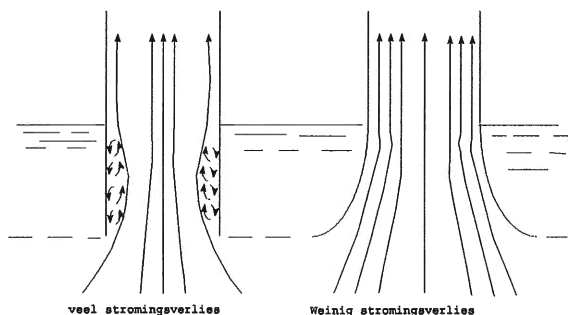


Fig. 64

De grenslaag blijft niet meer aanliggen en gaat loslaten.

Er treedt terugstroming op omdat de verwijding in de buis te groot is. Iets verder in de buis wordt weer een nieuwe grenslaag gevormd. Is de grenslaag eenmaal losgelaten van de wand dan is herstel moeilijk. Door de ontstane wervels treedt een aanzienlijk energieverlies op. Dit verklaart dan ook, dat de wrijvingskrachten in een diffusor sterk toenemen bij het overschreden

van een bepaalde hoek, de zgn. tophoek van 7° , zie fig. 24 en hoofdstuk 2.2.4.1.3. Het plaatsen van een diffusor aan het eind van een leiding zal om genoemde redenen de uitstroomverliezen sterk beperken. Doordat in de diffusor een hoeveelheid energie in druk wordt omgezet, de snelheidsdruk wordt lager, zal tevens het lawaai van de stroming worden verkleind.



Wanneer een vloeistof een zuigleiding binnenstroomt zal ook hier een instroomverlies optreden in de vloeistof. Dit verlies kan aanzienlijk zijn zodat het vaak aan te bevelen is de zuigmond te voorzien van een trechtvormige uitstroomopening, fig. 65. Zie tevens hoofdstuk 2.6.4.

Fig. 65. Instroomverliezen.

Het plaatsen van een diffusor na een leidingintrede of een bocht heeft in het algemeen weinig effect. Hierbij hebben we immers meestal te maken met een inhomogene snelheidsverdeling bij de intrede van de diffusor. Hoe inhomogener de snelheidsverdeling hoe groter de verliezen zijn.

2.10.1. Weerstand in bochten, afsluiters etc.

Een pijpleiding is in het algemeen voorzien van pijpbochten, afsluiters, pijpvernauwingen en pijpverwijdingen die een extra drukval zullen veroorzaken. Stroomopwaarts is de invloed van een storend object gering. Stroomafwaarts is er wel invloed omdat de snelheidsverdeling verstoord wordt en zich geleidelijk zal herstellen. Tengevolge van optredende wervels (energiedissipatie) zal de weerstand in het buisgedeelte stroomafwaarts groter zijn dan zonder aanwezigheid van het object. Daarnaast is er de weerstand van het object zelf. Deze weerstanden kunnen niet gescheiden worden bepaald. In de praktijk is men echter ook alleen geïnteresseerd in het totale drukverlies dat door het object wordt veroorzaakt.

Bij de meeste objecten komt het drukverschil neer op het vernietigen van kinetische energie zodat er evenredigheid kan worden verwacht tussen het drukverlies en de kinetische energie. Deze evenredigheid wordt meestal als volgt geschreven:

$$\Delta P_F = K_w \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \quad \left(\frac{N}{m^2} \right) \quad (94)$$

of

$$A_{wr} = e_v \cdot \frac{1}{2} \cdot v^2 \quad \left(\frac{Nm}{kg} \right) \quad (95)$$

$K_w = e_v$ is een dimensieloos weerstandsgetal, dat enigszins afhankelijk is van het Reynolds-getal.

In tabel 3 worden voor een aantal K_w -waarden vermeld voor turbulente stroming.

Voor laminaire zijn er weinig gegevens bekend voor K_w -waarden. Voor enkele obstakels zijn ze weergegeven in tabel 4.

Uit de literatuur is bekend dat de K_w -waarden voor Re-getallen van ca. 2000 tot ca. 500 nagenoeg constant zijn, terwijl K_w -waarden sterk toenemen bij Re-getallen kleiner dan 500. Dit vinden we ook terug in tabel 4.

Tabel 4

		K _w -waarden			
Leidingonderdeel		Re = 1000	500	100	50
90 ° bocht (kort)		0,9	1,0	7,5	16
tee-stuk		0,4	0,5	2,5	
		1,5	1,8	4,9	9,5
schuifafsluiter (open)		1,2	1,7	9,9	24
plugafsluiter (open)		12	14	19	27

Bij het berekenen van de weerstand van een leidingsysteem, dat pijpstukken van verschillende diameters bevat en bovendien een aantal overgangen, bochten, afsluiters of andere stromingsweerstand, dient nu de weestand, ΔP_F , voor elk onderdeel van het systeem afzonderlijk te worden bepaald; voor rechte leidingen volgens vergelijking 88, voor appendages volgens vergelijking 94.

Al deze vergelijkingen samengevoegd geeft de vergelijking:

$$\Delta P_F = \sum_i \left(f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \langle v \rangle^2 \right)_i + \sum_j \left(K_w \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \langle v \rangle^2 \right)_j \quad (96)$$

Hierin is de eerste term over alle stukken rechte leiding genomen en de tweede term over alle appendages.

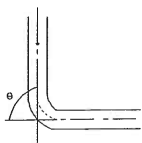
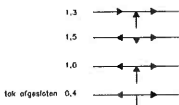
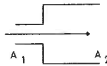
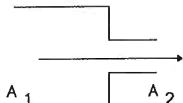
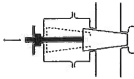
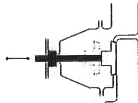
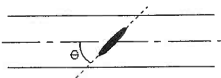
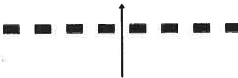
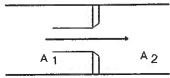
De energieverliezen over een leidingonderdeel worden in plaats van een K_w-waarde ook vaak gekarakteriseerd door het begrip equivalente pijplengte.

Onder equivalente pijplengte van een onderdeel van de pijp verstaan we een pijplengte die dezelfde drukval heeft als het onderdeel. De equivalente pijp heeft dezelfde doorsnede als de pijp waarin het betreffende onderdeel is gemonteerd. Voorbeelden van equivalente pijplengten vinden we in figuur 66. In een leidingnet telt men alle pijplengten en equivalente pijplengten met dezelfde diameter bij elkaar op. Deze totale lengte (L) vult men in in vergelijking 88 voor het berekenen van het totale drukverlies in het leidingsysteem.

$$\Delta P_F = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \langle v \rangle^2$$

Voor L wordt vaak L_e geschreven: L_e = equivalent pijplengte. Een equivalente pijplengte, L_e, van een willekeurig onderdeel in een pijp is gelijk aan:

$$L_e = \frac{K_w}{f} \cdot D \quad (97)$$

Leidingonderdeel	K_w	Figuur
15° bocht 30° bocht 45° bocht 60° bocht 90° bocht	0,02 0,11 0,26 0,50 1,20	
tee-stuk		
pijpingang, recht afgesneden geprofileerd	0,5 0,05	
verwijding	$(\frac{A_1}{A_2} - 1)^2$	
vernauwing	$0,45 (1 - \frac{A_2}{A_1})$	
schuifafsluiter, open $\frac{3}{4}$ open $\frac{1}{2}$ open $\frac{1}{4}$ open	0,17 0,9 4,5 24,0	
plugafsluiter, open $\frac{3}{4}$ open $\frac{1}{2}$ open $\frac{1}{4}$ open	9,0 13,0 36,0 112,0	
vlinderkraan, $\theta = 5^\circ$ $\theta = 10^\circ$ $\theta = 20^\circ$ $\theta = 40^\circ$ $\theta = 60^\circ$	0,24 0,52 1,54 10,8 118,0	
geperforeerde plaat: fractie vrij opp. $\epsilon =$ 0,6 0,5 0,2	0,7 1,5 2,0	
meetflens met scherpe rand $\approx$	$2,7 (1 - \frac{A_1}{A_2}) (1 - \frac{A_1^2}{A_2^2}) \frac{A_2^2}{A_1^2}$	

Tabel 3.

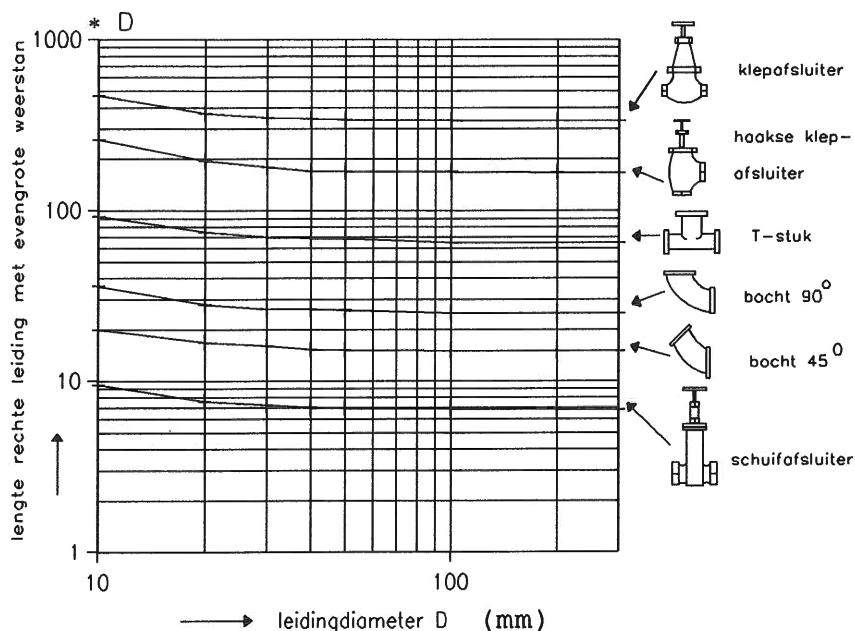


Fig. 66. Diagram voor het bepalen van de weerstand van verschillende appendages uitgedrukt in de weerstand van een rechte leiding met een overeenkomende diameter als de pijp waarin de appendage is gemonteerd.

Door leveranciers van bochten afsluiters enz. worden vaak grafieken verstrekt, waarin het drukverlies als functie van de gemiddelde vloeistofsnelheid staat weergegeven.

2.10.2. Stroming door niet cirkelvormige doorsneden.

Tot nu toe is alleen gesproken over buizen met cirkelvormige doorsnede; vaak vindt echter de stroming plaats in niet cirkelvormige doorsneden.

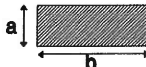
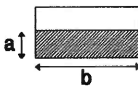
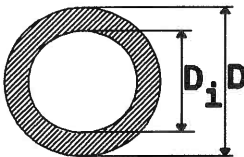
In het getal van Reynolds komt een karakteristieke afmeting voor. Voor cilindrische buizen, waardoor een fluïdum stroomt, neemt men hiervoor de buisdiameter. Om nu voor buizen die een niet cilindervormige doorsnede hebben, tot een vergelijkbare waarde van het Reynolds-getal te komen, heeft men de zgn. hydraulische diameter, D_h , ingevoerd. Deze is als volgt gedefinieerd.

$$D_h = 4 * \frac{\text{doorstroomoppervlak}}{\text{bevochtigde omtrek}} \quad (98)$$

Deze definitie blijkt in de praktijk een goede benadering te

zijn voor de karakteristieke afmeting in het Reynolds-getal in het **turbulente** gebied. Voor laminaire stroming voldoet deze definitie minder goed. Hiervoor is men aangewezen op exacte formuleringen die het verband aangeven tussen drukval en vloeistofsnelheid. In tabel 5 is voor enkele geometrieën de formule op basis van de definitie uitgewerkt.

Tabel 5.

geometrie	formule	figuur
ronde pijp geheel doorstroomd	$D_h = \frac{4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D^2}{\pi \cdot D} ;$ $D_h = D$	
ronde pijp half doorstroomd	$D_h = \frac{4 \cdot \frac{1}{8} \pi \cdot D^2}{\frac{1}{2} \pi \cdot D} ;$ $D_h = D$	
rechthoekige pijp geheel doorstroomd	$D_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2(a + b)}$ $D_h = \frac{2 \cdot a \cdot b}{a + b}$	
rechthoekige pijp deels doorstroomd	$D_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2 \cdot a + b}$	
annulaire ruimte geheel doorstroomd	$D_h = \frac{\pi(D^2 - D_i^2)}{\pi(D + D_i)}$ $D_h = D - D_i$	

2.10.3. Cirkelvormig gebogen pijpen, spiralen.

Bij cirkelvormige buizen wordt de stroming gestabiliseerd waardoor het kritische Re-getal toeneemt. De laminaire stroming is niet meer identiek aan het parabolische stromingsprofiel. Met name treden er tengevolge van centrifugale krachten secundaire dwarsstromen op. Deze stromingen worden veroorzaakt door een gedwongen afwijking in de stroomlijnrichting. In de bocht ontstaat een drukveld met aan de binnenzijde van de bocht een lagere druk dan aan de buitenzijde. Dit drukveld levert de centripetale krachten die nodig zijn voor de kromming van de stroomlijnen in de bochten. In de stroming zal de snelheid in de kernstroming groter zijn dan in de naar buiten gelegen delen.

Het drukveld zorgt ervoor dat ook de langzaam stromende volumelementen de vereiste afwijking krijgen, waardoor de volumelementen langs boven- en onderwand van buiten naar de kernstroming gaan bewegen. Omdat er continuïteit in de stroming is, zal er ook weer fluïdum van de kernstroming naar buiten bewegen. Deze twee bewegingen vullen elkaar aan waardoor twee kringstromen ontstaan, zie figuur 67. De secundaire kringstromen stromen langzaam in vergelijking met de hoofdstroom.

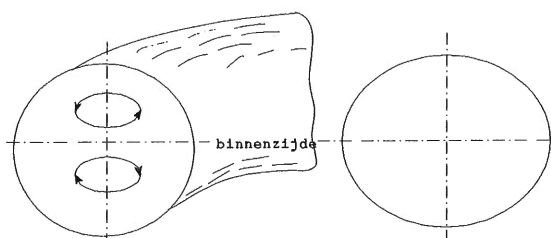


Fig. 67.

De secundaire kringstromen verhogen de drukval maar verbeteren daarentegen de warmte overdracht aan de wand (de dikte van de laminaire onderlaag neemt af).

Is de leiding niet cirkelvormig maar ellipsvormig, dan nemen we waar dat in een cirkelvormige buis grotere secundaire stromingen optreden dan in een ellipsvormige buis (ga dit na). Het Re-getal waarbij de laminaire stroming nog stabiel is, $Re_{kritisch}$, kan worden berekend met de vergelijking:

$$Re_{kritisch} = 2100 \left(1 + 12 \sqrt{\frac{D}{D_c}} \right) \quad \text{voor } 10 < \frac{D_c}{D} < 250 \quad (99)$$

D = diameter van de pijp

D_c = diameter van de spiraal

Hieruitvolgt dat de stroming in spiralen wordt gestabiliseerd. De turbulentie treedt op bij hogere Re-getallen dan 2300:
 $Re_{kritisch} \approx 5700$ als $D_c = 50D$ en $Re_{kritisch} \approx 8600$ als $D_c = 15D$.

Tengevolge van de secundaire stromingen zijn de wrijvingsverliezen in een spiraal hoger dan die in een rechte pijp van dezelfde lengte.

De wrijvingsverliezen bij laminaire stroming kunnen worden uitgedrukt in een zgn. equivalente lengte, L_e ; dit is de pijplengte die evenveel weerstand veroorzaakt als het object, hier de spiraal. In fig. 68 zien we L_e/L als functie van $Re \cdot (D/D_c)^{1/2}$ weergegeven.

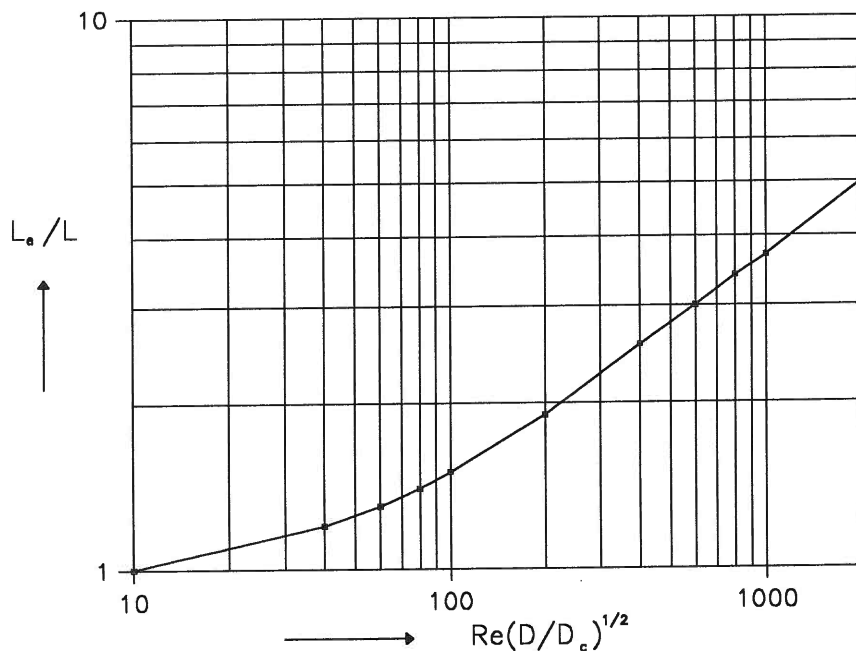


Fig. 68. Equivalent lengte voor een spiraal bij laminaire stroming. $Re \cdot (D/D_c)^{1/2} < 10$ dan is $L_e/L = 1$.

De curve heeft een nauwkeurigheid van ca. $\pm 5\%$.

Indien in de spiraalvormige buis turbulente stroming optreedt kan voor het berekenen van het drukverlies gebruik worden gemaakt van de vergelijking:

$$\Delta P_F = f' \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \langle v \rangle^2$$

De frictiefactor f' , voor gladde buizen, kan worden berekend met de vergelijking:

$$f' = 0,32 \cdot Re^{-0,25} + 0,04 \cdot \left(\frac{D}{D_c}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (100)$$

Deze vergelijking heeft een afwijking van ca. $\pm 10\%$.

2.10.4. Zeven.

De stroming door een zeef kan worden beschouwd als de stroming door een aantal parallel geschakelde meetflenzen. Voor het berekenen van het drukverlies over een zeef kan de volgende vergelijking worden toegepast:

$$\Delta P_{zeef} = \frac{n}{C^2} \cdot \left(\frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2} \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \quad (101)$$

α = fraktie vrije doorlaat van de zeef.

$$\alpha = \left(\frac{D_s}{D_s + D} \right)^2$$

D_s = doorsnede opening in de zeef (m)

D = dikte van de draad (m)

v = stroomsnelheid boven de zeef (m/s)

n = aantal zeven in serie.

Vergelijking 101 geldt voor vlakke rechthoekige-mesh zeven.

$$Re = \frac{D_s \cdot v \cdot \rho}{\eta} \quad (102)$$

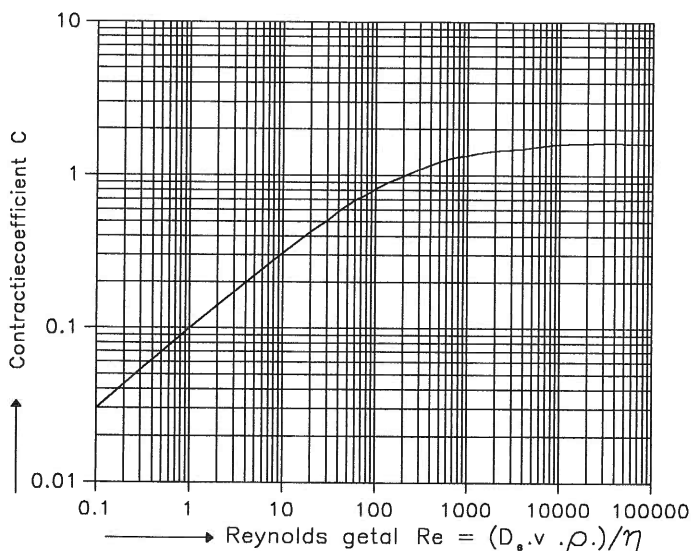


Fig. 69. Contractiecoëfficiënt C als functie van Re voor een vlakke rechthoekige zeef.

In fig 69 is de contractie coëfficiënt, C , van een gewezen-mesh zeef als functie van het Re -getal weergegeven.

Voor het verkrijgen van een gelijkmatige (lucht) stroming maakt men vaak gebruik van geperforeerde platen of zeefgazen, meestal in combinatie met luchtgelijkrichters.

2.10.5. Berekening van de drukval voor stroming in pijpen en om pijpenbundels (warmtewisselaar).

Bij de berekening van de drukval voor stroming in pijpen en om pijpenbundels denken we speciaal aan de berekening van de drukval over een pijpenwarmtewisselaar.

Onder een warmtewisselaar verstaan we een apparaat waarin de warmteoverdracht tussen twee niet kokende vloeistoffen, die beide aan het proces deelnemen, plaatsvindt. Enkele eenvoudige warmtewisselaars zijn getekend in fig. 70.1 en 70.2 terwijl in fig. 71 een detail is weergegeven van een keerschot.



Fig. 70.1

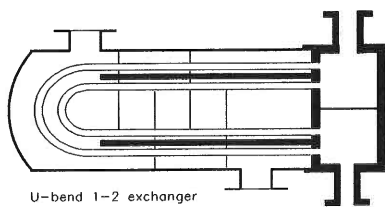


Fig. 70.2

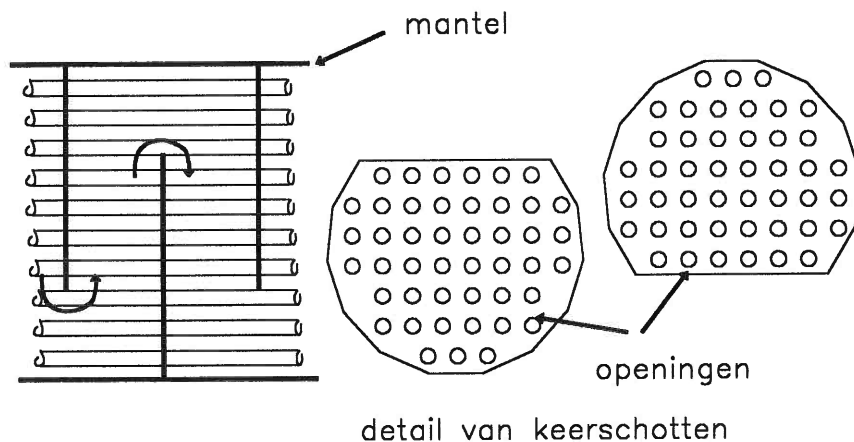


Fig. 71

Bij warmtewisselaars zijn de buizen opgesloten in een mantel terwijl de buizen meestal zijn voorzien van keerschotten, fig. 72.

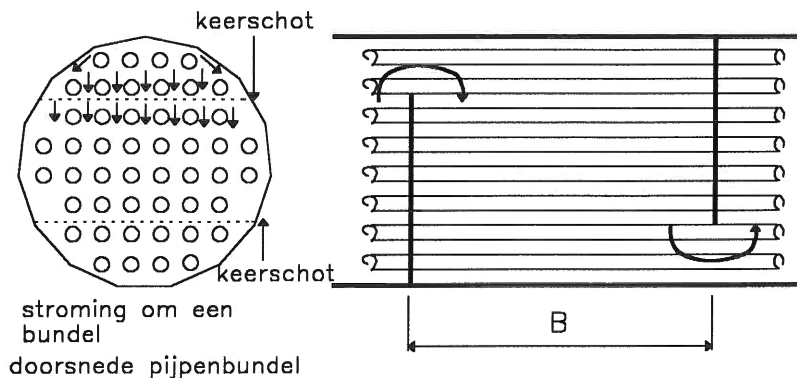


Fig. 72

De in de warmtewisselaar gebruikte pijpen zijn gestandaardiseerd wat betreft pijp diameter, wanddikte en pijplengte. De meest gebruikte pijpen zijn 30 x 2,5; 25 x 2,5 en 18 x 2 mm met pijplengtes van 4 à 5 m.

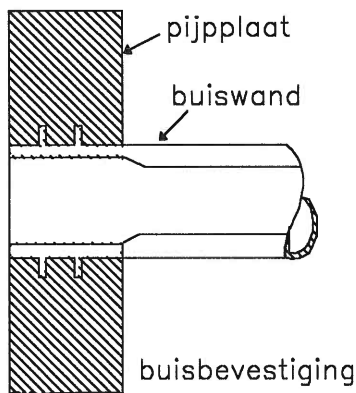


Fig. 73

manteldiameter.

De bevestiging van de pijpen in de pijpplaat moet lekdicht zijn om vermenging van de twee media te voorkomen. De pijpen worden in de pijpplaat gewalst, fig. 73, en eventueel nog extra gelast.

De keerschotten hebben tot doel om de snelheid van de vloeistof om de pijpen te vergroten om daardoor een betere warmteoverdracht te krijgen (dunnere laminaire onderlaag). Ook de afstand tussen de keerschotten en de grootte van het weggehaalde segment zijn van invloed op de warmteoverdracht en de drukval. De afstand tussen de keerschotten wordt maximaal even groot gekozen als de manteldiameter en minimaal $1/5$ van de

De keuze van het pijpenpatroon hangt ook nauw samen met de eisen die gesteld worden aan de drukval over de warmtewisselaar en het warmteoverdragend oppervlak.

Het patroon van de pijpen in de pijpenplaat heeft één van de vormen als aangegeven in fig. 74.

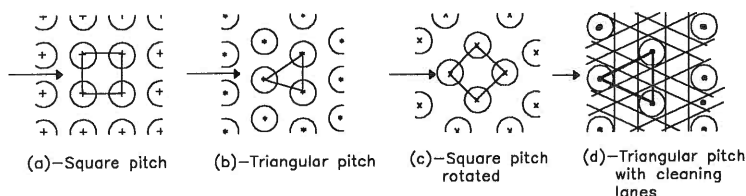


Fig.74 Common tube layouts for exchangers

De pijpopstelling in een vierkant wordt gebruikt als voor de vloeistof om de pijpen slechts een lage drukval toegestaan wordt en bij vloeistoffen die sterk vervuilen, omdat de mechanische reiniging tussen de pijpenrijen vrij eenvoudig is.

De gedraaide pijpopstelling in een vierkant veroorzaakt een grotere drukval dan de gewone pijpopstelling in een vierkant, maar geeft een grotere turbulentie en daardoor een betere warmteoverdracht.

De pijpopstelling in een driehoek veroorzaakt een grote drukval voor de vloeistof om de pijpen, maar geeft een betere warmteoverdracht dan de vierkante pijpopstelling. Het reinigen van de bundel kan niet mechanisch gebeuren. De pijpopstelling in een driehoek wordt veel toegepast voor weinig vervuilende vloeistoffen. De pijpopstelling in een driehoek met ruimte tussen de pijpen een drukval en een warmteoverdracht, die ligt tussen die van de pijpopstelling in een vierkant en de opstelling in een driehoek.

De afstand tussen het midden van de pijpen (steek) is evenals de pijpafmetingen vastgelegd in normbladen.

Het materiaal waarvan de warmtewisselaar is gemaakt kan vrijwel elk metaal zijn.

Zoals in hoofdstuk 2.9 reeds naar voren is gebracht wordt bij grotere vloeistofsnelheden de laminaire onderlaag dunner en daardoor de warmteoverdracht beter. De drukval over de warmtewisselaar wordt bij hogere snelheden echter ook hoger; er is meer pompenergie vereist.

De toegestane drukval over een warmtewisselaar is meestal van te voren gegeven (0,5 - 1 bar). We hebben hier te maken met een optimalisering tussen enerzijds de bedrijfskosten (o.a. pompenergie) en afschrijfkosten en anderzijds de hoeveelheid teruggewonnen energie.

We zullen ons beperken tot de drukval over een warmtewisselaar.

Drukval voor stroming in pijpen.

Voor de drukval over een aantal parallel geschakelde pijpen geldt de formule:

$$\Delta P_F = f \cdot \frac{L}{D_i} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot n \cdot \frac{\eta_w}{\eta} + 4 \cdot n \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \quad (103)$$

η_w/η = correctiefactor voor het geval er een temperatuurgradient in de buizen aanwezig is zoals in warmtewisselaars.

η_w = viscositeit aan de wand van de pijp.

η = viscositeit bij de gemiddelde temperatuur van de vloeistof.

v = gemiddelde snelheid van de vloeistof in de pijp

n = aantal pijpenpassages = aantal malen dat de vloeistof door de pijpen de warmtewisselaar in de lengterichting doorstroomt.

De faktor 4 n in de tweede term is als volgt tot stand gekomen.

Bij de omkering van de vloeistof van de ene passage naar de volgende (vloeistof verandert 180° van richting) treedt een drukval op die in de praktijk gelijk genomen wordt aan 4 "snelheidshoogten" ($4 \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot v^2$).

De drukverliezen in de in- en uittreestompen van de warmtewisselaar neemt men samen gelijk aan 4 "snelheidshoogten". Er zijn (n-1) omkeringen; de totale drukval over intrede, uittrede en omkeringen is dus gelijk aan: $4 + 4(n-1) = 4n$ snelheidshoogten.

Drukval voor stroming om de pijpenbundel.

Voor de drukval van een vloeistof om de buitenzijde van de buizen geldt de formule:

$$\Delta P_F = f \cdot \frac{D_r}{D_e} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot (N + 1) \cdot \frac{\eta_w}{\eta} \quad (104)$$

$$Re = \frac{D_e \cdot G_r}{\eta} \quad (105)$$

D_r = diameter van de mantel,

D_e = equivalent diameter, (D_h = hydraulische diameter)

N = aantal keerschotten,

f = frictiefactor (fig. 75). Voor SI-eenheden f vermenigvuldigen met 144.

$G_r = \rho \cdot v$ (massasnelheid vloeistof (flux) om de pijpenbundel ($\text{kg}/(\text{s m}^2)$)),

$G_r = G/a_r$ (G = massastroom om de buizen (kg/s)),

a_r = max. doorstroomoppervlak om de pijpenbundel,
 $a_r = D_r \cdot B \cdot C/P_t$
 D_r = diameter van de mantel,
 C = afstand tussen de buizen,
 P_t = afstand tussen de middens van de pijpen (steek),
 B = lengte tussen de keerschotten (lengte doorstromend oppervlak).

Voor bovenstaande symbolen zie figuur 76.

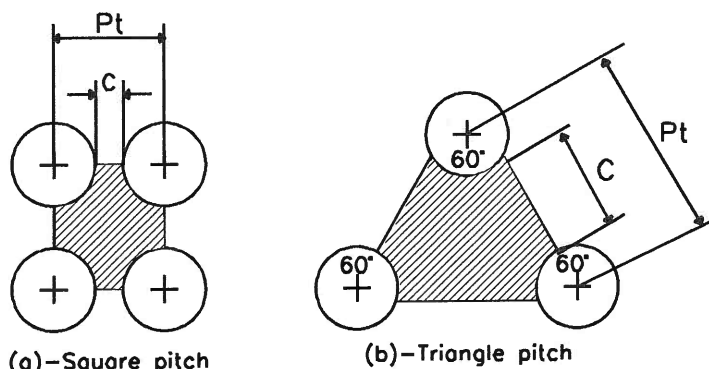


Fig. 76 Equivalent diameter.

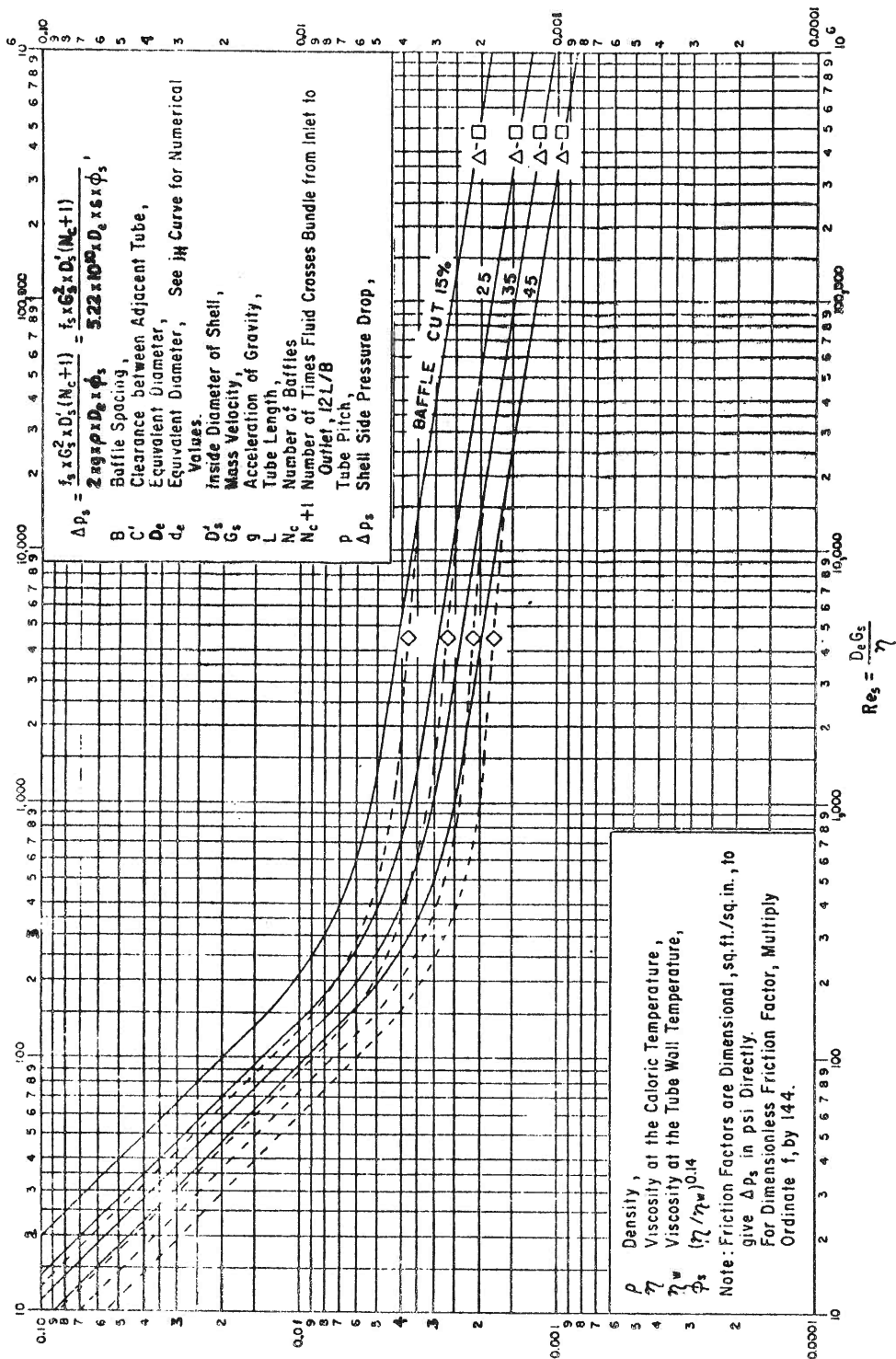
Equivalent (hydraulische) diameter.
 Vierkante steek:

$$D_e = \frac{4 \cdot (P_t^2 - \frac{\pi D_u^2}{4})}{\pi D_u} \quad (m)$$

Driehoekige steek:

$$D_e = \frac{4 \cdot (\frac{1}{2} P_t \cdot 0,86 \cdot P_t - \frac{1}{2} \frac{\pi D_u^2}{4})}{\frac{1}{2} \pi \cdot D_u} \quad (m)$$

D_u = buitendiameter van de pijp in m.



Shell side friction factors for low-finned and plain tubes. (By permission, "Engineering Data Book," Wolverine Tube Div., Calumet & Hecla Inc., 1959.)

2.11. Transport van fluïda.

2.11.1. Inleiding.

Om transport van fluïda mogelijk te maken hebben we apparaten nodig die mechanische energie aan het fluidum toevoeren. Zulke apparaten noemt men in het algemeen pompen; voor vloeistoffen is dit de gebruikelijke benaming bij gassen spreekt men soms van pompen, in andere gevallen van ventilatoren en compressoren.

Pompen dienen voor het transport en drukverhoging van fluïda. Zij zijn een onontbeerlijk hulpmiddel voor de procesindustrie en vervullen een belangrijke rol in elk fabrieksontwerp.

In principe moet een pomp een bepaalde hoeveelheid vloeistof per tijdseenheid op een hoger druk brengen. Deze overdruk wordt geheel of gedeeltelijk gebruikt voor stroming door leidingen en apparaten, daar deze met drukverlies gepaard gaat.

De druk kan zuiver statisch zijn (niveauverschil, verschil in systeemdruk) of zuiver dynamisch (met debiet Q_v toenemende weerstand) of, zoals meestal een combinatie van beide. Voorbeelden hiervan zijn gegeven in fig. 77.

In het algemeen kunnen we de volgende pomptypen onderscheiden:

1. stromings- of impulspompem,
2. verdringerpompen.,
 - a. met heen- en weergaande verdringer,
 - b. met een roterende verdringer,
 - c. diversen.

Stromings- of impulspompen.

Deze pompen zijn gekenmerkt door een continue doorstroming van het medium, welke wordt bewerkt door impulsoverdracht met behulp van een roterende waaier of schroef. Tot dit type behoren de centrifugaal- en axiaalpompen.

Verdringerpompen.

In deze pompen wordt vloeistof door een vast lichaam verdrongen of voortgestuwd, waarbij de drijvende kracht rechtstreeks op de vloeistof wordt overgebracht.

Het vaste lichaam dat de vloeistof voor zich uit drijft, kan een zuiger, een massieve staaf, een membraan, een vleugel, of van een meer ingewikkelde vorm zijn, zoals een tandwiel of een wormwiel.

Van bovenstaande pompen zullen de centrifugaal- en axiaalpompen nader worden besproken, daar deze door zijn gunstige technische eigenschappen en flexibiliteit in ontwerp en constructie het meest gebruikte type is in fabrieken.

Wat hierna wordt besproken ten aanzien van het plaatsen van impulspompen in leidingsystemen, geldt ook in belangrijke mate voor verdringerpompen.

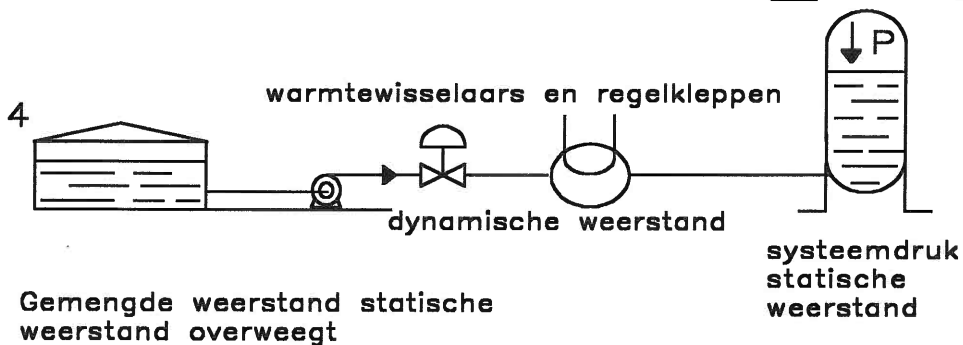
Voorbeelden



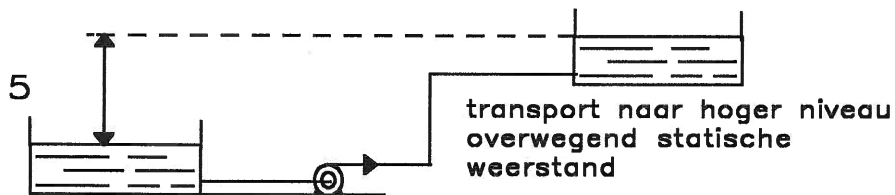
Massale verplaatsing van A naar B praktisch zonder niveau verschil.



Rondpomp om menging te verkrijgen. Ter verkorting mengtijd groot debiet.



Gemengde weerstand statische weerstand overheeft



2.11.2. Centrifugaalpomp.

Een centrifugaalpomp bestaat in zijn eenvoudigste vorm uit een waaier, die in een pomphuis kan ronddraaien. In fig 78 zien we het principe van een centrifugaalpomp.

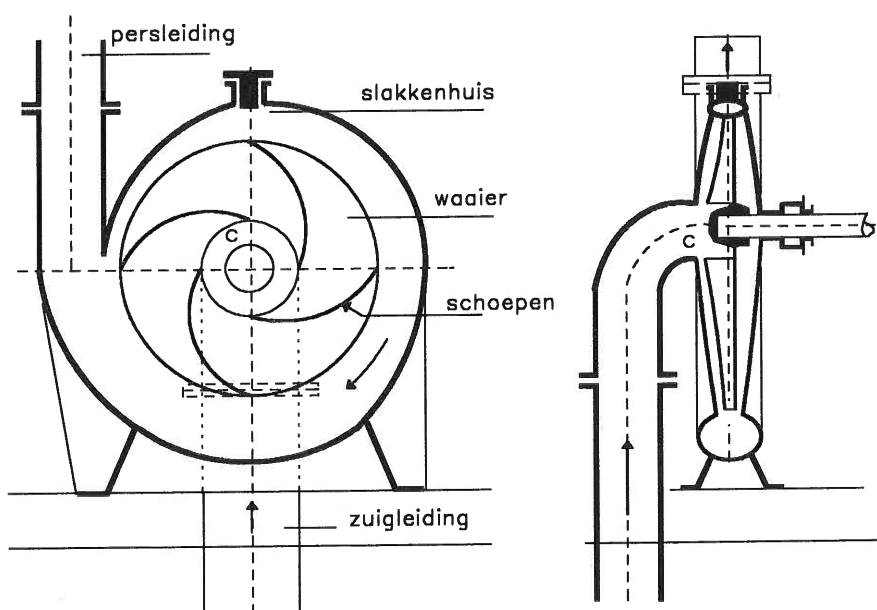
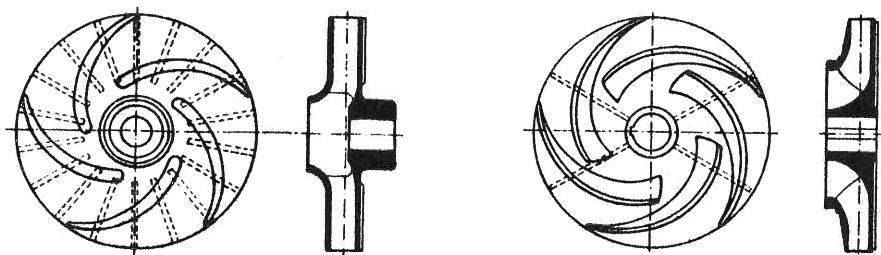


Fig. 78. Principe centrifugaalpomp.

De waaier bestaat gewoonlijk uit twee schijven, waartussen zich schoepen bevinden, de zgn. gesloten waaier, fig. 79.



a. Enkel gekromde schoepen.

b. Dubbel gekromde schoepen

Fig. 79.

De schoepen zijn meestal t.o.v. de draairichting achterover gebogen. Dit type waaier wordt toegepast voor schone of zeer licht verontreinigde vloeistoffen. Daarnaast kennen we de zgn. half-open en open waaiers, fig. 80.

De half-open waaiers worden vooral toegepast voor licht verontreinigde vloeistoffen, bijv. zandhoudend water, de open-waaier voor sterk verontreinigde vloeistoffen.

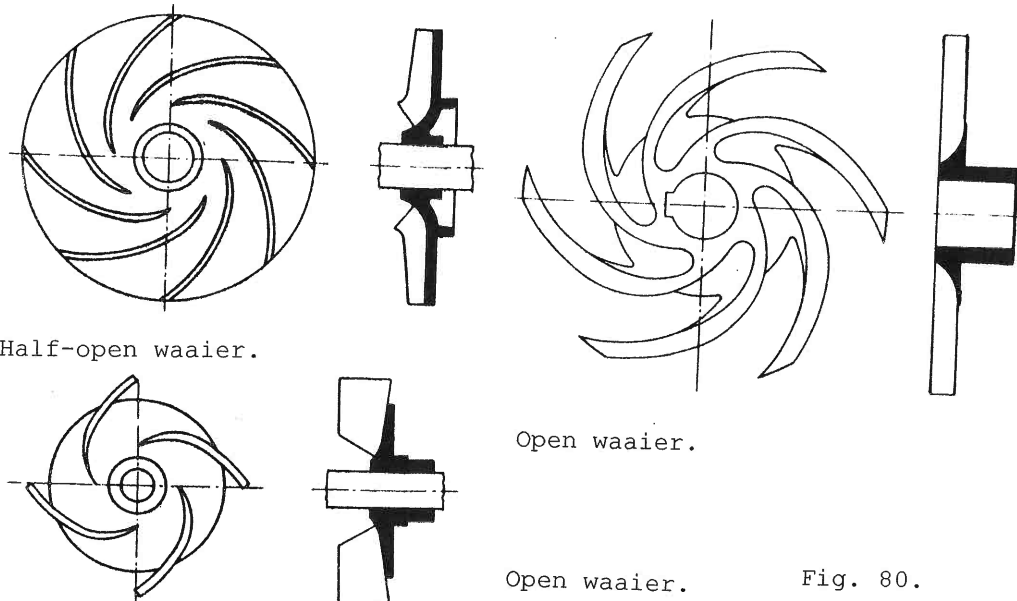


Fig. 80.

Om de waaier bevindt zich een huis; dit heeft de vorm van een slakkenhuis omdat de hoeveelheid fluidum, die moet worden doorgelaten, vanaf het punt, waar de waaier dicht langs het huis stroomt, tot aan de persleiding, steeds groter wordt. De waaier draagt energie over op het fluidum waardoor drukhoogte en snelheidshoogte toenemen. de drukhoogte stijgt door de centrifugaalkracht en doordat snelheid in druk wordt omgezet. Heeft de vloeistof de waaier verlaten dan wordt in het huis de stroomsnelheid geleidelijk verminderd en dus ten dele ook in druk omgezet. Tenslotte bouwt men de uitlaat van de pomp vaak in de vorm van een diffusor om nog meer druk ten koste van snelheid te verkrijgen.

Voor het in bedrijf stellen van de pomp dienen het pomphuis en de zuigleiding met vloeistof te worden gevuld. Om te voorkomen dat de vloeistof hierbij naar de bron terugvloeit, bevestigt men onder aan de zuigleiding een voetklep.

De centrifugaalpomp hebben t.o.v. de verdringerpomp de volgende voor- en nadelen:

Voordelen:

- a. bij gelijke volumestroom een lagere aanschaffingsprijs,
- b. weinig bewegende delen (geen kleppen enz.), dus lage onderhoudskosten,
- c. minder plaatsruimte,
- d. hoog toerental, waardoor een directe aandrijving door een elektromotor mogelijk is,
- e. een rustige gang waardoor de fundatie licht kan zijn,
- f. bij een aangepaste constructie de mogelijkheid om verontreinigde vloeistoffen te verwerken,

g. een ononderbroken vloeistofstroom.

Nadelen:

- a. een lager rendement, vooral bij kleine volumestromen en grote opvoerhoogte,
- b. in normale uitvoering niet zelfaanzuigend,
- c. vooral bij kleine volumestromen minder geschikt voor het verwerken van visceuse vloeistoffen.

De grootheden die de pompprestatie beschrijven zijn:

- debiet, Q_v (volumestroom, m^3/s),
- opvoerhoogte, H (in meters van de verpompte vloeistof),
- vermogenrendement.

Anders dan bij positieve verdringerpompen, is bij centrifugaalpompen het verplaatste volume niet constant maar afhankelijk van de tegendruk. Er treedt nl. een "slip" in de vloeistofverplaatsing op, die des te groter is naarmate de tegendruk toeneemt. Voor een gegeven pomp hangen Q_v en H bij constant toerental, n , met elkaar samen ($Q_v = f(H)$). Deze functie heet de **pompkarakteristiek**. Het is een belangrijk gegeven dat bij de pomp behoort en moet door de fabrikant voor elke door hem geleverde pomp worden verstrekt.

Behalve een $Q_v - H$ kromme bevat een grafiek rendementscurven (μ) en vermogenscurven (P), fig. 81.

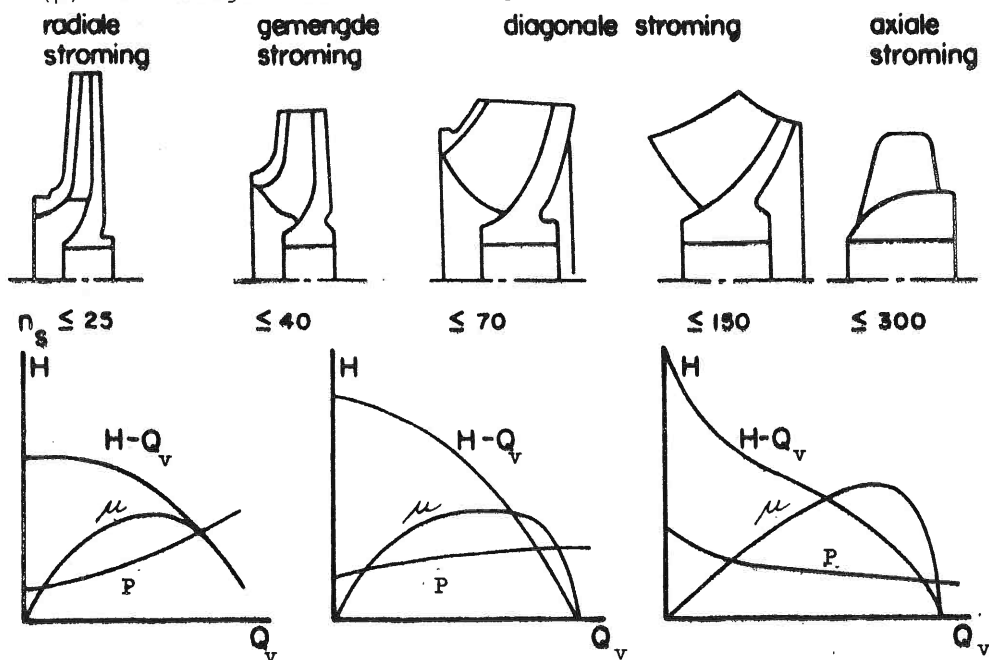
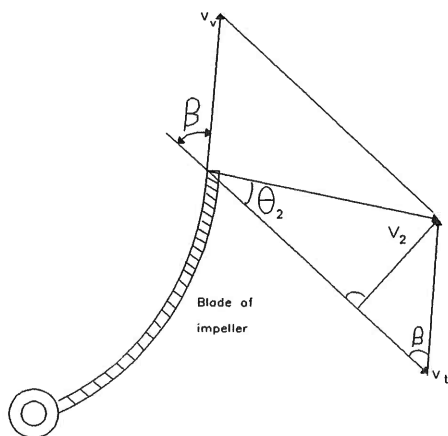


Fig. 81. Waaiertypen en specifiek toerental n_s ; Q_v - H curven, rendementscurven (μ) en vermogenscurven (P).

Normaal vindt men bij centrifugaalpompen een afnemende H bij toenemende Q_v . Dit is tegenstelling tot een verdringerpomp waarbij Q_v nagenoeg constant blijft bij toenemende H .

De voor de werking van de pomp belangrijke factoren zijn:
a: v_v (de relatieve snelheid van het fluïdum t.o.v. de waaier),
b: v_t (de tangentiële snelheid van het uiteinde van de schoep),
c: v_2 (de resultante van de snelheden v_v en v_t).



De verschillende snelheden
zijn weergegeven in fig. 82.

Fig. 82. Snelheids-diagram.

Theoretisch kunnen we afleiden:

$$Q_v = 2.\pi.r_2.b.v_v.\sin\beta \quad \text{en} \quad (106)$$

$$H = \frac{r_2^2 \cdot \omega^2}{g} - \frac{Q_v \cdot \omega}{2.\pi.b.g.\tan\beta} \quad (107)$$

r_2 = straal van de schoep (m)

ω = $2\pi.N$ (hoeksnelheid rad/s)

N = toerental waaier (omw./s)

$v_t = r_2.\omega$; b = breedte van de schoep.

Uit de vergelijkingen 106 en 107 volgt:

$$Q_v \approx r_2^2 \cdot b \cdot \omega$$

$$H \approx r_2^2 \cdot \omega^2$$

Het vermogen van de pomp is recht evenredig met Q_v en H :

$$P \approx r_2^4 \cdot b \cdot \omega^3$$

Voor een bepaalde pomp krijgen we:

$$Q_v \approx \omega; H \approx \omega^2; P \approx \omega^3 \text{ of } Q_v \approx N; H \approx N^2; P \approx N^3$$

Voor geometrische gelijkvormige pompen waarbij $b \approx r_2$ en het toerental gelijk is geldt:

$$Q_v \approx r_2^3; H \approx r_2^2 \text{ en } P \approx r_2^5$$

Uit bovenstaande volgt dat de vorm, afmetingen en de snelheid van de waaier alsmede het aantal schoepen, van grote invloed zijn op de opvoerdruk en volumestroom. Hoe groter de diameter van de waaier is en hoe groter zijn snelheid, hoe groter de opvoerdrukken zijn die bereikt kunnen worden. Ook de kromming van de schoepen is enigszins van invloed op de te bereiken opvoerdruk. De juiste kromming van de schoepen is echter belangrijker voor het rendement dan voor de druk. De volumestroom van de te verpompen vloeistof is volgens vergelijking 107 afhankelijk van de doortocht van de waaier.

Men kan de opvoerdruk van een centrifugaalpomp vergroten door een aantal waaiers in serie te schakelen. Hierbij passeert de vloeistof eerst een waaier die er een bepaalde druk aan geeft. Vervolgens wordt deze vloeistof onder druk naar de volgende waaier gebracht die de druk verder verhoogt, enz. (fig. 92).

Ook door middel van een dimensieanalyse kan men tot bovenstaande vergrotingsregels komen. De werking van twee geometrische gelijkvormige pompen zal nl. op dezelfde wijze van bepaalde grootheden afhangen, als de stromingen in beide pompen gelijkvormig zijn.

Voor bijv. het vermogen van een pomp kunnen we afleiden:

$$P = f(\rho, Q, \eta, N, D) \text{ of } P = K \cdot \rho^a \cdot Q^b \cdot \eta^c \cdot N^d \cdot D^e \text{ of}$$

$$M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L \cdot T^{-1} = K \cdot (M \cdot L^{-3})^a \cdot (L^3 \cdot T^{-1})^b (M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot T \cdot L^{-2})^c \cdot (T^{-1})^d \cdot (L)^e$$

$$M \cdot L^2 \cdot T^{-3} = K \cdot (M \cdot L^{-3})^a \cdot (L^3 \cdot T^{-1})^b (M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1})^c \cdot (T^{-1})^d \cdot (L)^e$$

$$\begin{array}{rclcl} 1 & = & a & + & c & a = 1 - c \\ 2 & = & -3a + 3b - c & + & e & 0 = 5 - 2c - 3b \\ -3 & = & -b - c - d & & & -3 = 3 - c - b \end{array}$$

We krijgen nu:

$$P = K \cdot \rho^{1-c} \cdot Q_v^b \cdot \eta^c \cdot N^{3-c-b} \cdot D^{5-2c-3b}$$

Hieruit volgt:

(108)

$$\frac{P}{\rho N^3 \cdot D^5} = K \cdot \left(\frac{Q_v}{N \cdot D^3} \right)^b \cdot \left(\frac{\rho \cdot N \cdot D^2}{\eta} \right)^{-c}$$

Als de drie kengetallen constanten zijn, voor gelijkvormige waaiers, dan zullen ook hun machten en produkten constant zijn. Uit deze drie kengetallen kunnen we nu een willekeurig aantal (oneindig veel) andere dimensieloze groepen afleiden. Bij centrifugaalpompen kunnen we de volgende kengetallen onderscheiden:

$$C_Q = \frac{Q_v}{N \cdot D^3} \quad (\text{specifieke capaciteit})$$

$$C_P = \frac{P}{\rho \cdot N^3 \cdot D^5} \quad (\text{kengetal van het vermogen}).$$

$$C_H = \frac{g \cdot H}{N^2 \cdot D^2} \quad (\text{specifieke opvoerhoogte of kengetal van energiehoopte})$$

$$Re = \frac{\rho \cdot N \cdot D^2}{\eta} \quad (\text{Reynolds kengetal van de stroming})$$

Door eliminatie van de diameter, D, uit C_Q en C_H krijgen we:

$$N_s = \frac{C_Q^{\frac{1}{2}}}{C_H^{\frac{3}{4}}} = \frac{N \cdot Q_v^{\frac{1}{2}}}{(g \cdot H)^{\frac{3}{4}}} \quad (\text{specifiektoerental})$$

Door eliminatie van N ontstaat:

$$N_D = \left(\frac{C_H}{C_Q^2} \right)^{\frac{1}{4}} = \frac{(g \cdot H)^{\frac{1}{4}} \cdot D}{Q_v^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{specifiekediameter}).$$

Het rendement van de pomp wordt bepaald door de vergelijking:

$$\mu = \frac{\rho \cdot Q_v \cdot g \cdot H}{P_A}; \quad \mu = \frac{P}{P_A}$$

$P = \rho \cdot Q_v \cdot g \cdot H$; het aan het fluidum toegevoerde vermogen (Watt).
 P_A = het opgenomen asvermogen van de pomp. P_A is groter dan P tengevolge van allerlei verliezen bij de energieoverdracht.

Het rendement bestaat uit het produkt van:

- het mechanisch rendement bepaald door wrijving van bewegen de delen van de pomp,
- het hydraulisch rendement, bepaald door de stromingsverliezen in de pomp,
- het volumetrisch rendement, bepaald door inwendige en uitwendige lekkages van de pomp.

Voor het rendement, μ , kan worden geschreven:

$$\mu = \frac{Q_v}{N \cdot D^3} \cdot \frac{\frac{g \cdot H}{N^2 \cdot D^2}}{\frac{P}{\rho \cdot N^3 \cdot D^5}} \quad \text{of} \quad \mu = \frac{C_Q \cdot C_H}{C_P}$$

De kengetallen: C_Q ; C_P ; C_H ; Re ; N_s ; N_D en μ zijn karakteristieke constanten die gelden voor gelijkvormige waaiers bij een gelijkvormige stroming. Deze kengetallen kunnen dienen voor vergroting of verkleining van een bepaald type centrifugaal-pomp.

Zijn de visceuse krachten te verwaarlozen, hetgeen bij hoge Re -getallen het geval is, dan kunnen C_H , C_P en μ worden uitgezet tegen C_Q , waarbij voor een bepaald type centrifugaalpomp, eenduidige curven ontstaan, zie fig. 83.

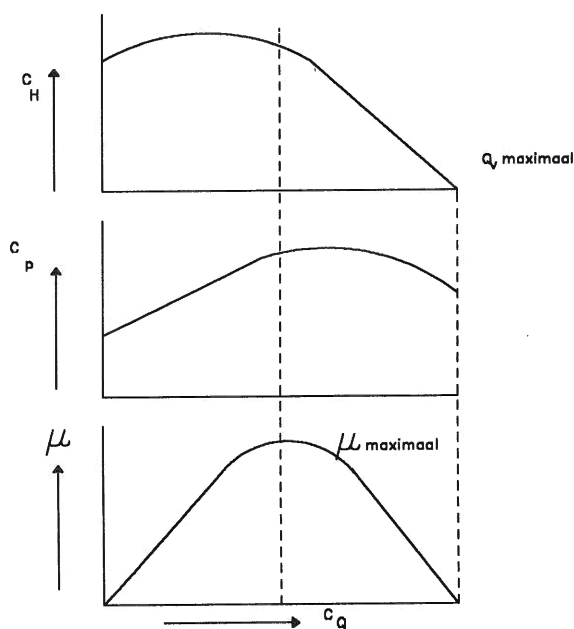


Fig. 83.

In de praktijk gaat men meestal uit van een Q - H kromme. Is de kromme gegeven bij een bepaald toerental dan kunnen we hieruit, met behulp van de kengetallen, krommen voor andere toerentallen worden afgeleid.

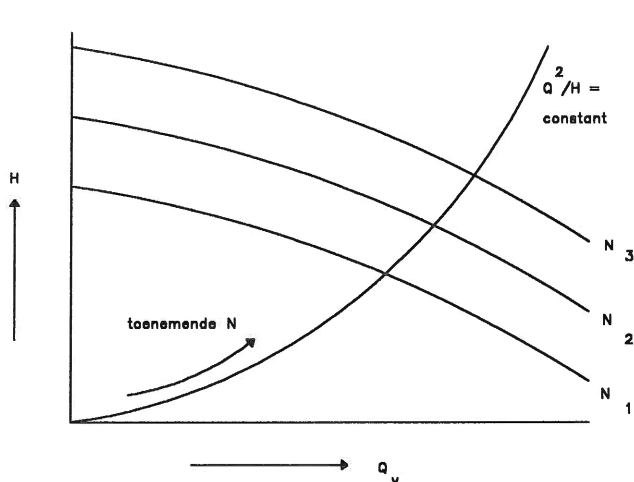
Volgens figuur 83 geldt voor overeenkomstige punten, onderbroken lijn, op de krommen:

$$C_Q = \frac{Q_v}{N \cdot D^3} \quad \text{is constant of} \quad \frac{Q}{N} = C_Q \cdot D^3$$

$$C_H = \frac{g \cdot H}{N^2 \cdot D^2} \quad \text{is constant of} \quad \frac{H}{N^2} = C_H \cdot \frac{D^2}{g}$$

Gaan we N elimineren dan krijgen we voor het gegeven punt op de kromme:

$$\frac{Q^2}{H} = \frac{C_Q^2}{C_H} \cdot g \cdot D^4 \quad \text{is constant voor een gegeven pomp waarvan het toerental N variabel is.}$$



In een Q-H grafiek van een bepaalde pomp met gegeven diameter van de waaier stelt $Q^2/H = \text{constant}$ een parabool voor, fig. 84.

Fig . 84.

Voor de snijpunten van Q^2/H met de Q-H curven, voor verschillende toerentallen, (constante diameter van de waaier) geldt nu:

$$\frac{Q}{N} = C_Q \cdot D^3 = \text{constant}; \quad \frac{H}{N^2} = C_H \cdot \frac{D^2}{g} = \text{constant};$$

$$\frac{P}{N^3} = C_P \cdot \rho \cdot D^5 = \text{constant}.$$

Deze betrekkingen gelden tegelijkertijd d.w.z. we vergelijken vervolgens de vergelijking Q/N volumestromen met opvoerhoogten die voldoen aan de vergelijking H/N^2 .

We kunnen nu stellen dat voor een bepaalde pomp geldt:

- a: De volumestroom, Q_v , is rechtevenredig met het toerental (N).
- b: De opvoerhoogte, H , is evenredig met het toerental in het kwadraat (N^2)
- c: Het vermogen P is evenredig met het toerental tot de derde macht, (N^3).

Uit $\frac{Q}{N} = \text{constant}$ en $\frac{H}{N^2} = \text{constant}$ volgt $\frac{Q^2}{H} = \text{constant}$.

Deze relaties zijn in het begin van het hoofdstuk ook theoretisch afgeleid.

Specifiek toerental.

De waaier wordt getypeerd door een dimensieloos kengetal, nl. het specifiek toerental:

$$N_s = N \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{(g \cdot H)^{\frac{3}{4}}} \quad (109)$$

Soms laat men de versnelling van de zwaartekracht, g , weg. Voor het specifiek toerental vindt men dan waarden die variëren van 10 - 300.

Het specifiek toerental, N_s , is constant voor geometrisch gelijkvormige pompen.

N_s kan worden gedefinieerd als het toerental van de pomp waarbij een hoeveelheid vloeistof per tijdseenheid van $x \cdot Q_v$ (m^3/s) wordt geleverd bij een opvoerhoogte van $x \cdot H$ (m vloeistofkolom) bij het hoogste rendement.

Bovengenoemde regels gelden strikt genomen alleen wanneer de rendementen bij de verschillende omstandigheden gelijk blijven. Dit is niet altijd het geval. Toch blijken bovenstaande berekeningen in vele gevallen goed bruikbaar.

2.11.3. Pomp- en leidingkarakteristiek.

Voor de toepassing van (centrifugaal)pompen zijn twee gegevens van belang:

- a. de pompkarakteristiek
- b. de systeemkarakteristiek] zie figuur 85.

De pompkarakteristiek geeft het debiet Q_v dat de pomp bij elke voorafgegeven tegendruk H levert, terwijl de systeemkarakteristiek de tegendruk aangeeft die bij elk gegeven debiet in het leidingsysteem (plus appendages en apparaten) ontstaat. Het snijpunt van beide curven heet het werkpunt van de kromme en geeft de H en Q_v aan die de gegeven pomp met het gegeven systeem oplevert, fig. 85.

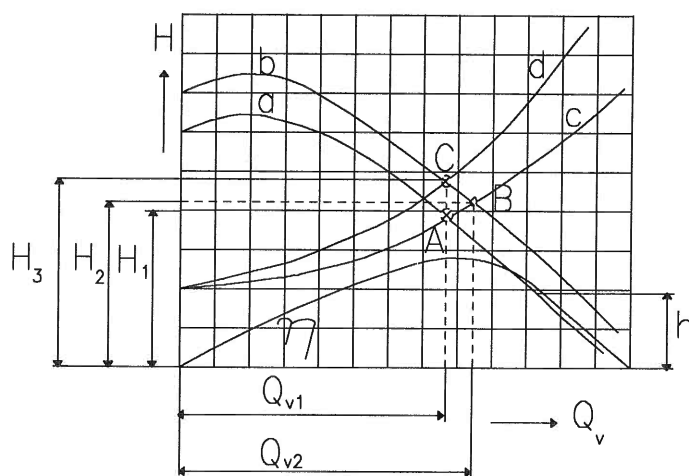


Fig. 85

De pomp kan geen hogere druk opleveren dan $H_{\max}$, (voor debiet $Q_v = 0$, bijvoorbeeld gesloten klep in de persleiding); zou de systeemcurve daarboven liggen dan heeft de pomp geen debiet.

Het is gebruikelijk in de persleiding een terugslagklep aan te brengen om bij pompstilstand terugdrukken van de vloeistof zo goed mogelijk te beletten.

In fig. 86 is een voorbeeld van de "oplijning" van een centrifugaalpomp aangegeven. In dit voorbeeld is de instrumentatie zodanig dat een constant vloeistofniveau in het aanzuigvat wordt gehandhaafd door middel van een regelklep.

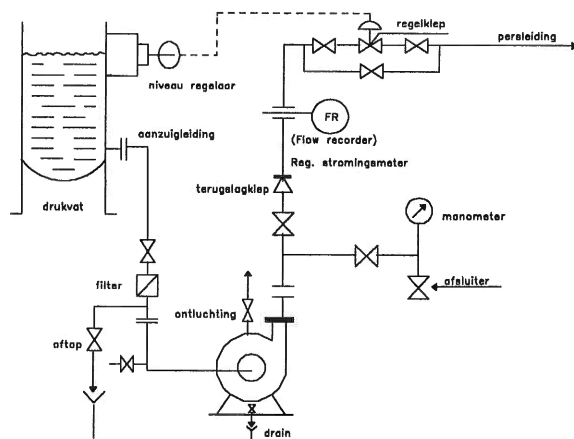


Fig. 86.

Parallel en serieschakeling van pompen.

Om een grotere volumestroom of opvoerhoogte te krijgen dan met een gegeven pomp mogelijk is, kan men twee of meer pompen samen laten werken. Hierbij onderscheiden we parallel- en serieschakeling van pompen. Bij parallelschakeling zijn meerdere pompen op dezelfde persleiding aangesloten. Fig. 87 toont twee identieke pompen die parallel geschakeld zijn.

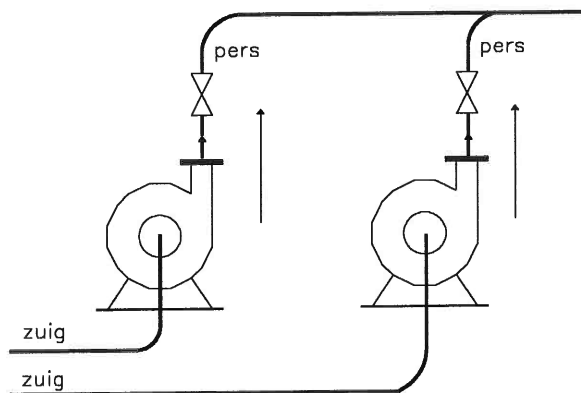


Fig. 87 Parallelschakeling van pompen.

De pompen in fig. 87 werken met dezelfde zuig- en pershoogte waardoor hun manometrische opvoerhoogten gelijk zijn.

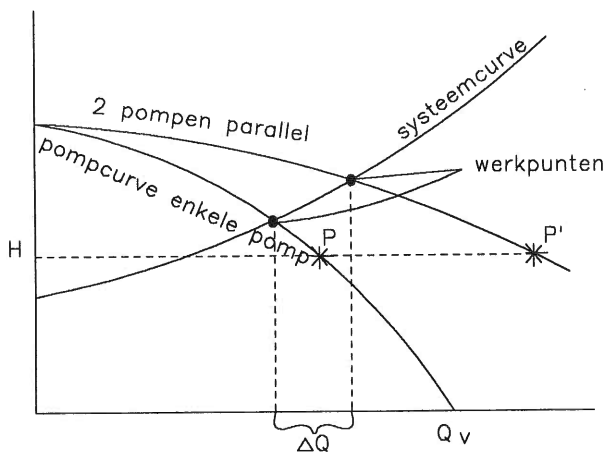


Fig 88 geeft een Q-H kromme voor 1 pomp en 2 parallel geschakelde pompen.

Voor een willekeurig punt P' geldt: $P'P = PH$; $\Delta Q_v =$ debiettoename.

Fig. 88. Parallel schakeling van 2 identieke pompen.

Zoals uit deze figuur blijkt geeft de Q-H curve als zodanig weinig informatie of door parallelschakeling al of niet een noemenswaardige debietverhoging of drukverhoging zal optreden. Slechts in combinatie met een systeemcurve kunnen we zien welke debiet- of opvoerverandering optreedt. Zoals de grafiek laat zien verdubbelt het debiet bij constante opvoerhoogte indien twee gelijke pompen parallel geschakeld worden. Gaan we uit van een systeemcurve dan blijkt dat de debiettoename veel geringer zal zijn.

In de praktijk zal men zelden met 2 volkomen gelijke pompen, die een identieke Q-H kromme hebben, te doen hebben. Meestal zullen de pompen verschillende karakteristieken hebben. Dit doet echter aan het principe niets af, zoals uit fig. 89 blijkt.

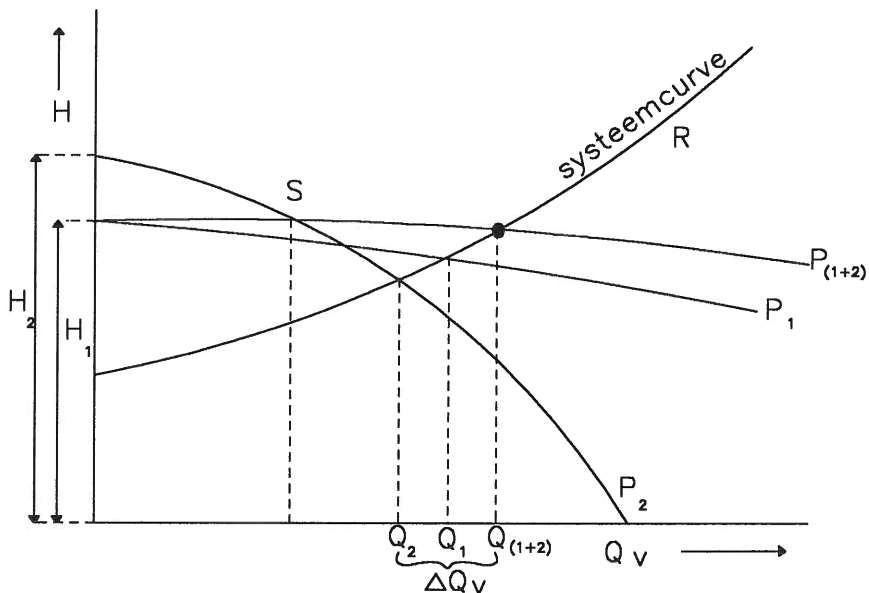


Fig. 89. Parallelschakeling van 2 pompen met verschillende Q-H curven.

Worden twee pompen met dezelfde karakteristiek achter elkaar geschakeld, dan verdubbelt de opvoerhoogte voor elke Q_v , terwijl door beide pompen hetzelfde debiet gaat, fig. 90. Ook hier kunnen we slechts in combinatie met de systeemcurve zien bij welke debiettoename de opvoerhoogte een verdubbeling met zich meebrengt

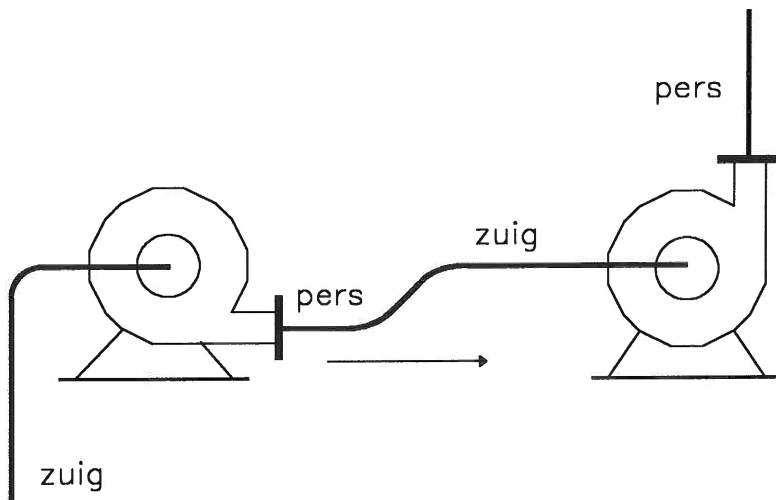


Fig. 90. Serieschakeling van twee identieke pompen.

Hebben we twee pompen in serie met verschillende Q-H curven dan krijgen we curven zoals in fig. 91 is aangegeven.

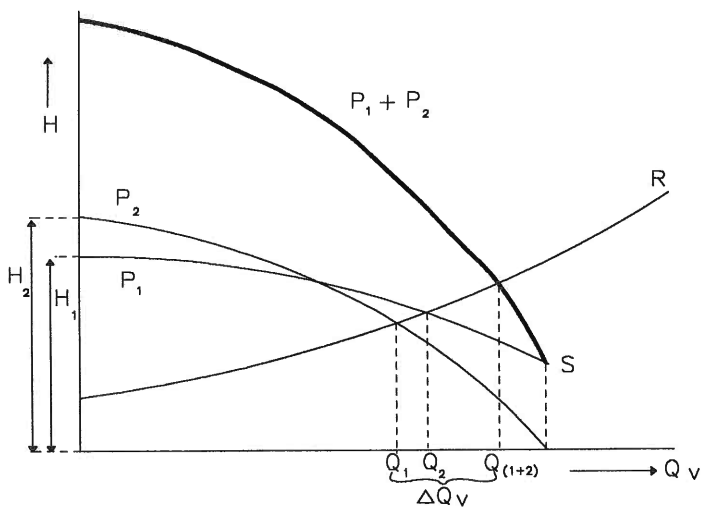


Fig. 91. Serieschakeling van 2 pompen met verschillende Q-H curven.

Uit deze figuur blijkt dat bij serieschakeling steeds de manometrische opvoerhoogten bij gelijke volumestromen bij elkaar moeten worden opgeteld. Naast het afzonderlijk in serie

schakelen van pompen is het ook mogelijk een aantal in serie geschakelde pompen op één as aan te sluiten. We krijgen dan een zgn. meertrapspomp (fig. 92).

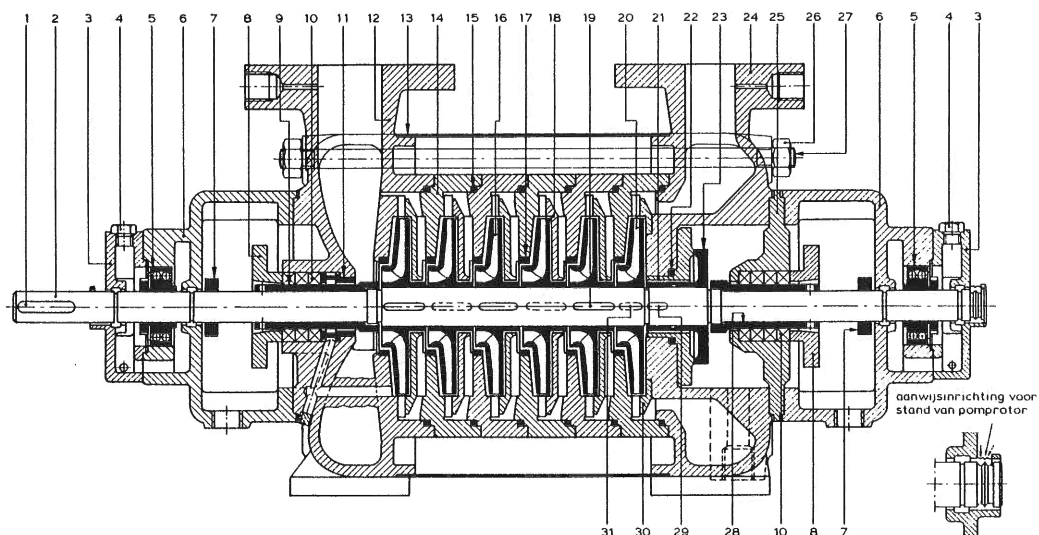


Fig. 92. Doorsnede ketelvoedingpomp.

1 inlegspie voor koppeling	9 asbus inlaatzijde	17 dichtingsring	25 pakkingbus
2 as	10 pakking	18 leiwiël	26 moer voor trekstang
3 lagerdeksel	11 lantaarnring	19 inlegspie voor waaier	27 trekstang
4 vulstop	12 inlaatdeksel	20 eindwaaier	28 asbus uitlaatzijde
5 kogellager met trekbus	13 bekledingsplaat	21 ontlastbus	29 inlegspie voor ontlastschijf
6 lagerhuis	14 afstandstuk	22 rubberring	30 leiwiël laatste trap
7 spatring	15 rubberring	23 ontlastschijf	31 inlegspie voor eindwaaier
8 glan	16 waaier	24 uitlaatdeksel	

2.11.4. Systeem(leiding) karakteristiek van niet samendrukbare fluïda.

Om het optimale bedrijfspunt (werkpunt) van een pomp te vinden moeten we in de Q-H grafiek de systeem(leiding) karakteristiek kunnen tekenen.

De arbeid die de pomp aan 1 kg vloeistof moet toevoeren kunnen we berekenen met de totale energiebalans, vergelijking 25, waarvoor we kunnen schrijven:

$$-W = \int_1^2 \frac{dP}{\rho} + g(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) + E_w \left(\frac{Nm}{kg} \right)$$

Voor een leidingsysteem, waardoor een niet samendrukbaar fluïdum wordt verpompt, krijgen we:

$$-W = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) + E_w$$

of volgens vergelijking 24:

$$-W = \Delta H + g(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

Gaan we uit van het aantal meters vloeistofkolom, H, dat de pomp aan het systeem moet toevoeren dan krijgen we vergelijking 25:

$$-\frac{W}{g} = H = \frac{\Delta P}{\rho \cdot g} + \Delta h + \frac{\Delta v^2}{2 \cdot g} + \frac{E_w}{g} \quad (110)$$

De toevoer aan energie aan het systeem komt nu tot uiting in een verhoging van de som van:

- de drukhoogte $\Delta P / (\rho \cdot g)$
- potentiaal hoogte (Δh)
- snelheidshoogte ($\Delta v^2 / (2 \cdot g)$)
- wrijvingsverlies.

De vergelijking van de systeemkromme bij turbulente stroming van een niet samendrukbaar medium kan als volgt vereenvoudigd worden weergegeven:

$$H = A + B \cdot Q^2_v; \quad A \text{ en } B \text{ zijn constant.}$$

De systeemkromme kan nu worden getekend, lijn c, fig. 85. Heeft men de keuze uit meerdere pompen dan zal men die pomp kiezen waarbij de systeemkromme door dat punt gaat waarbij het rendement, μ , maximaal is, punt A in fig. 85.

De capaciteit van een centrifugaalpomp kan worden geregeld door het smoren van de persleiding, lijn c in fig 85 komt hoger te liggen, lijn c wordt bijv. lijn d, of door het toerental te veranderen.

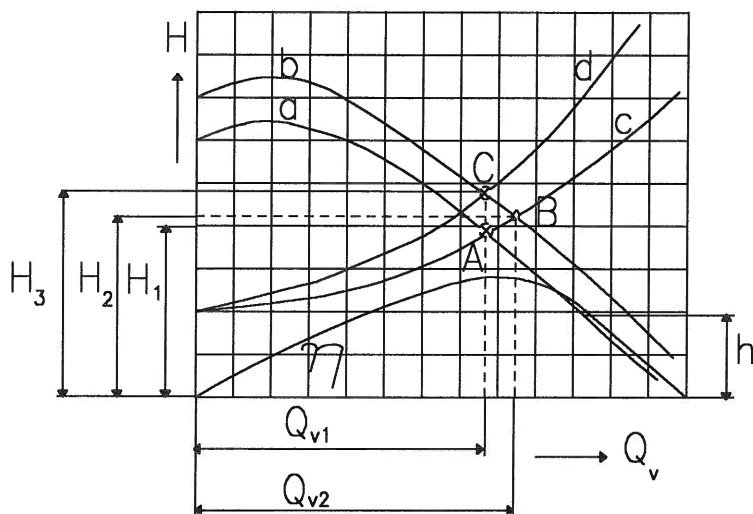
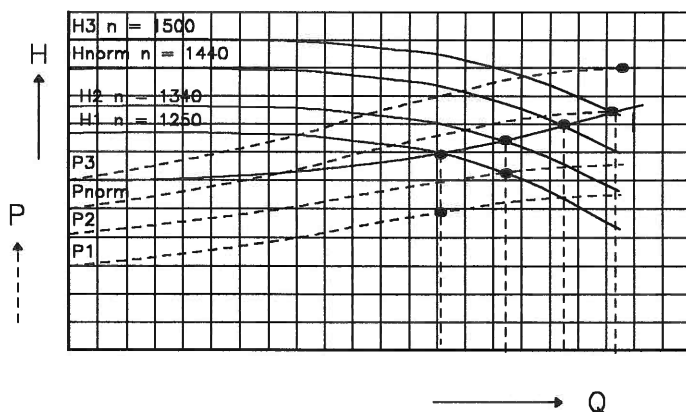


Fig. 85.

Gaan we het toerental verhogen dan komt a hoger te liggen en bij het verlagen van het toerental lager dan lijn b in fig. 85. Deze lijnen kunnen worden voorspeld volgens de regels weergegeven in hoofdstuk 2.11.2.



De regeling via het toerental wordt in fig. 93 nader uiteengezet. De lijn I geeft de systeemkromme weer.

Fig. 93

De regeling van het debiet via het toerental is gunstiger dan door middel van smoren met bijv. een afsluiter.

2.11.5. Systeem(leiding)karakteristiek van samendrukbare fluïda.

Wanneer bij het stromen van samendrukbare media, zoals gasen, de temperatuur en druk weinig verandert, dan kunnen we gasen beschouwen als niet samendrukbare media; de dichtheid is constant.

Bij bijv. luchtsnelheden van ca. 50 m/s in een buis wordt bijv slechts een fout gemaakt van ca. 1 %, indien de dichtheid constant wordt verondersteld. ($P_1 - P_2$ is ongeveer 10 % van P_1).

Verandert de druk en de temperatuur tijdens het stromen door een buis aanmerkelijk, dan kan de dichtheid van het gas over de lengte van de buis niet meer als een constante worden aangenomen. Het drukniveau is hierbij niet bepalend voor de verandering in dichtheid maar het drukverschil over de lengte van de buis.

Voor samendrukbare media (gasen) moeten we de totale energiebalans bekijken over een lengte dx , daar de $\langle v \rangle$ toeneemt als de druk afneemt; $v = f(L)$. We krijgen:

$$\frac{1}{2} dv^2 (v \cdot dv) + g \cdot dh + \frac{dP}{\rho} + \delta W + \delta E_w = 0$$

Deze vergelijking kan niet direct worden geïntegreerd; de snelheid is immers een functie van de lengte. Om dit probleem te omzeilen gaan we de massastroom Q_m invoeren, die niet verandert met de lengte (L).

$$Q_m = \langle v \rangle \cdot A \cdot \rho \quad \text{of} \quad \langle v \rangle = \frac{Q_m}{A \cdot \rho} \quad \text{stel} \quad \frac{1}{\rho} = v \quad (\text{specifiek volume})$$

Voor bovenstaande vergelijking kunnen we nu schrijven:

$$\left(\frac{Q_m}{A}\right)^2 \cdot v \cdot d \cdot v + g \cdot dh + v \cdot dP + f \cdot \frac{dL}{D} \cdot \left(\frac{Q_m}{A}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2} + K_w \cdot \left(\frac{Q_m}{A}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2} + \delta W = 0 \quad \left(\frac{Nm}{kg}\right)$$

Daar het Re-getal van gasen meestal hoog is tengevolge van de lage viscositeit, zal een kleine verandering in Re de f -waarde nauwelijks beïnvloeden. De frictiefactor f kunnen we dan ook als een constante veronderstellen. Delen door v^2 en integratie geeft nu:

$$-\frac{W}{v^2} = \left(\frac{Q_m}{A}\right)^2 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} + \int_1^2 \frac{dP}{v} + \frac{g(h_2 - h_1)}{v^2} + f \cdot \frac{L}{D} \cdot \left(\frac{Q_m}{A}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} + K_w \cdot \left(\frac{Q_m}{A}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \quad (111)$$

Het verband tussen v en P moeten we kennen om

$$\int_1^2 \frac{dp}{v} \quad \text{op te kunnen lossen.}$$

Voor twee belangrijke condities, nl. voor isotherme en adiabatische stroming van een gas in een pijp, zal de integraal worden opgelost.

Isotherme stroming van een ideaal gas.

$$\frac{P}{\rho} = \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{R \cdot T}{M} \quad \text{of} \quad P \cdot v = \frac{R \cdot T}{M} = P_1 \cdot v_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{v} = \frac{P}{P_1 v_1}$$

$$\int_1^2 \frac{dP}{v} = \frac{1}{P_1 \cdot v_1} \int_1^2 P \, dP = \frac{P_2^2 - P_1^2}{2 \cdot P_1 \cdot v_1}$$

Voor het gemiddelde specifieke volume, v_m , bij de gemiddelde druk in de pijp kan worden geschreven:

$$v_m \frac{(P_1 + P_2)}{2} = P_m \cdot v_m = P_1 \cdot v_1$$

$$\text{De integraal} \int_1^2 \frac{dP}{v} \quad \text{wordt} \quad \frac{P_2 - P_1}{v_m}$$

Voor een ideaal gas, dat stroomt door een pijp met overal dezelfde diameter van een reservoir met een druk P_1 naar een reservoir met een druk P_2 onder isotherme en turbulente omstandigheden krijgen we de vergelijking:

$$-\frac{W}{v^2} = \left(\frac{Q_m}{A}\right)^2 \ln \frac{v_2}{v_1} + \frac{P_2 - P_1}{v_m} + \frac{g(h_2 - h_1)}{v_m^2} + f \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{Q_m}{A}\right)^2 + K_w \left(\frac{Q_m}{A}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \quad (112)$$

Om het gas te transporteren moet de pomp de druk opvoeren tot P_p ($P_p > P_2$). P_p is de persdruk van de pomp.

De waarde van P_p zal afhangen van de omstandigheden waaronder het gas in de pijp stroomt. Voor isotherme omstandigheden kan P_p met vergelijking 112 worden berekend.

Onder normale omstandigheden en bij verwaarlozing van de kinetische energie komt het vermogen van de pomp neer op het comprimeren van het gas van druk P_1 naar een druk P_p ofwel:

$$-Q_m \cdot W = P_1 \cdot v_1 \frac{\ln \frac{P_p}{P_1}}{\mu} \cdot Q_m \quad (113)$$

Niet isotherme stroming van een ideaal gas.

Wanneer een ideaal gas wordt geëxpandeerd of gecomprimeerd onder niet isotherme omstandigheden dan krijgen we bij benadering het volgende verband tussen de druk P en het specifieke volume $v = 1/\rho$:

$$P \cdot v^k = P_1 \cdot v_1^k = \text{constant}$$

k hangt af van de warmte die met de omgeving wordt uitgewisseld. We krijgen:

$$\int_1^2 \frac{dP}{v} = \frac{k}{k+1} \frac{P_1}{v_1} \left(\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{k+1}{k}} - 1 \right)$$

Dit ingevuld in vergelijking 11 geeft:

$$\begin{aligned} -\frac{W}{v^2} = & \left(\frac{Q_m}{A} \right)^2 \frac{1}{k} \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right) + \left(\frac{k}{k+1} \right) \frac{P_1}{v_1} \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} - 1 \right) + \\ & + f \cdot \frac{L}{D} \cdot \left(\frac{Q_m}{A} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} + K_w \cdot \left(\frac{Q_m}{A} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (114)$$

De waarde van k is gelijk aan $\kappa = c_p/c_v$ indien het gaat om een reversibel adiabatisch proces.

Uit de vergelijkingen 112 en 114 volgt dat de systeemkromme van samendrukbare turbulent stromende gassen overeenkomt met:

$$H = A + B \cdot Q_m^2$$

2.11.6. Voorbeelden van systeemcurven van niet samendrukbare fluida.

Voorbeelden van Q_v -H curven in combinatie van systeemcurven zijn weergegeven in fig. 94.

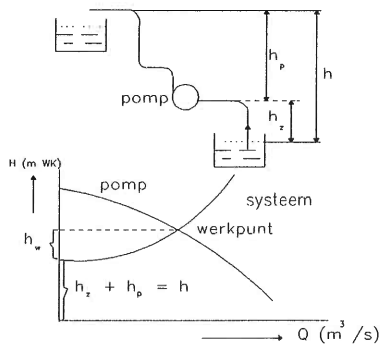


Fig. 94a.

$H_{\text{pomp}} = \text{zuighoogte } (h_z) + \text{pers-}$
 $\text{hoogte } (h_p) + \text{weer-}$
 $\text{stand zuigleiding} +$
 $\text{weerstand persleiding.}$
 $H_{\text{pomp}} = \text{totaal hoogteverschil}$
 $(h) + \text{totale weerstand}$
 $\text{tegen wrijving } (h_w).$

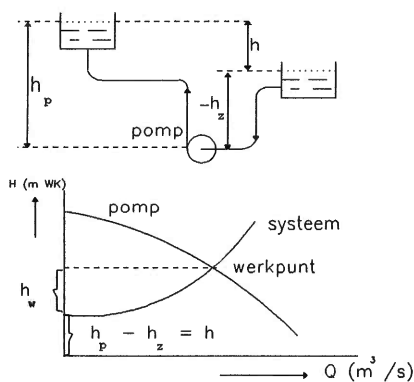


Fig. 94b.

$H_{\text{pomp}} = h_p - h_z + \text{weerstand}$
 $\text{zuigleiding} + \text{weer-}$
 stand persleiding
 $H_{\text{pomp}} = h + h_w$

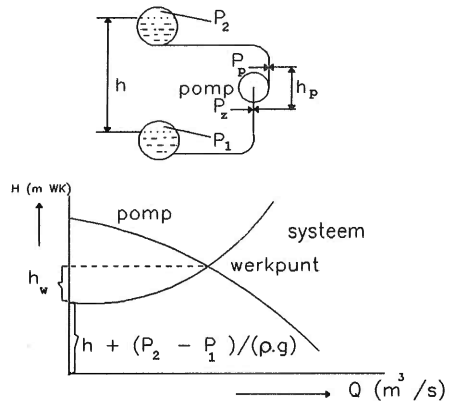


Fig. 94 c

$H_{\text{pomp}} = h_p + h_z (\text{zuigl.}) + h_w (\text{persl.})$
 $+ (P_2 - P_1) / (\rho \cdot g)$
 $H_{\text{pomp}} = (P_p - P_z) / (\rho \cdot g)$

$P_p = \text{druk aan de perszijde van de pomp } (N/m^2)$
 $P_z = \text{druk aan de zuigzijde van de pomp } (N/m^2)$

2.11.7. Vermogen en rendement.

Wanneer de opvoerhoogte (H) en de volumestroom (Q_v) bekend zijn, kan het vermogen dat aan de vloeistof wordt afgegeven worden berekend. Dit vermogen dat uitsluitend nodig is voor het transport van de vloeistof of gas, noemt men wel het **hydraulisch vermogen**:

$$P_{hydr.} = Q_v \cdot \rho \cdot g \cdot H \quad \text{of} \\ P_{hydr.} = Q_m \cdot g \cdot H. \quad (115)$$

Door allerlei verliezen is het benodigde vermogen groter dan het hydraulisch vermogen.

Het pomprendement (μ) dat de verhouding aangeeft tussen het hydraulisch vermogen ($P_{hydr.}$) en het werkelijk vermogen aan de pompas (P_{as}) of $\mu = P_{hydr.}/P_{as}$ is opgebouwd uit:

- hydraulisch rendement,
- volumetrisch rendement en
- mechanisch rendement.

Het hydraulisch rendement.

Bij de pomp gaat een gedeelte van de toegevoerde energie verloren tengevolge van wervelingen, wrijvings-, stootverliezen en inwendige wrijving in het fluidum. Het hydraulisch rendement geeft nu de verhouding aan tussen de aan de pomp gemeten opvoerhoogte, manometrische opvoerhoogte ($H_{man.}$) en de theoretische opvoerhoogte ($H_{th.}$).

$$\mu_{hydr.} = \frac{Q_v}{Q_{vth.}}$$

Het volumetrisch rendement.

Een klein gedeelte van de vloeistof dat door de pomp stroomt lekt van de omtrek van de waaier terug naar de zuigzijde waardoor een gedeelte van het toegevoegde vermogen verloren gaat. Het volumetrisch rendement geeft nu de verhouding aan tussen de werkelijke volumestroom en die theoretisch te berekenen is:

$$\mu_v = \frac{Q_v}{Q_{vth.}}$$

Het mechanisch rendement.

Een gedeelte van het toegevoegde vermogen gaat verloren door wrijving in de lagers en in de pakkingbussen en door wrijving die de waaier in de vloeistof ondervindt. Het mechanisch rendement geeft nu de verhouding weer tussen het theoretisch benodigde vermogen van de pomp en het vermogen dat de as werkelijk moet hebben.

$$\mu_m = \frac{P_{th.}}{P_{as}}$$

Wanneer we verschillende rendementen combineren wordt het uiteindelijke pomprendement:

$$\mu_{pomp} = \mu_{hydr} \cdot \mu_v \cdot \mu_m$$

Ook in de aandrijfmotor treden verliezen op. Deze zijn meestal niet opgenomen in het rendement dat in het pompdigram wordt gegeven. Om echter het totale rendement te verkrijgen zal μ_{pomp} met dit rendement moeten worden vermenigvuldigd:

$$\mu_{tot} = \mu_{pomp} \cdot \mu_{motor}$$

2.12. Aanzuigcondities. Cavitatie. N.P.S.H. (Net Positive Suction Head).

Moet een vloeistof worden aangezogen door een pomp dan zal er bij de intrede in het schoepenkanaal een onderdruk ontstaan. Komt deze druk beneden de dampdruk van de vloeistof dan zullen zich dampbellen vormen. Deze dampbellen worden via de waaier meegevoerd naar een gebied van hogere druk waar ze met geweld zullen samenkappen. Het ontstaan van de dampbellen en het samenkappen ervan noemt men cavitatie.

Cavitatie bij een pomp is vaak hoorbaar door een ruisend en sterk knetterend geluid.

Bij het samenkappen van de dampbellen ontstaan hoge lokale belastingen op de waaierwanden en op de schoepen waardoor het materiaal sterk wordt aangevreten. Dit verschijnsel kan ook aanzienlijk versneld worden wanneer gelijktijdig erosie en/of corrosie optreedt. Bij sterke cavitatie kan de waaier in enkele uren vernield worden.

Cavitatie geeft een sterke vermindering van de volumestroom van de pomp.

Om cavitatie te vermijden moet men zorgen voor voldoende aanzuigdruk aan de waaieringang.

De aanzuigdruk in meter vloeistofkolom, H_i (m VK) aan de zuigkant, fig. 95, is:

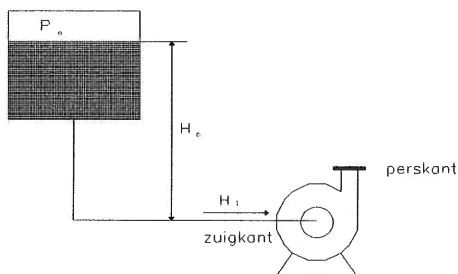


Fig. 95. Cavitation.

$$H_i = \frac{P_o}{\rho \cdot g} + H_o - \frac{v_i^2}{2 \cdot g} - H_f \quad (116)$$

H_i = statische hoogte aangegeven door een mano (vacuummeter m VK)

P_o = absolute druk (N/m^2)

v_i = vloeistofsnelheid aan de waaieringang (m/s)

H_f = wrijvingsverlies in m VK.

P_v = vloeistofdampspanning (N/m^2)

Voor elke pomp moet de totaal druk (statische druk + stuwdruk) bij de waaieringang een bepaald bedrag, afhankelijk van de waaier constructie, het debiet en het toerental, boven de absolute vloeistof spanning liggen.
Dit verschil wordt **N.P.S.H.** (Net Positive Suction Head) genoemd. De Nederlandse term is " netto positieve toeloophoogte".

Het is gebruikelijk alle op de zuigzijde uitgeoefende hydrostatische drukken en alle door de vloeistofstroming ontstane dynamische drukverliezen en de vloeistofdampspanning in vloeistofhoogte om te rekenen:

Voor de N.P.S.H. krijgen we nu de volgende vergelijking.

$$N.P.S.H. = (H_i + \frac{v_i^2}{2.g}) - \frac{P_v}{\rho.g} \quad (117)$$

N.P.S.H. = totale vloeistofhoogte - damphoogte.

Uit de vergelijkingen 116 en 117 volgt:

$$N.P.S.H. = (\frac{P_o}{\rho.g} + H_o - H_F) - \frac{P_v}{\rho.g} \quad (118)$$

Elke pomp vereist een bepaalde N.P.S.H. om zonder cavitatie te kunnen werken.

We kunnen de vereiste N.P.S.H. relateren aan het specifiek toerental, vergelijking 109. Indien we voor H de N.P.S.H. nemen krijgen we:

$$N_s = \frac{N.Q_v^{\frac{1}{2}}}{(g.N.P.S.H.)^{\frac{3}{4}}}$$

N = omwentelingen per seconde.

Q_v = debiet (m^3/s).

g = versnelling van de zwaartekracht.

N.P.S.H. in meter vloeistofkolom.

Voor de meeste pompen ligt N_s tussen 0,41 en 0,58. Een goed gemiddelde voor procespompen is $N_s = 0,5$.

Dit ingevuld in bovenstaande vergelijking geeft:

$$N.P.S.H. = 0,257.(Q_v.N^2)^{0,67}; N_s = 0,5, Q_v \text{ in } m^3/s, N \text{ in } r.p.s. \quad (119)$$

Uit deze vergelijking volgt dat de vereiste N.P.S.H. bij een gegeven pomp afhangt van het toerental en het debiet.

In fig. 96 is een grafiek weergegeven voor $N_s = 0,48$ en waarbij N in r.p.m. en Q_v in m^3/h is uitgedrukt.

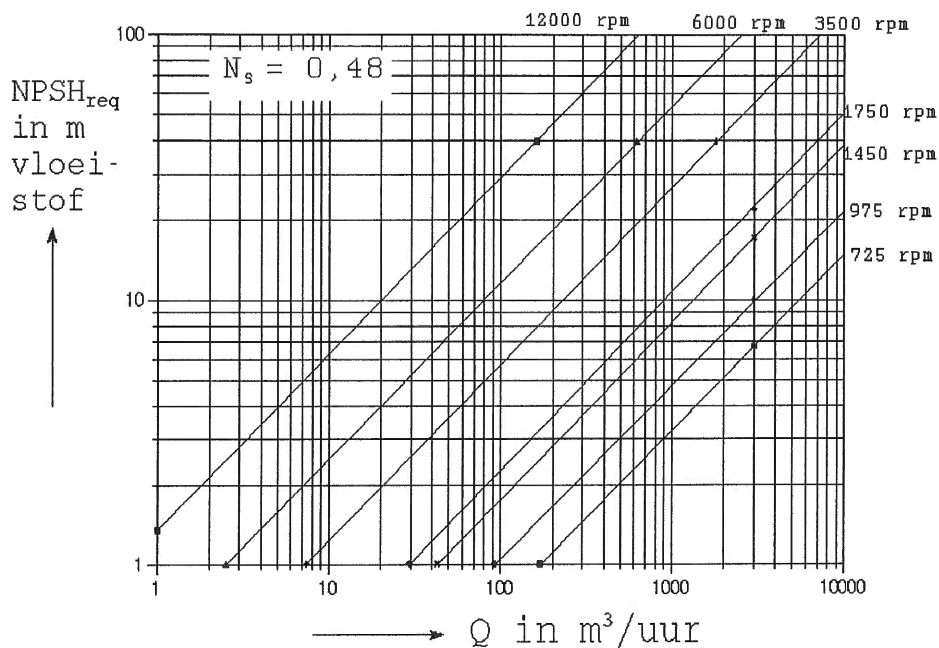
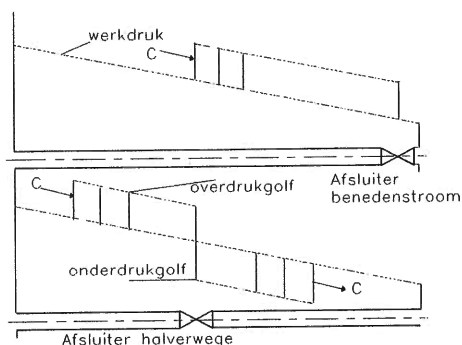


Fig. 96. De vereiste netto positieve toeloophoogte als functie van debiet en toerental voor een bepaalde klasse centrifugaalpompe.

Voorbeeld: Voor: $Q = 100 m^3/uur$ en $n = 1450 r.p.m.$
 $(NPSH)_{req.} = 1,77 m vk.$

2.13. Waterslag.

In leidingen waardoor een vloeistof stroomt of in stoomleidingen, waarin zich condensaat vormt, kan zich het verschijnsel van een zgn. **waterslag** voordoen. Bij waterslag treden er in de leidingen drukveranderingen op, veroorzaakt door snelheidsveranderingen van de vloeistofstroom. Waterslag zal zich dan ook voordoen indien in de leidingen debietveranderingen optreden. Hoe groter en sneller de snelheidsveranderingen zijn, hoe groter de drukveranderingen. Snel dient hierbij gezien te worden in relatie met de looptijd van de drukgolven. Afhankelijk van het leidingmateriaal, de vloeistof, de diameter en de wanddikte van de leiding zal de voortplantingssnelheid van drukgolven in de praktijk liggen tussen 300 m/s en 1000 m/s.



Waterslag kan zich in de praktijk o.a. worden veroorzaakt door te snel openen of sluiten van afsluiters en door aan en uitschakelen van pompen of door pompuitval tengevolge van storing. Hierbij kunnen zowel over als onderdrukken ontstaan, zie figuur 97.

Fig. 97. Gevolgen van sluiten van een afsluiter.

Bij onderdrukgolven kan de dampspanning van de vloeistof worden bereikt; er treedt cavitatie op. Onder verwaarlozing van het wrijvingsverlies in de leiding en voor het geval dat de snelheidsverandering optreedt in een tijd korter dan de looptijd μ van drukgolven, in het geval van bijv. een plotselinge sluitende afsluiter of pompstoring, geldt:

$$\Delta H = \frac{c}{g} \cdot \Delta v \quad (120)$$

ΔH = drukhoogteverhoging in m vloeistofkolom (m VK)

c = voortplantingssnelheid drukgolven (m/s)

μ = $2L/c$

L = lengte van de pijp voor of na bijv. een afsluiter of pomp.

Uit vergelijking 120 volgt dat bij relatief kleine snelheidsveranderingen al betrekkelijk grote drukveranderingen kunnen optreden. Bij snelheidsveranderingen van 0,1 m/s in een stalen of betonnen leiding zal zich een drukhoogte-verandering voordoen van ca. 10 m VK $\approx$ 1 bar ofwel $\Delta H = 100 \Delta v$.

Wanneer de wrijvingsverliezen in de leiding aanzienlijk zijn in vergelijking met de gemiddelde druk in de leiding zullen de drukveranderingen nog groter worden dan volgens vergelijking 20.

De voortplantingssnelheid van drukgolven in leidingen met zuiver water vinden we in fig. 98. Hierin hebben de symbolen de volgende betekenis:

D = inwendige leidingdiameter,
e = wanddikte van de leiding,
E = elasticiteitsmodulus van het leidingmateriaal,
c = voortplantingssnelheid van de drukgolven (m/s).

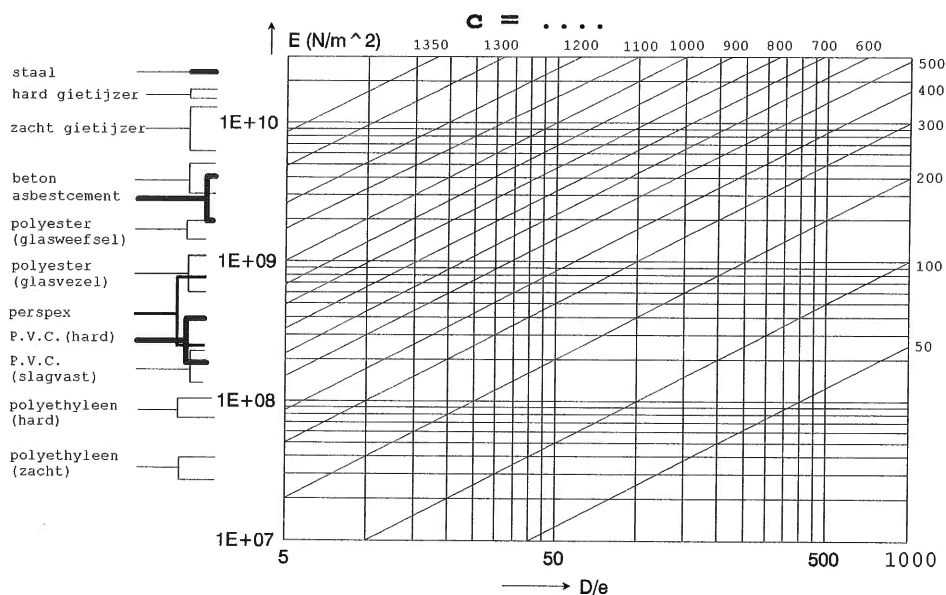


Fig. 98. Voortplantingssnelheid van drukgolven in leidingen met zuiver water.

Om de verschijnselen die bij waterslag optreden, zoals te hoge drukken, onderdrukken en cavitatie, te voorkomen kunnen een aantal voorzieningen worden getroffen. Deze voorzieningen berusten er op de snelheidsveranderingen in de leidingen te beperken ofwel de debieten geleidelijk te laten toenemen of afnemen. Bij normaal bedrijf betekent dit regeling van de afsluiters en pompen. Bij pompen bijv. door het aanbrengen van een vliegwiel. Bij noodgevallen, als snel sluitende afsluiters of pomputval, worden de snelle snelheidsveranderingen voorkomen door het debiet te laten "overnemen" door een voorziening die zorgt voor een geleidelijke afname.

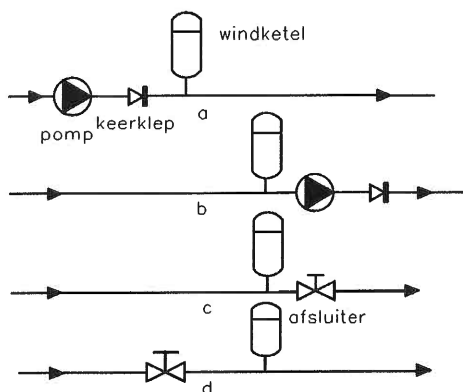
De volgende apparatuur wordt hiervoor gebruikt:

- traag sluitende afsluiters,
- windketels,
- buffertorens,
- vliegwielen op de pompen,
- overstortkleppen.

Windketels.

In fig. 99 en 100 zien we twee soorten windketels weergegeven. Deze windketels werken als volgt. Het luchtkussen in deze ketels doet dienst als buffer, voor het opvangen van drukveranderingen veroorzaakt door snelheidsveranderingen. De plaats van de ketel wordt bepaald door het leidingsysteem zoals blijkt uit fig. 99.

De windketel van fig. 99 heeft als nadeel dat het luchtkussen boven de vloeistof geregeld wordt bijgevuld. Dit nadeel wordt ondervangen door het toepassen van een blaas zoals aangegeven in fig. 100. De lucht en de vloeistof zijn nu van elkaar gescheiden.



- pomp met lange persleiding: de windketel wordt direct na de keerklep van de pomp geplaatst;
- pomp met lange zuigleiding: de windketel wordt direct vóór de pomp geplaatst;
- lange leiding met afsluiter aan het eind; de windketel wordt direct vóór de afsluiter geplaatst.
- lange leiding met afsluiter voor aan; de windketel wordt direct na de afsluiter geplaatst.

Fig.99. Plaats van windketels ter voorkoming van waterslag.

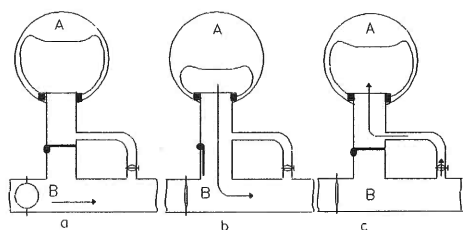


Fig. 100. Werking windketel met blaas.

- Normale werkttoestand: het water stroomt door de hoofdleiding. De drukken in A en B zijn in evenwicht.
- De afsluiter gaat dicht of de pomp stopt. Er ontstaat een onderdruk in de hoofdleiding. De druk in B daalt en de druk in A perst het water onmiddellijk uit de blaas in de hoofdleiding.
- De terugkerende drukgolf sluit de keerklep en dringt via de by-pass langzaam in de ketel totdat de drukken in A en B weer in evenwicht zijn.

Buffertorens.

De werking van de buffertoren is aangegeven in figuur 101.

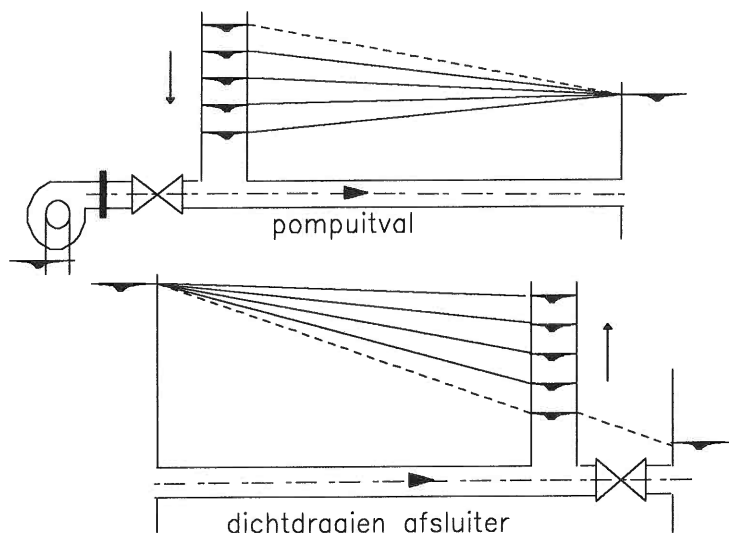


Fig 101. Effect van een buffertoren.

Overstortkleppen.

Overstortkleppen openen bij een vooraf ingestelde druk, waarna de vloeistof wordt afgevoerd.

Ook in stoomleidingen kan waterslag optreden. Wordt een stoomleiding in bedrijf genomen dan zal in de leiding condensaat worden gevormd daar de stoom de leiding met isolatie moet opwarmen. Daarnaast zal de leiding warmte afstaan aan de omgeving afhankelijk van de aangebrachte warmteisolatie. De hoeveelheid condensaat zal mede worden bepaald door het al of niet oververhit zijn van de stoom. Is er een aanzienlijke hoeveelheid condensaat gevormd, en zijn er geen voorzieningen aangebracht om het condensaat af te voeren, dan kan er waterslag optreden met zeer ernstige gevolgen zoals fig. 102 weer-geeft.

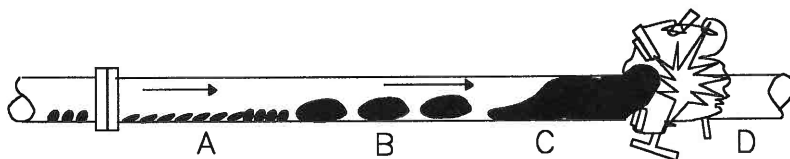


Fig. 102.

Wordt het condensaat niet direct verwijderd dan hoopt het zich op door de snelstromende stoom (fig. 102). Uiteindelijk vormt zich een prop water, C. Deze waterprop wordt met een snelheid gelijk aan die van de stoom door de buis verplaatst. Wordt deze prop plotseling door een obstakel sterk afgeremd dan ontstaat er waterslag waarbij drukken van meer dan 1000 bar kunnen optreden. Om waterslag in stoomleidingen te voorkomen zullen voorzieningen moeten worden aangebracht. Enkele voorzieningen zijn weergegeven in fig. 103 en fig. 104. De condensaatafvoer is altijd voorzien van een **condenspot**. Ondanks genoemde maatregelen is het noodzakelijk dat het in bedrijf nemen van vooral lange stoomleidingen, dat het opwarmen van de leidingen langzaam gebeurt.

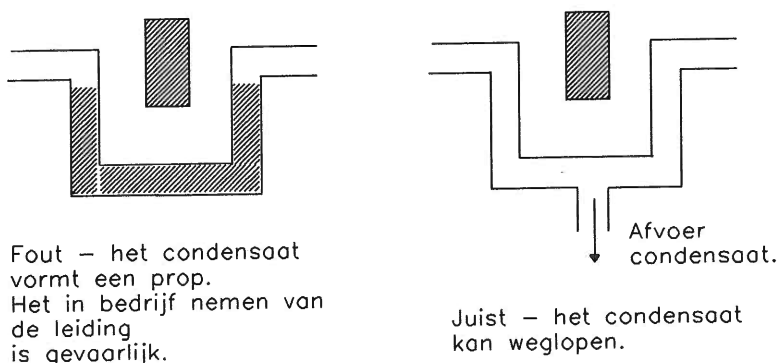
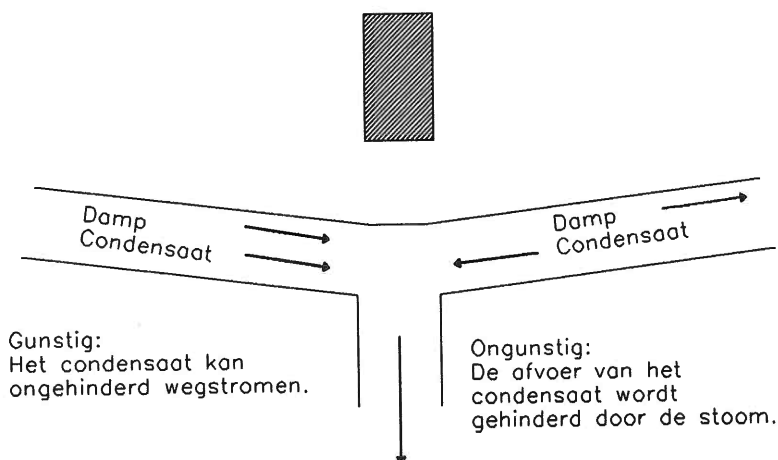


Fig. 103.



2.14. Samenvatting stromingsleer (stroming in buizen).

1. Wet van behoud van massa.

$$\rho_1 \cdot \langle v \rangle_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot \langle v \rangle_2 \cdot A_2 = \text{constant (kg/s)} \quad (2)$$

2. Wet van behoud van energie (zonder inwendige wrijving).

2.1. Wet van Bernoulli. Niet samendrukbare fluïda.

$$\frac{P_1}{\rho_1} + g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot v_1^2 = \frac{P_2}{\rho_2} + g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot v_2^2 = \text{constant} \left(\frac{\text{Nm}}{\text{kg}} \right) \quad (28)$$

Toepassingen van de wet van Bernoulli.

2.1.1. Stroming van een vloeistof uit een vat.

$$Q_v = C \cdot A \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) \quad (36)$$

2.1.2. Pitot-buis.

$$v = \beta \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{\rho}} \quad \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \quad (39)$$

2.1.3. Venturibuis.

$$Q_v = \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot A_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}} \quad \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) \quad (40)$$

2.1.4. Meetflens.

$$Q_v = \alpha \cdot A_o \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{\rho}} \quad (42)$$

2.1.5. Overloop met scherpe rand.

$$Q_v = 0,59 \cdot b \cdot \sqrt{g \cdot h_o^3} \quad b \gg h_o \text{ en } h_o > 0,01 \text{ m} \quad (44)$$

2.1.6. Driehoekige overloop.

$$Q_v = \frac{8}{15} \cdot \tan \theta \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_o^5} \quad \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) \quad (45)$$

2.2. Wet van behoud van energie (met inwendige wrijving).

$$\frac{P_1}{\rho} + g \cdot h_1 + \frac{1}{2} v_1^2 - W = \frac{P_2}{\rho} + g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot v_2^2 + E_w \left(\frac{Nm}{kg} \right) \quad (25)$$

Berekening van de temperatuursverandering in een stromend fluïdum.

$$\Delta H = q - W - g(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) \quad (23)$$

Berekening van het drukverlies bij stroming van fluïda:

$$\Delta P_F = \sum_1^i \left(f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \right)_i + \sum_1^j \left(K_w \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \right)_j \left(\frac{N}{m^2} \right) \quad (96)$$

Laminaire stroming: $Re < 2300$; $f = 64/Re$.

Turbulente stroming: $Re > 300$; f zie fig. 55 en 56.

K_w = dimensieloos weerstandsgetal, afhankelijk van Re .
 K_w -waarden van verschillende objecten zijn te vinden in tabel 3 pag. 89.

2.3. Newtonse media.

$$Re = \frac{D \cdot v \cdot \rho}{\eta} \quad (72)$$

$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dy} \quad (62)$$

2.4. Niet-Newtonse media.

$$Re' = \frac{\rho \cdot v^{2-n} \cdot D^n}{\frac{K}{8} \left(\frac{6n+2}{\eta} \right)^n} \quad (87)$$

$$\tau = K \cdot \left(\frac{dv}{dy} \right)^n \quad (64)$$

Laminaire stroming: $Re' < 2300$

Berekening van het drukverlies: laminaire stroming.

$$\frac{-\Delta P \cdot D}{4 \cdot L} = K \cdot \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \cdot \left(\frac{32 \cdot Q_v}{\pi \cdot D^3} \right)^n \quad (86)$$

2.5. Plotselinge verwijding.

$$\Delta P_{verw.} = \left(\frac{A_1}{A_2} - 1 \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \quad (58)$$

2.6. Plotselinge vernauwing en andere storingen.

$$\Delta P = K_w \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \quad (60) \quad (94)$$

2.7. Cirkelvormige gebogen buizen.

$$Re_{krit.} = 2100 \left(1 + 12 \cdot \sqrt{\frac{D}{D_c}} \right) \text{ voor } 10 < \frac{D_c}{D} < 250 \quad (99)$$

$$f' = 0,32 \cdot Re^{-0,25} + 0,04 \cdot \sqrt{\frac{D}{D_c}}$$

2.8. Zeven.

$$\Delta P_{zeef} = \frac{n}{C^2} \cdot \left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2} \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$$

α = fractie vrije doorlaat van de zeef.
C zie grafiek fig. 69.

2.9. Pijpenbundels (stroming in pijpen).

$$\Delta P = f \cdot \frac{L}{D_i} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot n \cdot \frac{\eta_w}{\eta} + 4 \cdot n \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \quad (103)$$

Drukval bij stroming om een pijpenbundel.

$$\Delta P_r = f \cdot \frac{D_r}{D_e} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 (N+1) \cdot \frac{\eta_w}{\eta} \quad (104)$$

$$D_e = 4 \cdot \frac{P_t^2 - \frac{1}{4} \cdot \Pi \cdot D_u^2}{\Pi \cdot D_u} \quad (\text{vierkante steek})$$

$$D_e = 4 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot P_t \cdot 0,86 \cdot P_t - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \Pi \cdot D_u^2 \right)}{\frac{1}{2} \cdot \Pi \cdot D_u} \quad (\text{driehoekige steek})$$

3.0. Opvoerhoogte van een pomp.

$$\begin{aligned}
 H = & \frac{\Delta P}{\rho \cdot g} + \Delta h + \\
 & \text{drukhoogte} + \text{potentiaalhoogte} + \\
 & + \frac{\Delta v^2}{2 \cdot g} + \frac{E}{g} \\
 & + \text{snelheidshoogte} + \text{wrijving}
 \end{aligned} \tag{110}$$

3.1. Aanzuigcondities.

$$H_i = \frac{P_o}{g} + H_o + \frac{v_i^2}{2 \cdot g} - H_F \tag{116}$$

$$N.P.S.H. = \left(\frac{P_o}{\rho \cdot g} + H_o - H_F \right) - \frac{P_v}{\rho \cdot g} \tag{118}$$

3.0. Stroming om lichamen.

In de technologie komt het vaak voor dat vloeibare of vaste deeltjes in een vloeistof of gas zijn gedispergeerd. Het gaat er dan om hoe snel zij zich onder invloed van zwaartekrachten of centrifugale versnellingskrachten ten opzichte van de continue fase bewegen.

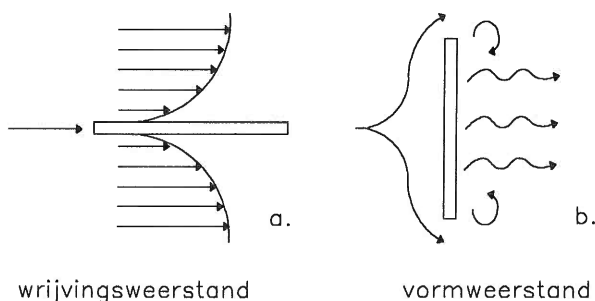
Als een vloeistof- of gasstroom een obstakel tegenkomt, wordt op het obstakel een kracht uitgeoefend.

In het algemeen zijn er twee mechanismen, die samen de totale kracht veroorzaken, namelijk:

- a. de wrijvingsweerstand;
- b. de vormweerstand.

a. Wrijvingsweerstand.

In het extreme geval van de stroming langs een vlakke plaat, figuur 1a, wordt de kracht alleen door wrijving aan de wand veroorzaakt.



Figuur 1.

b. Vormweerstand.

Als men een vlakke plaat met oppervlakte A loodrecht op de stroming zet, figuur 1b, wordt het overgrote deel van de weerstand bepaald door de vormweerstand.

Aan de achterzijde van een voorwerp ontstaan bij hogere snelheden wervels, waarin kinetische energie verloren gaat.

In het algemeen beschrijft men de kracht op een obstakel in de stroming met behulp van een weerstandscoefficiënt C_w , die gedefinieerd is als:

$$F = C_w \cdot A \cdot \frac{1}{2} \rho v_x^2 \quad (1)$$

A = het grootste oppervlak (in m^2) van de doorsnede van het obstakel, loodrecht op de stromingsrichting.

v_x = de 'ongestoorde' snelheid (m/s) van de hoofdstroom op flinke afstand van het obstakel.

C_w = constante afhankelijk van het Re-getal.

Het Re-getal wordt berekend volgens:

$$Re = \frac{\rho \cdot v_r \cdot D_k}{\eta} \quad (2)$$

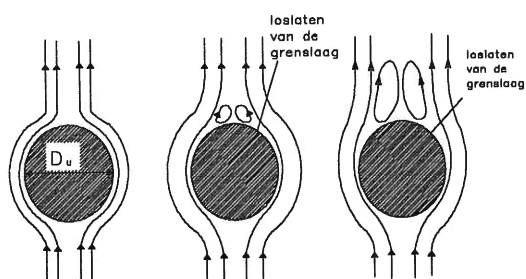
D_k = karakteristieke afmeting van het lichaam

Bij grote waarden van het Re-getal overheerst het effect van de vormweerstand boven dat van de wrijvingsweerstand en het C_w -getal is dan nagenoeg constant.

3.1. Stroming langs loodrecht aangestroomde cilinders en ballen.

De weerstandscoefficiënt C_w van vergelijking 1 legt een koppeling tussen de stuw- of snelheidsdruk en de op het obstakel uitgeoefende kracht F . Verder is het C_w -getal bepalend voor de hoeveelheid kinetische energie van het aanstromende fluidum dat door energiedissipatie verloren gaat. De vorm van het obstakel speelt hierbij een belangrijke rol. In de praktijk komen vele vormen voor. Vaak kan echter een obstakel worden opgevat als een loodrecht aangestroomde cilinder (b.v. pijpen, schoorstenen, bacteriën) of als een bol (b.v. kristallen, bacteriën, gasbellen, vloeistofdruppels).

Het is daarom zinvol de stroming langs cilinders en ballen nader te bekijken. In figuur 2 zijn de verschillende mogelijke stromingstypen weergegeven; hieronder staat een toelichting.



$$Re = \frac{v_r \cdot D_u}{\nu} < 0,2 \quad 0,2 < Re < 10 \quad 10 < Re < 10^2$$

a b c

Fig. 2. Stromingspatroon om ballen en cilinders.

Fig. 2a. Wanneer het fluidum zeer langzaam langs een loodrecht aangebrachte cilinder of bol stroomt, ontstaat een symmetrisch stromingsveld ($Re < 0,2$).

Fig. 2b. Bij iets grotere Re-getallen worden stabiele wervels achter de voorwerpen gevormd. Voor een cilinder zijn dit een paar cilindervormige wervels, waarvan de assen evenwijdig lopen aan de cilinderas. Achter de bol ontstaan wervels in de vorm van een torus.

Fig. 2c. De grote van de wervels neemt toe met de snelheid van het fluidum en daarnaast verschuift ook de plaats waar de wrijvings- of grenslaag loslaat.

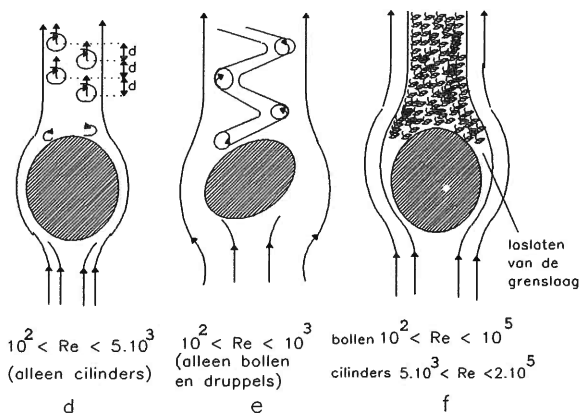


Fig 2. Stromingspatroon om bollen en cilinders.

Fig. 2f. Bij verder opvoeren van de snelheid ontstaat achter starre bollen meteen een onregelmatig en turbulent zog. Dit zog verschijnt ook bij cilinders als $Re > 5 \cdot 10^3$. Het zog is breed en de stroming in de wrijvingsgrenslaag is nog laminair.

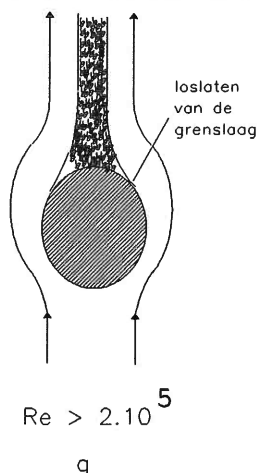


Fig.2. Stromingspatroon om bollen en cilinders.

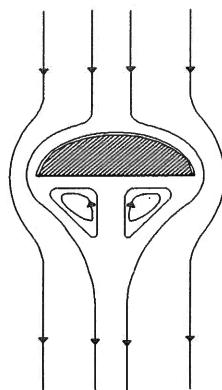


Fig. 3. Stromingsveld van een stijgende bol.

omdat de opwaartse beweging gecontroleerd wordt door de turbulentie in het zog en niet door de wrijvingsweerstand. De bellen hebben een stijgsnelheid van ongeveer 30 cm/s.

Fig. 2d. Als bij cilinders de snelheid verder wordt opgevoerd, worden de wervels instabiel. De cilinder stoot nu voortdurend afwisselend links en rechts een cilinder vormige wervel af. Er ontstaat achter de cilinder een zgn. wervelstraat, ook wel genoemd naar Von Karman (de werking van de vortexmeter berust op dit verschijnsel, zie par. 2.5.10).

Fig. 2e. Omdat druppels en bellen kunnen vervormen, bij hoge snelheden, ontstaat bij niet te kleine exemplaren iets dat in doorsnede getekend op een wervelstraat lijkt, maar een spiraal vormig zog is, dat dicht bij het bel- of druppeloppervlak begint ($10^2 < Re < 10^3$).

Fig. 2g. Bij zeer grote snelheden wordt de wrijvingsgrenslaag ook turbulent. Als gevolg hiervan schuift het punt waar de grenslaag wordt losgelaten naar achteren en wordt het zog smaller ($Re > 2 \cdot 10^5$).

Snel opstijgende grote bellen geven een enigszins afwijkend stromingsveld (figuur 3).

Deze bellen zijn aan de onderkant vlak en aan de bovenkant bolvormig. Het zog van een dergelijke bel bestaat uit een torusvormige wervel die met de bel mee omhoog stijgt. De stijgsnelheid van de bellen is onafhankelijk van de aard van de vloeistof,

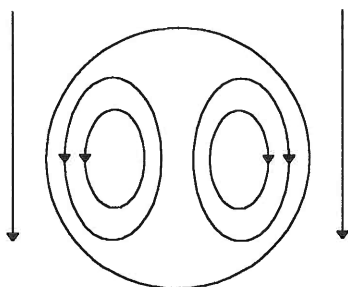


Fig. 4 Circulatiestroming in een opstijgende bel of druppel.

Op het oppervlak van een bel of druppel worden door de stroming wrijvingskrachten uitgeoefend. Deze veroorzaken, als de bel of druppel niet te klein is, in de bel of druppel een circulatiestroming (figuur 4). Dit wordt veroorzaakt doordat het grensvlak tussen de twee fasen de wrijvingskrachten niet kan opvangen.

De circulatiestroming heeft belangrijke consequenties voor de stof- en warmteoverdracht in de bel of druppel, omdat dit transport nu in belangrijke mate door menging zal plaatsvinden. Wanneer een dergelijke stroming optreedt, zal de stijg- of zinksnelheid van de bel of druppel groter zijn dan die van een even grote starre bol, omdat deze laatste een $3/2$ maal grotere C_w -waarde heeft.

Circulatiestroming kan optreden in bellen en druppels met een diameter groter dan ongeveer 1 mm als beide fasen schoon zijn. Kleine hoeveelheden oppervlakte-actieve stoffen in één van beide fasen kunnen het grensvlak tussen de fasen zodanig verstarren, dat pas bij veel grotere bel- of druppeldiameters circulatiestroming optreedt.

3.2. Stromingsweerstand van bollen.

In het geval van het symmetrisch stromingsveld in figuur 2a is een analytische oplossing van de stromingsvergelijking mogelijk. Het resultaat is de wet van Stokes:

$$F = 3\pi\eta D_u v_r \quad (3)$$

Met deze vergelijking kan de wrijvingskracht F tussen de twee fasen worden berekend. Combineren we de wet van Stokes met vergelijking 1 dan ontstaat:

$$3\pi\eta D_u v_r = C_w \cdot \frac{1}{4}\pi D_u^2 \cdot \frac{1}{2}\rho v_r^2$$

Hieruit volgt voor C_w :

$$C_w = \frac{24\eta}{\rho v_r D_u} = \frac{24}{Re} \quad (Re < 1) \quad (4)$$

Bij grotere waarden van Re ($Re > 1$) speelt behalve de wrijvingsweerstand ook de vormweerstand een rol. De stroomlijnen sluiten niet meer aan achter de bol. We krijgen wervels en een

zoggebied waardoor energieverlies op gaat treden. De vormweerstand wordt grotendeels bepaald door de plaats waar de grenslaag van het oppervlak loslaat (figuur 2f). Dit gebeurt voor $10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$ iets achter het midden van de bol. In dit gebied is C_w constant en ongeveer gelijk aan 0,43 (gebied van Newton).

Bij $Re > 2 \cdot 10^5$ wordt de wrijvingsgrenslaag turbulent. Hierdoor verschuift het punt waar de grenslaag loslaat naar achter, waardoor C_w vrij snel daalt (figuur 5).

Door het oppervlak van de bol op de juiste wijze ruw te maken kan de snelheid waarbij de wrijvingsgrenslaag turbulent wordt aanzienlijk worden verlaagd, zodat de het stromingsweerstandsgetal C_w bij lagere snelheid daalt.

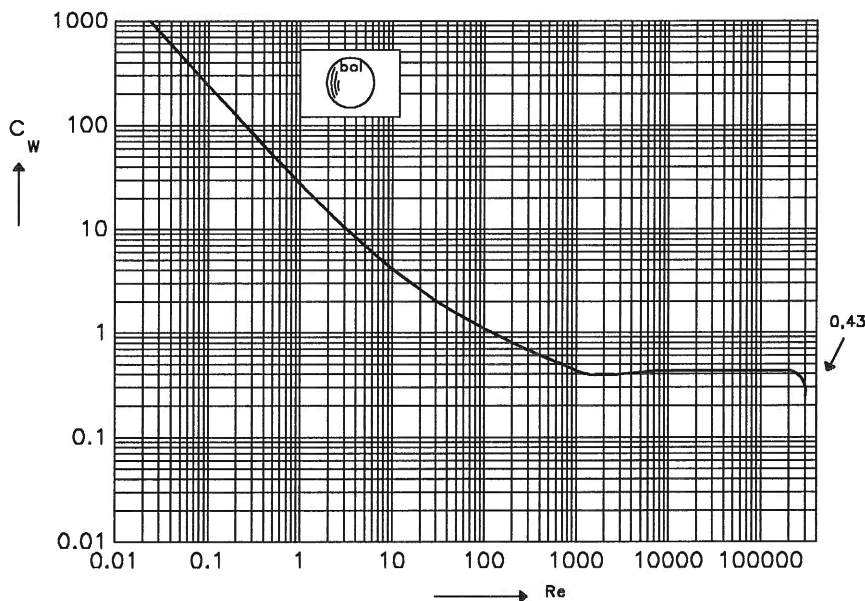


Fig. 5. Weerstandscoefficiënt, C_w , van de bol als functie van het Reynoldsgetal, Re .

Figuur 5 geeft de waarde van C_w voor een enkele gladde bol in een groot gebied van Re . De grafiek van C_w kan worden benaderd met de volgende vergelijkingen in vier gebieden van Re -getallen:

$$10^{-4} < Re < 0,2 : C_w = 24/Re \text{ (gebied van Stokes)} \quad (5)$$

$$0,2 < Re < 10^3 : C_w = 24/Re (1 + 0,15 Re^{0,687}) \quad (6)$$

$$10^3 < Re < 2 \cdot 10^5 : C_w = 0,43 \text{ (gebied van Newton)} \quad (7)$$

$$Re > 2 \cdot 10^5 : C_w = 0,1 - 0,2 \quad (8)$$

Wanneer we de versnellingsperiode van een deeltje buiten beschouwing laten (deze is voor kleine deeltjes zeer kort en daarom verwaarloosbaar), kan uit het bovenstaande gemakkelijk de stationaire val(stijg)snelheid worden afgeleid. De stationaire valsnelheid v_r van een bol in een stilstaand medium wordt berekend door het schijnbare gewicht gelijk te stellen aan de weerstandskracht:

$$\frac{1}{6} \pi D_u^3 (\rho_b - \rho) \cdot g = C_w \cdot \frac{1}{4} \pi D_u^2 \cdot \frac{1}{2} \rho v_r^2 \quad (9)$$

ρ = dichtheid fluidum (kg/m³);
 ρ_b = dichtheid vaste stof (kg/m³);
 D_u = diameter deeltje (bol) (m);
 v_r = valsnelheid (m/s);
(m/s).

Met vergelijking 9 kan v_r worden berekend:

$$v_r = \sqrt{\frac{4}{3} D_u \frac{(\rho_b - \rho)}{C_w \rho} g} \quad (10)$$

In het gebied van Stokes geldt $C_w = 24/Re$ ($10^{-4} < Re < 0,2$). Substitueren we deze waarde in vergelijking 9 dan ontstaat:

$$v_r = \frac{(\rho_b - \rho) D_u^2 g}{18 \eta} \quad (11)$$

Dit is de valwet van Stokes, die geldt voor laminaire stroming om gladde, bolvormige deeltjes.

De maximale diameter van de deeltjes, waarvoor de valwet van Stokes nog geldig is, kan worden gevonden door voor de snelheid in vergelijking 11 te schrijven:

$$v_r = Re \cdot \frac{\eta}{\rho D_u} \quad (12)$$

Met $Re = 0,2$ krijgen we vervolgens een uitdrukking voor de maximale deeltjesdiameter:

$$D_u (\max) = \sqrt[3]{\frac{3,6 \eta^2}{\rho (\rho_b - \rho) g}} \quad (13)$$

De maximale deeltjesgrootte van verschillende materialen waarvoor de wet van Stokes geldt bij het bezinken in lucht en water is weergegeven in tabel 1.

Tabel 1.

Dichtheid deeltje (kg/m ³)	lucht (15°C)		water (15°C)	
	D _{u,max} (μ)	v _r (m/s)	D _{u,max} (μ)	v _r (m/s)
1,3 · 10 ³	41,8	0,0695	116,6	0,00196
2,6 · 10 ³	33,2	0,088	66,8	0,00341
5,2 · 10 ³	26,3	0,110	48,4	0,00471
10,4 · 10 ³	20,8	0,139	37,0	0,00616
20,8 · 10 ³	16,6	0,175	28,9	0,00790

Maximale deeltjesgroottes (in micron) en valsnelheden in lucht en water bij 1,013 bar en 15°C ($\eta_{\text{lucht}} = 1,78 \cdot 10^{-5}$ Pa.s en $\eta_{\text{water}} = 1,14 \cdot 10^{-3}$ Pa.s).

Uit tabel 1 volgt dat voor bolvormige deeltjes vallend in lucht de wet van Stokes mag worden toegepast tot afmetingen in de orde van 50 micron. In de industrie komen deze afmetingen veel voor.

Voor het vallen in water mag de wet van Stokes worden toegepast tot ca. 120 micron.

Omdat C_w als functie van Re bekend is (vgl. 5 t/m 8), kan de valsnelheid direct worden berekend door deze C_w waarde te substitueren in vergelijking 10. We krijgen dan:

$$v_r = \frac{(\rho_b - \rho) D_u^2 g}{18 \eta} \quad Re < 0,2 \quad (11)$$

$$v_r = \frac{(\rho_b - \rho) D_u^2 g}{18 \eta} - 0,15 \cdot v_r Re^{0,687} \quad 0,2 < Re < 10^3 \quad (14)$$

$$v_r = \sqrt{\frac{3,1 g d_u (\rho_b - \rho)}{\rho}} \quad 10^3 < Re < 2 \cdot 10^5 \quad (15)$$

Wanneer het Re -getal onbekend is kan met de 'trial & error' methode de valsnelheid v_r worden berekend indien D_u bekend is en de deeltjesdiameter D_u worden berekend indien v_r bekend is.

Men kan dit probleem ook oplossen door nieuwe dimensieloze grootheden te introduceren. Hiertoe wordt de krachtenbalans van vergelijking 9 geschreven als:

$$C_w = \frac{4}{3} \cdot \frac{D_u (\rho_b - \rho) g}{\rho v_r^2} \quad (16)$$

Door deze vergelijking te vermenigvuldigen met Re^2 vervalt v_r en we vinden een dimensieloze groep die wordt aangeduid als het kengetal van Archimedes (Ar):

$$Ar = \frac{3}{4} C_w \cdot Re^2 = \frac{D_u^3 \rho (\rho_b - \rho) g}{\eta^2} \quad (17)$$

In figuur 6 is een grafiek weergegeven waarin het kengetal van Ar als functie van Re is uitgezet. Wanneer Ar berekend is (D_u is bekend) kan Re in figuur 6 worden afgelezen en hieruit de valsnelheid v_r worden berekend.

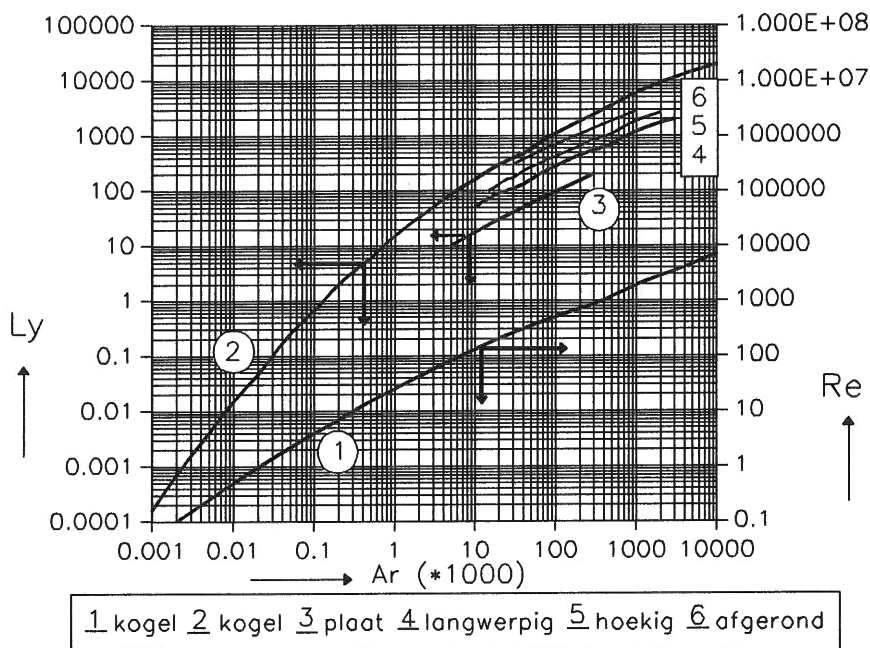


Fig. 6. De afhankelijkheid van de kentallen Re en Ly van Ar.

Het tweede probleem, waarbij de valsnelheid bekend is en de diameter van het bolletje moet worden berekend, wordt op soortgelijke wijze aangepakt. We delen Re door C_w uit vergelijking 14 en er ontstaat een nieuw dimensieloos getal, het kengetal van Ljastchenko (Ly):

$$Ly = \frac{4 Re}{3 C_w} = \frac{\rho^2 v^3}{(\rho_b - \rho) \eta g} \quad (18)$$

In figuur 6 is Ly als functie van Ar uitgezet. Wanneer de eigenschappen van het deeltje en de eigenschappen van het

fluidum bekend zijn kan Ly worden berekend. Vervolgens wordt Ar afgelezen waarna de diameter D_u van het deeltje kan worden berekend.

Voor bolvormige deeltjes in lucht of water is in figuur 7 een grafiek opgenomen waarin de valsnelheid direct wordt afgelezen.

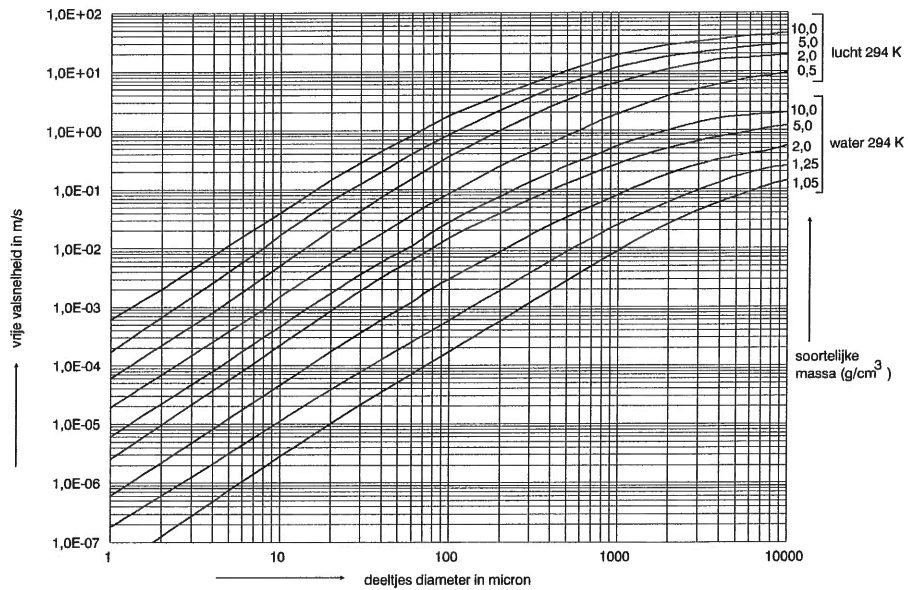


Fig. 7.

3.3. Niet bolvormige deeltjes.

In de meeste gevallen zullen de deeltjes niet bolvormig zijn. Om de voor de bollen geldende formules te kunnen gebruiken zal moeten worden afgesproken welke afmeting als deeltjesgrootte moet worden gebruikt.

Door middel van bezinkproeven kan uit de gemeten bezinksnelheid en de uit de stoffeigenschappen berekende karakteristieke snelheid een zogenaamde equivalente boldiameter worden bepaald. Dit is de boldiameter waarbij een bol van hetzelfde materiaal met dezelfde snelheid zou bezinken.

Analoog met de vorige paragraaf kan voor onregelmatige deeltjes uit de bezinksnelheid de equivalente diameter worden berekend. Eerst wordt het kengetal van Ly berekend volgens vergelijking 16 en daarna uit figuur 7 het kengetal van Ar afgelezen. Met het kengetal van Ar kan de equivalente diameter worden berekend:

$$D_{\text{equivalent}} = \sqrt[3]{\frac{Ar \eta^2}{\rho (\rho_b - \rho) g}} \quad (19)$$

Deze equivalente boldiameter kan ook worden gebruikt om de valsnelheid in een ander fluïdum te voorspellen, mits het stromingsbeeld in het andere fluïdum niet te veel verschilt. Wanneer voor twee fluïda de equivalente boldiameter van dezelfde orde van grootte is, zoals bijvoorbeeld voor water en lucht het geval is, kan zonder bezwaar de valsnelheid in het ene fluïdum uit die van het andere fluïdum worden berekend.

Naast bovengenoemde definitie (vgl.19) gebruikt men vaak de volgende definitie voor de equivalente diameter.

Onder equivalente diameter van een deeltje wordt verstaan de diameter van een bol die hetzelfde volume heeft als het deeltje.

In formule:

$$D_{\text{equivalent}} = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi} V} = 1,24 \sqrt[3]{\frac{m}{\rho}} \quad (20)$$

V = volume van het deeltje (bol) (m³);

m = massa van het deeltje (kg);

ρ = dichtheid van het deeltje (kg/m³).

De invloed van de vorm is in het gebied van Stokes vrij klein, maar in het gebied van Newton ($Re > 10^3$) veel groter. Vooral in het Newton gebied zullen de weerstandscoefficienten stijgen naarmate de vorm meer afwijkt van die van een bol.

Stromingsweerstand van loodrecht aangestroomde cilinders.

Voor een oneindig lange cilinder is bij loodrechte aanstroming de grafiek van de stromingsweerstand C_w als functie van Re analoog aan dat van bollen. Bij $Re < 0,1$ is C_w evenredig met $1/Re$ en voor $Re > 10^3$ is $C_w = 1,2$ (zie fig. 8).

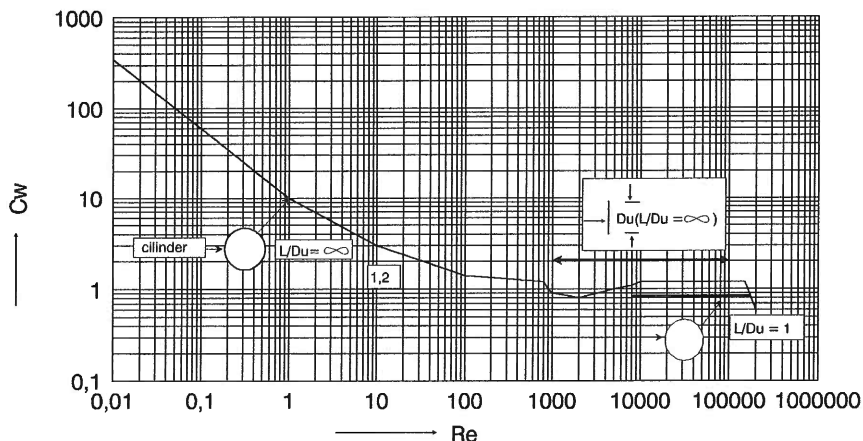


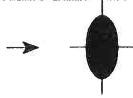
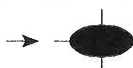
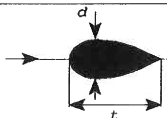
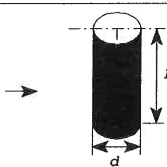
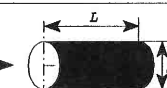
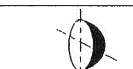
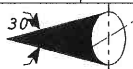
Fig. 8. Weerstandscoefficiënt van een loodrecht aangestroomde cylinder als functie van het Reynoldsgetal

Maakt men de cilinder korter, dan gaat de stroming langs de uiteinden een rol spelen en wordt C_w lager ($C_w = 0,62$ voor $L/D_u = 1$ bij $Re > 10^3$).

Ook van anders gevormde voorwerpen kunnen met behulp van vergelijking 1 de weerstandscoefficiënten C_w worden bepaald.

De bepaling van C_w -waarden van grote voorwerpen vindt plaats in een windtunnel. De metingen in een windtunnel worden uitgevoerd aan schaalmodellen of aan modellen die op ware grote zijn, afhankelijk van de afmeting van de tunnel.

Van een aantal voorwerpen zijn de weerstandscoefficiënten C_w in tabel 2 weergegeven.

Vorm van het lichaam	C	Opmerkingen		
Bol 	0,09- 0,18 0,47 24/Re	$Re > (1,7 - 4,05) \cdot 100000$ $Re < (1,5 - 4,05) \cdot 100000$ $Re < 1$		
Ellipsoïde 1:0,75 	0,6 0,21	$Re < 5.100000$ $Re > 5.100000$		
Ellipsoïde 1:1,8 	0,09	$Re > 100000$ $Re < 100000$ een geleidelijke toename van C		
Vleugel-profiel 	0,2 0,1 0,06 0,083 0,094	$\left. \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 10 \\ 20 \end{matrix} \right\} = \frac{t}{d} \quad Re > 100.000$		
Cilinder 	0,63 0,68 0,74 0,82 0,98 1,2 0,35	$\left. \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 10 \\ 40 \\ \infty \end{matrix} \right\} = \frac{L}{d} \quad Re < 5.100000$ $Re > 5.100000$		
Cilinder 	0,91 0,85 0,87 0,99	$\left. \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 7 \end{matrix} \right\} = \frac{L}{d}$	Voertuigen	C
'Kogel' 	0,4	vlakke achterzijde	 schijf	1,27
'Kogel' 	0,2	vlakke achterzijde	 cabriolet	0,9
'Kogel' 	0,04	voorzijde bol achterzijde spits	 auto	0,42
Halve bol 	0,34 0,4	zonder bodem met bodem	 auto	0,31
Halve bol 	0,33 1,17	zonder bodem met bodem	 VW	0,38
Kegel 	0,34	tophoek 30° zonder bodem	 bestel- wagen	0,52
Kegel 	0,51	tophoek 60° zonder bodem	 bus	0,63
Ronde plaat 	1,11		 motor	0,67
Rechthoekige plaat 	1,10 1,29 1,40 2,01	$\left. \begin{matrix} 1 \\ 10 \\ 18 \\ \infty \end{matrix} \right\} = \frac{a}{b}$	 vrachtwagen	0,75 - 0,87

3.4. Samenvatting.

De kracht die een obstakel van een stroming ondervindt kan worden omschreven als:

$$F = C_w A \frac{1}{2} \rho \cdot v_r^2 \quad (1)$$

Voor de valsnelheid van bolvormige deeltjes kan worden geschreven:

$$v_r = \sqrt{\frac{4}{3} D_u \frac{(\rho_b - \rho)}{C_w \rho} g} \quad (10)$$

Voor $Re < 1$ geldt $C_w = 24/Re$ (gebied van Stokes); hier is de valsnelheid te berekenen met:

$$v_r = \frac{D_u^2 (\rho_b - \rho) g}{18 \eta} \quad (11)$$

Voor $Re > 1$ kan voor het berekenen van v_r gebruik worden gemaakt van de vergelijkingen 12 en 13.

Voor het berekenen van D_u of v_r kan men ook gebruik maken van de dimensieloze grootheden Ar en Ly , en de grafieken in figuur 6.

$$Ar = \frac{D_u^3 (\rho_b - \rho) \rho \cdot g}{\eta^2} \quad (17)$$

$$Ly = \frac{\rho^2 v_r^3}{(\rho_b - \rho) \eta g} \quad (18)$$

Niet bolvormige deeltjes:

$$D_{equivalent} = \sqrt[3]{\frac{Ar \cdot \eta^2}{(\rho_b - \rho) \cdot \rho \cdot g}} \quad (20)$$

$$D_{equivalent} = 1,24 \sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}$$

Loodrecht aangestroomde cilinders ($L/D_u = \infty$):

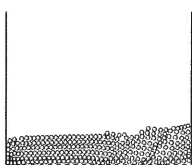
$$Re < 0,1 ; C_w \propto 1/Re$$

$$Re > 10^3 ; C_w = 1,2$$

Voor het berekenen van v_r en D_u als $0,1 < Re < 10^3$ kan gebruik gemaakt worden van figuur 8.

4. Stroming door korrelstapelingen.

4.1. Inleiding.



Een korrelstapeling in een apparaat, fig. 1, noemt men ook wel een vast of gepakt bed. De stroming door vaste bedden is een belangrijk onderdeel van verschillende processen. Tot de apparaten, waarin de doorstroming van korrellagen een essentieel deel van het procesverloop is, behoren o.a. ionenwisselaars, vast bed reactoren en filtratieapparaten.

Fig. 1. Stroming van een gas door een korrelstapeling.

Hierna zullen we ons speciaal bezighouden met het berekenen van het drukverlies in gepakte bedden, die doorstroomd worden door een fluïdum. In een later stadium zal deze theorie nader uitgewerkt worden voor bepaalde apparaten.

4.2. Drukverlies in een gepakt bed.

Een gepakt bed is een verzameling van deeltjes, korrels, die zodanig gestapeld zijn dat tussen de afzonderlijke korrels een vloeistof of gas kan stromen. De verbindingen tussen de korrels vormen als het ware kanalen die zeer grillig verlopen en voortdurend vertakkingen vertonen.

Ondanks het feit dat een bed vaak is opgebouwd uit deeltjes van gelijke grootte zijn er naast nauwere ook wijdere kanalen en hier en daar zelfs dode hoeken waarin geen stroming optreedt. In de nauwe kanalen is de doorstroomsnelheid kleiner dan in wijde kanalen. Een korrellaan kunnen we opvatten als een laag die bestaat uit kanalen waardoor een vloeistof stroomt.

Het was Darcy die in 1830 voor het eerst onderzoek verricht heeft op het gebied van stroming door korrelig materiaal.

Hij bestudeerde de vloeistofstroom door zandbedden van verschillende laagdikte van plaatselijke fontein. Hij toonde aan dat de gemiddelde snelheid van het water, betrokken op de gehele doorsnede van de betreffende zandlaag, recht evenredig was met de drijvende kracht, het drukverschil over de laag en omgekeerd met de laagdikte.

Deze relatie, die door verschillende onderzoekers is bevestigd, kan worden geschreven als:

$$v_o = K \cdot \frac{\Delta P}{H} \quad (1)$$

ΔP = drukverschil over de laag (N/m^2)

v_o = gemiddelde snelheid van het fluïdum ($1/A \cdot dV/dt$) (m/s).

A = doorsnede van de laag.

V = volume van het fluïdum dat door de laag stroomt in een tijd t (m^3).

K = constante die afhangt van de fysische eigenschappen van de laag en het fluïdum.

H = laagdikte (m).

Vergelijking 1 vertoont overeenkomst met de vergelijking voor laminaire stroming door een buis, waarvoor geldt.

$$v = \frac{D^2}{32} \cdot \frac{\Delta P}{\eta \cdot L} \quad (2)$$

Hiervoor kunnen we schrijven:

$$v_o = \frac{K_2}{\eta} \cdot \frac{\Delta P}{H} \quad (3)$$

Vergelijking 1 en 3 vertonen hetzelfde verband tussen snelheid, drukverlies en hoogte (lengte). De veronderstelling dat de stroming in de zandlagen laminair is geweest lijkt dan ook gerechtvaardigd.

In vergelijking 3 wordt ook de invloed van de viscositeit, en daarmee van de temperatuur, eenduidig beschreven.

Om vergelijking 3 praktisch te kunnen toepassen zal de faktor K_2 nader moeten worden uitgewerkt. Vele onderzoekers hebben hiervoor oplossingen voorgesteld.

Wij beperken ons tot de theorie waarbij de poriënstraal als karakteristieke afmeting bij het beschrijven van de doorstroming van de korrelaag wordt gebruikt. Daarnaast gaan we uit van de algemene stromingsvergelijking:

$$\Delta P_F = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \quad (4)$$

Indien wordt verondersteld dat de vrije ruimte in de korrelaag bestaat uit een aantal evenwijdige kanalen, waardoor de vloeistof stroomt, dan kan men een zgn. hydraulische diameter invoeren.

$$D_h = 4 \cdot \frac{\text{doorstroomoppervlak}}{\text{bevochtigde omtrek}}$$

$$D_h = 4 \cdot \frac{\text{volume van de kanalen (poriën)}}{\text{wandoppervlak van het kanaal (korrels)}}$$

$$D_h = 4 \cdot \frac{\text{lege volume van het bed}}{\text{totaal wandoppervlak}}$$

$$D_h = 4 \cdot \frac{\text{porositeit}}{\text{specifiek wandoppervlak}}$$

$$D_h = 4 \cdot \frac{e}{S_v}$$

De porositeit, ϵ , is dat deel van het totale volume van de laag dat de vrije ruimte tussen de deeltjes aangeeft.

$$\epsilon = \frac{\text{totaal volume} - \text{volume korrels}}{\text{totaal volume}}$$

$$\epsilon = \frac{\text{lege ruimte}}{\text{volume eenheid}} \quad (5)$$

$$\epsilon \approx 1 - \frac{\text{volumegewicht}}{\text{dichtheid}}$$

De laatste van de drie formules kan worden toegepast indien de dichtheid van het fluïdum te verwaarlozen is t.o.v. de vaste stof.

Het specifiek wandoppervlak of het totale oppervlak van de korrels, S , is als volgt gedefinieerd:

$$S_v = \frac{\text{aantal deeltjes} \cdot \text{oppervlak van een deeltje}}{\text{het volume van het bed}} \quad \left(\frac{\text{m}^2}{\text{m}^3} \right) \quad (6)$$

Een ander veel gebruikte definitie van het specifiek wandoppervlak, S , is:

$$S = \frac{\text{aantal deeltjes} \cdot \text{oppervlak van een deeltje}}{\text{volume van de deeltjes}} \quad \left(\frac{\text{m}^2}{\text{m}^3} \right) \quad (7)$$

Daar de inhoud van de deeltjes per m^3 ($1 - \epsilon$) bedraagt is:

$$S_v = S(1 - \epsilon) \quad (8)$$

Het specifiek oppervlak, S_v , voor bolletjes bedraagt bijv.:

$$S_v = \frac{(1 - \epsilon) \cdot F_o \cdot L}{\pi D_u^3} \cdot \pi \cdot D_u^2 \cdot \frac{1}{F_o \cdot L} = \frac{6(1 - \epsilon)}{D_u} \quad (9)$$

$\frac{\text{aantal deeltjes}}{\text{opp. deeltje}} \cdot \frac{1}{\text{bedvolume}}$

$$S = \frac{6}{D_u}$$

De stromingsweerstand wordt verder gekarakteriseerd door de gemiddelde snelheid in de kanalen:

$$\langle v \rangle = \frac{v_o}{\epsilon}$$

v_o = gemiddelde snelheid berekend op het lege bedvolume.

Verder is voor het karakteriseren van de stroming het getal

van Reynolds belangrijk.

Betrokken op de gemiddelde snelheid in de poriën en de poriëndiameter geeft:

$$Re = \frac{\rho \cdot \langle v \rangle \cdot D_{po}}{\eta}$$

Nemen we voor D_{po} de hydraulische diameter D_h en voor $\langle v \rangle$ de gemiddelde snelheid in de poriën v_o , dan wordt Re :

$$Re = \frac{4 \cdot v_o \cdot \rho}{\eta \cdot S_v} \text{ of } Re = \frac{v_o \cdot \rho}{S \cdot \eta \cdot (1 - \epsilon)}$$

Meestal ziet men de definitie:

$$Re = \frac{v_o \cdot \rho}{S \cdot \eta \cdot (1 - \epsilon)} \quad (10)$$

Voor het berekenen van het drukverlies in pijpen hebben we het getal van Reynolds gecorreleerd met de dimensieloze wrijvingscoëfficiënt.

Ook bij het berekenen van het drukverlies in gepakte bedden kunnen we van een dergelijke relatie gebruik maken. Hierbij gaan we uit van vergelijking 4. Voor D , L en v nemen we resp. de hydraulische diameter D_h , de gemiddelde snelheid in een porie, v_o , en de lengte van de doorstroomkanalen.

De lengte van een doorstroomkanaal, L , in een korrellaag zal in het algemeen langer zijn dan de bedhoogte H :

$$L = \alpha \cdot H$$

α wordt **tortuositeitsfaktor** of **kronkeligheidsfaktor** genoemd.

Gaan we bovenstaande grootheden invoeren in vergelijking 4 dan krijgen we:

$$\Delta P_F = f \cdot \alpha \cdot \frac{H}{D_h} \cdot \rho \cdot \left(\frac{v_o}{\epsilon} \right)^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Delta P_F = f_p \cdot H \cdot \frac{S(1 - \epsilon)}{\epsilon^3} \cdot \frac{1}{2} \rho v_o^2$$

of

$$f_p = \frac{\Delta P \cdot \epsilon^3}{H \cdot S(1 - \epsilon) \cdot \frac{1}{2} \rho v_o^2} \quad (11)$$

Deze vergelijking kan ook als volgt worden afgeleid.

Het drukverlies door het bed wordt bepaald door:

- a. wrijvingsverliezen,
- b. kinetische energieverliezen.

De kinetische energieverliezen ontstaan vooral door de wervels die in de grote poriën ontstaan.

De verliezen kunnen we weergeven door middel van een dimensie-loze wrijvingscoëfficiënt die gecorreleerd is met het Reynolds-getal.

Door Carmen is voor korrellagen de wrijvingscoëfficiënt gedefinieerd als:

$$f_p = \frac{\tau}{\rho \cdot \langle v \rangle^2}$$

τ = component van de wrijvingskracht, in de stromingsrichting, per eenheid van korreloppervlakte.

De wrijvingskracht per eenheid oppervlak in een korellaag, waarvan de hoogte H is, is gelijk aan:

$$\tau \cdot S \cdot H \cdot (1 - \epsilon)$$

Deze kracht moet gelijk zijn aan de drukval van het fluïdum over de korellaag:

$$-\Delta P \cdot \epsilon = \tau \cdot H \cdot S \cdot (1 - \epsilon)$$

of

$$\tau = \frac{\Delta P \cdot \epsilon}{H \cdot S \cdot (1 - \epsilon)}$$

Substitutie van $\langle v \rangle = v_o / \epsilon$ geeft:

$$\frac{\tau}{\rho \cdot \langle v \rangle^2} = \frac{-\Delta P \cdot \epsilon^3}{H \cdot S \cdot (1 - \epsilon) \rho v_o^2} \quad (12)$$

$$f_p = 2 \cdot f'_p$$

Alle willekeurige korrellagen kunnen nu gekarakteriseerd worden door bijv. op logaritmische schaal f'_p tegen Re uit te zetten, zie fig. 2.

Carmen vond dat de curven in het algemeen goed overeenkomen met de vergelijking:

$$f_p = 5 \cdot Re^{-1} + 0,4 \cdot Re^{-0,1} \quad (\text{curve A}) \quad (13)$$

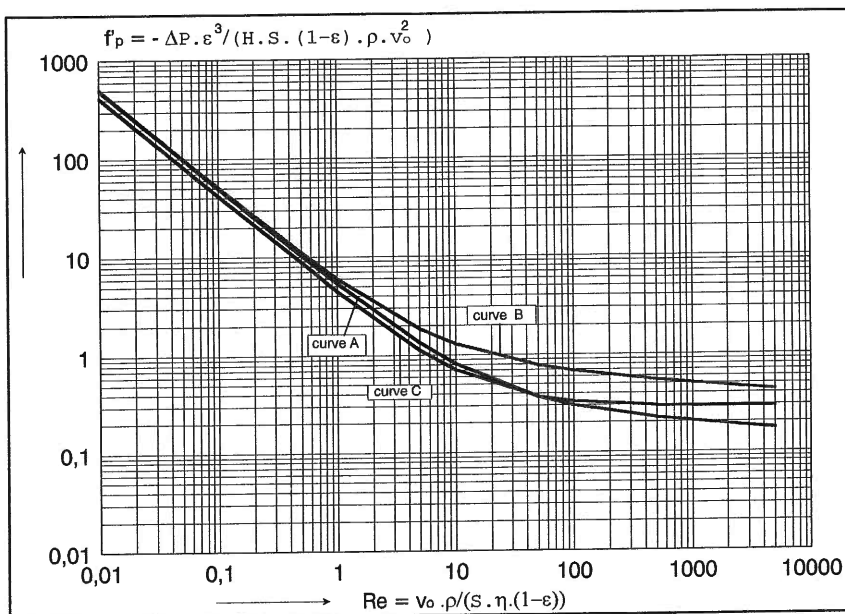


Fig.2. Grafiek volgens Carman.

De eerste term in deze vergelijking overheerst bij Re-getallen kleiner dan ca. 2; de drukverliezen zijn hoofdzakelijk te wijten aan visceuse krachten, de helling van de lijn is -1. De tweede term wordt belangrijk bij hoge snelheden en voor bedden met een geringe laagdikte, de helling van de lijn gaat van -1 naar ca. $-\frac{1}{4}$, Re neemt toe van 2 naar 100. Bij een Reynolds-getal groter dan 100 loopt de lijn nagenoeg evenwijdig aan de Re-as. De traagheidskrachten gaan overheersen.

Voor $Re < 2$ (laminaire stroming) geldt voor de lijn:

$$f'_p = K \cdot Re^{-1} \quad (14)$$

Dit ingevuld in vergelijking 12 geeft voor laminaire stroming:

$$\Delta P_F = K \cdot S^2 \cdot \frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3} \cdot \eta \cdot H \cdot v_o \quad (15)$$

K is de zogenaamde Kozeny constante waarvoor meestal de waarde $K = 5$ wordt gevonden, hetgeen in overeenstemming is met vergelijking 13.

Daar vergelijking 15, ook wel de Kozeny vergelijking genoemd, gebaseerd is op het poriemodel, worden de beste resultaten verkregen zolang er nog van poriën in het korrelbed sprake is (porositeiten van 30 - 50 %).

Bij niet bolvormige korrels en hoge porositeiten kan K wel de waarde 20 bereiken. Ook bij lage porositeiten in bijv. gesteente en geperste stapelingen is K vaak groter dan 5 (zie figuur 3).

De overgang van laminaire naar turbulente stroming gaat geleidelijk daar de omstandigheden in de poriën niet overal gelijk zijn. De stroming wordt hoogstwaarschijnlijk niet geheel turbulent daar sommige doorgangen te klein zijn zodat geen turbulentie kan optreden.

Waar "ringen" voor een stapeling worden toegepast, tab 1, verkrijgen we curve B. Deze curve voldoet aan de vergelijking:

$$f_p = 5 \cdot R^{-1} + Re^{-0,1} \quad (16)$$

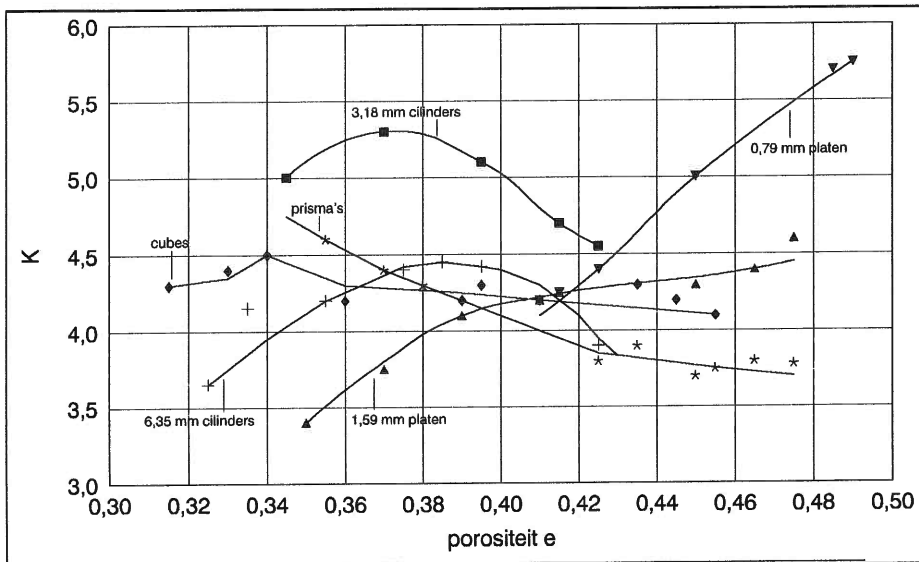


Fig. 3. De constante van Kozeny, K, als functie van de porositeit, e, en de vorm van de deeltjes.

In een gepakt bed zullen de deeltjes tegen de wand niet zo dicht op elkaar liggen als in het centrum zodat de weerstand tegen stroming in een bed met een kleine diameter geringer zal zijn dan in een bed met een grote diameter. Voor een laminaire stroming kan voor een bed met een relatief kleine diameter de volgende correctiefactor worden toegepast:

$$f_w = \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{S_c}{S}\right)^2 \quad (17)$$

Voor laminaire stroming krijgen we nu de volgende algemene vergelijking:

$$v_o = \frac{1}{K} \cdot \frac{e^3}{S_v^2} \cdot \frac{\Delta P}{\eta \cdot L} \cdot f_w \quad (18^*)$$

Vergelijking 18 geeft een duidelijke aanwijzing dat een kleine verandering in porositeit de weerstand tegen stroming aanmerke-

lijk kan beïnvloeden.

De vloeistofsnelheid, v_0 , is rechtevenredig met $\epsilon^3/(1 - \epsilon)^2$ waardoor een verandering in de porositeit van 0,5 tot 0,6 resulteert in een verandering van de weerstand met een factor 2,7.

Pakking		Nominale afmeting (in)	n. voorwerpen/ft ³	γ , lbf/ft ³	a_p , ft ² /ft ³	ϵ
"Raschig" ringen		1/4	85000	46	212	0,55
		1/2	10600	27	114	0,74
		3/4	3140	34	75	0,67
		1	1325	27	57	0,74
		1 1/2	392	34	38	0,67
		2	166	27	28	0,74
"Bart saddles", steengoed		1/4	107000	56	274	0,60
		1/2	16700	54	142	0,62
		3/4	4950	49	87	0,66
		1	2180	45	76	0,68
		1 1/2	645	40	46	0,71
		2	250	39	32	0,72
"Intolax saddles", steengoed		1/2	20700	45	190	0,78
		3/4	6500	44	102	0,77
		1	2385	44	78	0,77
		1 1/2	709	42	59	0,80
		2	265	42	36	0,79
Pallrings, metaal		5/8	5930	37	104	0,93
		1	1405	30	63	0,94
		1 1/2	377	26	39	0,95
		2	171	24	31	0,96

Tabel 1.

De weerstand van de laag kan ook veranderen door het fluïdum dat er door stroomt. Bij een niet stabiele rangschikking van de deeltjes kan er kanaalvorming optreden waardoor de vloeistof door die gedeelten gaat stromen waar de weerstand kleiner is dan de gemiddelde weerstand. De totale weerstand zal verminderen terwijl de eenmaal gevormde kanalen de neiging hebben zich te vergroten.

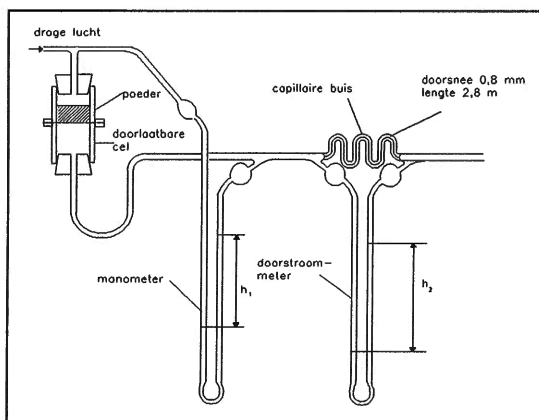


Fig. 4 Apparaat voor het bepalen van het specifieke oppervlak.

Voor regelmatig gevormde bedden kan vergelijking 18 worden gebruikt voor het bepalen van S , het specifieke oppervlak. Dit kan plaatsvinden met bijv. een apparaat getekend in figuur 4 (diameter van de kolom 1 inch en de hoogte 3,5 inch). Een geschikt gas stroomt door een cilinder met een kolom korrelig materiaal. Het drukverschil over de kolom wordt afgelezen op de manometer, h_1 , en het debiet van het gas op manometer h_2 .

5. Fluidisatie.

Wanneer een gas in opwaartse richting door een laag granulair materiaal wordt geleid, treedt er een drukverlies op zoals we in het vorige hoofdstuk hebben gezien.

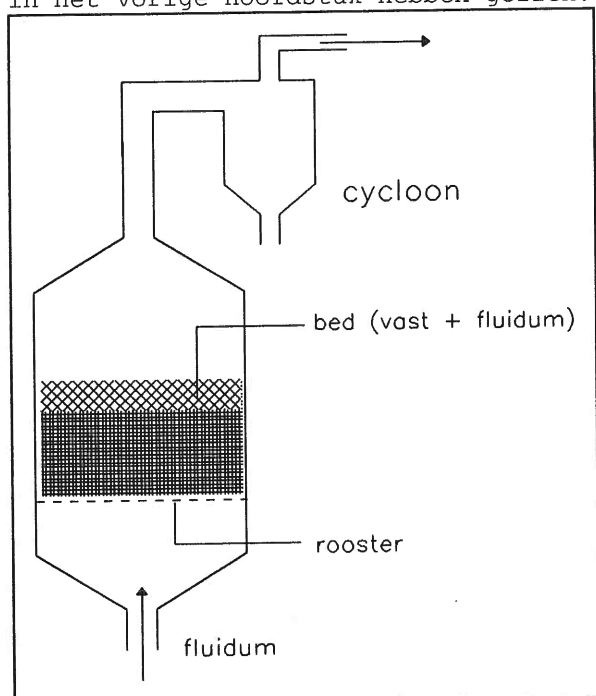
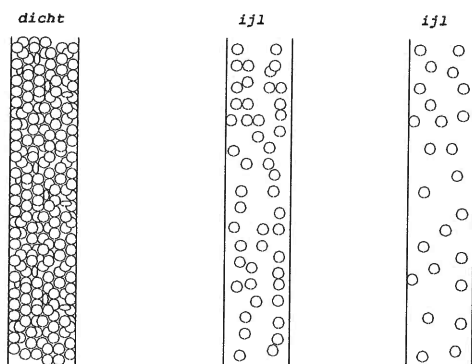


Fig. 1.

Het gas percoleert door de laag zonder de korrels in beweging te brengen. Voeren we de luchtsnelheid op dan wordt er een toestand bereikt waarbij de laag gaat expanderen; vaste deeltjes gaan zich los van elkaar bewegen. De deeltjes raken in suspensie ofwel we hebben te maken met een zgn. gefluidiseerd bed, fig. 1.

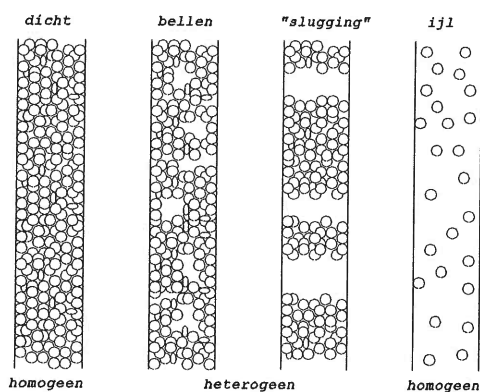
De overgang van een vast naar een gefluidiseerd bed ligt bij een fluïdumsnelheid, die de minimum fluïdisatiesnelheid genoemd wordt. Bij zeer grote fluïdumsnelheden ontstaat pneumatisch transport van de deeltjes. De individuele deeltjes worden door de fluïdumstroom meegevoerd. Wanneer de hoeveelheid fluïdum wordt vergroot boven de hoeveelheid die minimaal nodig is om een gefluidiseerd bed te vormen, kunnen er twee dingen gebeuren:

- 1: het bed van vaste deeltjes expandeert, waarbij de gemiddelde afstand tussen de deeltjes groter wordt. (homogene fluïdisatie, Eng. "particulate Fluidization"), fig. 2.
- 2: een deel van het fluïdum, dat te veel wordt doorgevoerd, zal door het bed gaan in de vorm van bellen, waarbij ook bedexpansie optreedt. De bellen geven aanleiding tot een tweefasen systeem, dichte fase en bellen, (heterogene fluïdisatie, Eng. "aggregative fluidisation"), fig. 3.



Homogene fluïdisatie treedt in het algemeen op bij vloeistof-vast systemen en soms bij gas-vast systemen als de deeltjes zeer klein zijn en dan nog slechts bij lage fluïdumsnelheden.

Fig. 2.



Heterogene fluïdisatie treedt op bij bijna alle gas-vast systemen en soms bij vloeistof-vast systemen, wanneer er een groot dichtheidsverschil is tussen de vaste en vloeibare fase.

De afmetingen van de bellen kunnen soms de grootte van de diameter van het bed bereiken en worden dan "slugs" genoemd.

Fig. 3.

In een gefluïdiseerd bed zijn de condities gunstig voor goede warmte en stofoverdracht tussen deeltjes en het fluïdum. In het algemeen is er een snelle menging van de vaste fase. Gefluïdiseerde bedden worden dan ook gebruikt als warmtewisselaar en chemische reactoren, speciaal in die gevallen waarbij een grote hoeveelheid warmte toe- of afgevoerd worden.

Het gefluïdiseerd bed heeft in vele gevallen het vaste bed vervangen.

5.1. Drukval en fluïdisatiesnelheid.

Wanneer logaritmisch het drukverschil over het bed en de logaritme van de gassnelheid, betrokken op de lege ruimte, grafisch wordt uitgezet krijgen we een lijn als aangegeven in fig. 4.

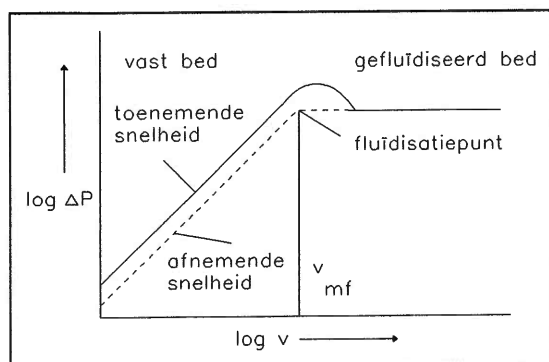


Fig. 4. Drukval over een vast en gefluïdiseerd bed

In het begin zal, bij het doorstromen van een fluïdum door de laag, het drukverval lineair toenemen met de snelheid, zoals ook in het vorige hoofdstuk is aangetoond.

Wanneer de snelheid van het fluïdum een waarde heeft bereikt zodanig, dat het drukverschil gelijk is aan het schijnbare gewicht per eenheid oppervlak van het bed, zal verdere verhoging van de snelheid slechts re-

sulteren in een geringe opwaartse beweging van de deeltjes en het optreden van bedexpansie. Deze waarde, de minimale fluïdisatiesnelheid, wordt bereikt als de deeltjes net los van elkaar komen. Het maximum in drukverschil over het bed dat soms bij de minimum fluïdisatiesnelheid voorkomt, wordt toegeschreven aan het overwinnen van de onderlinge deeltjeskrachten. Er is kennelijk een extra druk nodig om het gepakte bed los te breken alvorens het in gefluïdiseerde toestand komt.

Bij verdere verhoging van de snelheid blijven er meestal nog over een beperkt gebied van snelheden onregelmatigheden in het diagram ontstaan (bobbels). Het bed expandeert, de deeltjes worden opnieuw gerangschikt.

In deze gefluïdiseerde toestand zijn alle deeltjes omgeven door het fluïdum en hebben daardoor enige vrijheid van beweging gekregen. Bij verder opvoeren van de snelheid neemt de porositeit toe en de weerstand tegen de fluïdumstroming neemt af. Indien de deeltjeskrachten geen rol spelen, blijft nu het drukverschil constant.

De expansie neemt echter voortdurend toe en de beweging van de deeltjes wordt heftiger. Er begint menging van de deeltjes op te treden en er ontstaan plaatsen van kleinere en grotere concentraties aan vaste stof. De eerste stijgen in het bed op als dampbellen in een kokende vloeistof. In deze turbulente toestand is het grensvlak niet meer scherp, het oppervlak van een gefluïdiseerd bed lijkt op een kokende vloeistof. De porositeit benadert de waarde één, bij nog verder toenemen van de snelheid van het fluïdum. Het grensvlak verdwijnt geleidelijk en er ontstaat één enkele verdunde suspensie. Tenslotte gaat het over in pneumatisch transport. Zie ook figuur 3.

Fluïdisatie kan zowel met een gas als met een vloeistof worden

uitgevoerd; technisch is de fluïdisatie met een gas het belangrijkste.

Voor een gefluïdiseerd bed zijn van belang:

- de snelheid v_{mf} , waarbij het vast bed in gefluïdiseerde toestand overgaat (de minimale fluïdisatiesnelheid);
- de maximale snelheid waarbij het gefluïdiseerde bed nog juist kan bestaan (voordat pneumatisch transport optreedt);
- de expansie van het bed als functie van de snelheid van het fluïdum.

De fluïdumsnelheid waarbij de fluïdisatie begint, minimale fluïdisatiesnelheid, kan als volgt worden berekend.

Wordt het wandeffect verwaarloosd dan is het drukverval over de laag gelijk aan het gewicht van de deeltjes ten opzichte van het fluïdum:

$$\Delta P A = (\rho_s - \rho) \cdot g \cdot (1 - \epsilon) A L \quad \text{of} \quad (1)$$

$$\Delta P = (\rho_s - \rho) \cdot g \cdot (1 - \epsilon) L$$

ϵ = porositeit; L = laagdikte (m);

ρ_s = dichtheid van de vast stof (kg/m^3);

ρ = dichtheid fluïdum (kg/m^3);

A = oppervlak van de laag (m^2).

Tot het punt van fluïdisatie kan de drukval worden berekend met de vergelijking:

$$\Delta P = f'_{\rho} \cdot \frac{S_v \cdot L \cdot \rho \cdot v^2}{\epsilon^3}$$

Elimineren van ΔP geeft de minimale fluïdisatiesnelheid:

$$v_{mf}^2 = \frac{1}{f'_{\rho}} \cdot \frac{(\rho_s - \rho) \cdot g \cdot (1 - \epsilon) \cdot \epsilon^3}{\rho \cdot S_v}$$

Wanneer de stroming laminair is tot het punt waarbij fluïdisatie optreedt wordt de minimale fluïdisatiesnelheid:

$$v_{mf} = \frac{(\rho_s - \rho)}{5 \cdot S_v^2 \cdot \eta} \cdot \epsilon_m^3 \cdot (1 - \epsilon_m) \cdot g \quad (2)$$

Een goede benadering voor de porositeit bij de minimale fluïdisatiesnelheid, ϵ_{mf} , voor ronde deeltjes is de waarde 0,4.

De maximale snelheid waarbij het gefluïdiseerde bed nog juist kan bestaan komt voor in een ijl bed (ϵ nadert tot 1) en is nagenoeg gelijk aan de stationaire valsnelheid van een enkel deeltje.

De expansie van het bed als functie van v is moeilijker te voorspellen, omdat de stromingstoestand in het gefluïdiseerde

bed instabiel is. Vooral een gasstroom heeft de neiging in grote bellen door het bed te schieten (heterogene fluïdisatie). Een met vloeistof gefluïdiseerd bed (mits zijn lengte niet veel groter is dan zijn diameter) is in de regel vrij uniform (homogene fluïdisatie).

Experimenteel is vastgesteld, dat het getal van Froude (Fr), $Fr = v^2/(g.d)$, als criterium gebruikt kan worden voor de overgang van homogene naar heterogene fluïdisatie.

Is dit getal kleiner dan 1, bij vloeistof gefluïdiseerde bedden, of kleiner dan 0,1, bij gas gefluïdiseerde bedden, dan blijft het bed homogeen.

Het optreden van meer of minder gefluïdiseerde toestand hangt af van vele factoren als deeltjesgrootte, deeltjesgrootte verdeling, vorm en dichtheid van de deeltjes, geaardheid van het oppervlak, gassnelheid, vochtgehalte van het materiaal en de geometrie van het bed.

Gemakkelijk stromende materialen laten zich het best fluïdiseren, stoffen die gemakkelijk samenklonteren niet.

De gassnelheid moet tenmiste $1,3 \cdot v_{mf}$ zijn om enige menging te verkrijgen.

Boven de snelheid van $1,5 \cdot v_{mf}$ is de menging snel en neemt toe met toenemende snelheid. De invloed neemt af bij hoge snelheden ($> 20 \cdot v_{mf}$).

Bij het fluïdisatieproces is het belangrijkste eigenschap van een deeltje de diameter. Beneden een diameter kleiner dan 10 micron is er door de onderlinge deeltjeskrachten nauwelijks te fluïdiseren. Zelfs tot een diameter van ca. 60 micron is het moeilijk normaal te fluïdiseren er zijn dan dikwijls preferente kanalen, waardoor het gas stroomt: "channeling". Diffusie draagt bij tot de menging. Boven een deeltjesdiameter van ca. 100 micron is de diffusie verwaarloosbaar ten opzichte van de menging door de gasbellen. De invloed van de deeltjesdiameter is dan echter niet duidelijk. Toevoeging van kleine deeltjes geeft een merkbare toename in de mengsnelheid.

De geometrie van het bed bepaalt in hoge mate het mengproces van de vaste stof. Voor lage bedden, $H < \text{ca. } 200 d$, is de invloed van de bodem en top laag sterk merkbaar. Smalle bedden, diameter van het bed kleiner dan ca. 100 keer de diameter van het deeltje, ondervinden duidelijk invloed van de wand. Boven deze grenzen en voor $H/D < 6$ is er een normaal fluïdiseren bed met bijna ideale menging. Bij hoge H/D verhouding treedt "slugging" op.

De voordelen van gefluïdiseerde toestand zijn:

- 1: de goede menging die optreedt;
- 2: het goede contact tussen intensief bewegende deeltjes en het fluïdum;
- 3: het gemak waarmee gefluïdiseerde stoffen getransporteerd kunnen worden, waardoor het proces gemakkelijk continu kan worden gemaakt;
- 4: de goede warmteoverdracht, de goede toe- en afvoer van warmte naar en van de vaste stof; dit maakt dat er mede in verband met de krachtige menging in een gefluïdiseerd bed een zeer gelijkmatige temperatuur heerst;
- 5: de drukval over een gefluïdiseerd bed is relatief klein en gemakkelijk constant te houden;

- 6: eenvoudige relatief kleine apparatuur;
- 7: door de eenvoud van invoer van de voeding en afvoer van de produkten is continu werken eenvoudig;
- 8: met trapsgewijze fluïdisatie op schotels kan in "stages" gewerkt worden;
- 9: variatie in contacttijden is mogelijk.

Hiertegenover staan een aantal nadelen als:

- 1: bij continue toe- en afvoer is de verblijftijd van de deeltjes zeer verschillend (benadering van een perfecte menger, zie hoofdstuk 6); men kan hieraan desgewenst tegemoet komen door voor dezelfde hoeveelheid produkt meerdere gefluïdiseerde bedden achter elkaar te plaatsen;
- 2: de deeltjes moeten gemakkelijk kunnen vloeien ("free flowing") en mogen niet te kantig zijn of sterk agglomereren; de deeltjesgrootte moet ruwweg liggen tussen 60 en 1000 micron;
- 3: er is slijtage van deeltjes (erosie) en van apparatuur. De kleine deeltjes moeten worden opgevangen met behulp van cyclonen, filters e.d.;
- 4: door bellenvorming treedt kortsluiting op; in de bellen is de stof- en warmteoverdracht klein;
- 5: de gassnelheden zijn begrensd door de minimale fluïdisatiesnelheid en de snelheid van pneumatisch transport;
- 6: de temperatuuregalisatie is niet altijd gunstig.

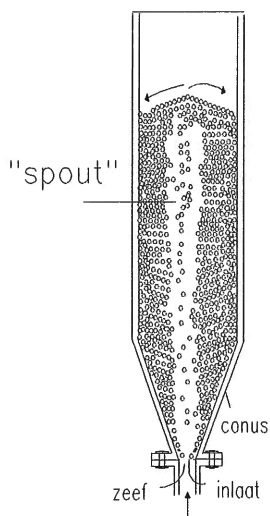


Fig. 5.

Wanneer de deeltjes te grof en te uniform van grootte zijn kan een variant van fluïdisatie worden toegepast, namelijk het spuitende bed ("spouted bed"). Hierbij wordt het fluidum door een nauwe opening van een conus gestuwd, zodat de deeltjes in een ijle fase mee omhoog worden genomen ("channeling") en in een dichte fase weer naar beneden stromen, fig. 5. De wijze van invoeren van het fluidum in het bed kan een grote invloed hebben op de structuur van het gefluïdiseerde bed zoals uit figuur 5 blijkt.

6. Stroming door apparaten.

Bij de bereiding van een produkt kan men de volgende bewerkingen of processen onderscheiden:

- a. een ladingsgewijs proces,
- b. een continu proces,
- c. een discontinu proces.

a. Een ladingsgewijs proces.

Bij een ladingsgewijs proces wordt het apparaat gevuld, men voert de bewerking of het proces uit, maakt vervolgens het apparaat leeg om daarna opnieuw met een charge te vullen. Tussen het tijdstip van vullen en legen van het apparaat vindt er geen massatransport door het apparaat plaats. Alle volumeelementen van de inhoud verblijven evenlang in de reactor. Ladingsgewijze processen worden gewoonlijk toegepast wanneer het om relatief kleine hoeveelheden produkt gaat waarvan één of meerdere charges moeten worden uitgevoerd. Een nadeel van een ladingsgewijs proces is dat de hoeveelheid arbeid per produktieeenheid relatief groot is. Daartegenover staan een aantal belangrijke voordelen als:

- a. De apparatuur kan voor verschillende doeleinden worden gebruikt.
Dit geldt vooral voor de reactietank wanneer deze is voorzien van een verwarmings- en koelspiraal of -mantel.
- b. Bij niet gebruik kunnen de tanks een goedkope opslag zijn voor vloeistoffen en suspensies.
- c. De processen vragen weinig hulpapparatuur als bijv. pompen.
- d. De vereiste controle apparatuur is veelal eenvoudiger en minder kostbaar dan bij continue processen.

b. Continue processen.

Bij een continu proces wordt het te bewerken produkt continu aan het apparaat toegevoerd, terwijl de reactieprodukten er continu aan worden onttrokken. Na een zekere aanlooptijd wordt een stationaire toestand bereikt, waarin op een bepaalde plaats in het systeem de procesvariabelen constant blijven in de tijd. De procesvariabelen kunnen echter wel veranderen met de plaats.

Wanneer de procesvariabelen (zoals temperatuur, druk, volumina, massastromen, enz.) niet veranderen in de tijd, uitgezonderd kleine fluctuaties, spreekt men van een stationair proces. Veranderen de procesvariabelen wel in de tijd dan spreekt men van een niet-stationair of dynamisch proces. Ladingsgewijze en semi-continue processen zijn niet-stationaire (dynamische) processen, terwijl continue processen veelal stationair zijn.

Continue processen worden toegepast wanneer produkten op grote schaal moeten worden geproduceerd. Aan dit proces geeft men om verschillende redenen als arbeidsbesparing, betere procesbeheersing, kwaliteit van het produkt, etc., vaak de voorkeur. Het binnen de nauwe grenzen kunnen handhaven van de kwaliteit is soms het voornaamste argument om tot een continu proces over te gaan. Weliswaar bereikt men ook een arbeidsbesparing, maar

deze wordt vaak gecompenseerd door de kosten van de instrumentatie voor het automatisch regelen en het onderhoud ervan. In feite heeft men dan slechts een gedeelte van de hoeveelheid arbeid verplaatst van het produktiebedrijf naar de instrumentenfabriek.

c. Semi-continu proces.

Bij een semi-continu proces is de toevoer nagenoeg continu en de afvoer discontinu of omgekeerd. Het bereiden van bijv. filter-koffie, waarbij men geleidelijk kokend water door een hoeveelheid koffie, die op het filter is gebracht, laat percoleren, is een voorbeeld van een semi-continu proces.

Bij het ontwerpen van reactoren voor de bereiding van producten, volgens genoemde processen, speelt de reactortechniek, ook wel reactorkunde genoemd, een belangrijke rol.

Bij continue processen heeft men bovendien te maken met verschillende verblijftijden van de volumelementen in de apparatuur, om tot een optimaal ontwerp te komen.

Om wat meer inzicht te krijgen in processen en de (bio)chemische omzettingen, die in de apparatuur plaatsvinden, zullen in het kort de volgende onderwerpen worden besproken:

- a. massabalansen,
- b. reactortechniek,
- c. reactorkinetiek,
- d. continu bedreven reactoren (verblijftijdspreiding),
- e. de omzetting in continu bedreven reactoren.

6.1. Massabalansen.

Op genoemde processen kunnen de zgn. macroscopische massabalansen worden toegepast, zie ook hoofdstuk 2.2. We kunnen twee typen balansen onderscheiden nl. differentiële en integrale balansen.

Differentiële balansen:

Differentiële balansen geven weer wat er op een bepaald ogenblik gebeurt in een systeem. Elke term in een vergelijking stelt een debiet of een snelheid voor. Dit type balansen vinden we terug bij niet stationaire processen. Een massabalans van een dergelijk proces (een eenheidsbewerking, een aantal eenheidsbewerkingen of een geheel proces) kunnen we als volgt schrijven:

$$\frac{\text{ophoping aan component (b) in het systeem}}{\text{tijd}} = \frac{\text{hoeveelheid aan component (b) die het systeem binnenstroomt}}{\text{tijd}} - \frac{\text{hoeveelheid aan component (b) die het systeem uitstroomt}}{\text{tijd}} + \frac{\text{hoeveelheid die in het systeem wordt gevormd en/of wordt verbruikt}}{\text{tijd}}$$

of

$$\text{ophoping} = \text{aanvoer} - \text{afvoer} + \text{produktie} - \text{consumptie}.$$

Bij een continu stationair proces vindt er geen ophoping plaats waardoor deze term vervalt. De vergelijking wordt nu:
 $\text{aanvoer} + \text{produktie} = \text{afvoer} + \text{consumptie}.$

Integrale balansen.

Hebben we te maken met ladingsgewijze en stationaire continue processen, waarbij geen ophoping en consumptie plaatsvindt, dan gaan we uit van een balans die de verandering beschrijft tussen twee vastgestelde tijdstippen. Hiervoor kan de bovengenoemde balans worden gebruikt door het weglaten van de tijd in de noemer. Elke term stelt dan een hoeveelheid voor (een massa- of volumeenheid).

6.1.1. Het opzetten van balansen.

Bij het opzetten van een massabalans van een systeem kunnen we onderscheid maken tussen een totaalbalans ("overallbalans") en een componentenbalans. In een totaalbalans vinden we de totale massa van elke stroom die aan het systeem, of een onderdeel van het systeem, wordt toegevoegd of verlaat.

Bij een componentenbalans vinden we hetzelfde principe als bij de totaalbalans met dit verschil dat nu de balans gebaseerd is op de individuele componenten.

Voor het oplossen onbekende massa(volume)stromen en/of onbekende samenstellingen van deze stromen kan men het best als volgt te werk gaan.

1. Teken een blokschema van het proces. Vermeld in dit schema zowel de debieten als de samenstelling voor zover bekend.

2. Bepaal aan welke grensvoorwaarden het proces moet voldoen om een balans te kunnen opstellen.
3. Neem als uitgangspunt voor de componentenbalans, indien mogelijk die component waarvan de massa tijdens de procesgang niet verandert.
4. Reken volumestromen om in massastromen of molaire grootheden. Ga uit van eenduidige dimensies. Alle stromen worden bijv. uitgedrukt in kg/s of bijv. molen/s.
5. Is één van de waarden bekend geef dit aan in het stroomschema.

Voorbeelden:

Continu stationair proces.

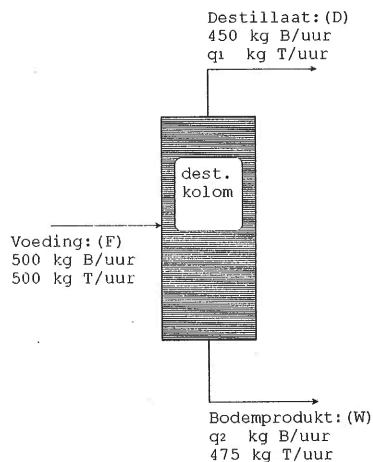
In een destillatiekolom worden per uur 1000 kilogram van een mengsel van benzeen en toluen toegevoegd. het mengsel bevat 50 massa % benzeen en 50 massa % talen. het mengsels wordt door de kolom in twee fracties gescheiden. Het proces is stationair. Per uur scheidt de top van de kolom 450 kg benzeen per uur af terwijl de bodem van de kolom 475 kg talen per uur afvoert.

Gevraagd: Hoeveel kilogram talen wordt er per uur aan de top afgevoerd en hoeveel kg benzine wordt er per uur afgevoerd uit de bodem van de kolom.

Oplossing:

Stroomschema.

Grensvorwaarden: De kolom werkt stationair en de kolom vertoont geen lekkage.



Balansen.

Gegeven:

$$F = 1000 \text{ kg/uur.}$$

$$FB = 50 \% ; FT=50\% ; DB= 500 \text{ kg/uur;}$$

$$WT = 475 \text{ kg/uur.}$$

Er zijn twee onbekenden q_1 en q_2 . Twee vergelijkingen zijn tenminste nodig om dit vraagstuk op te lossen.

Totaal balans:

$$F = D + W;$$

Componentenbalans:

$$F \cdot FB = D + q_2.$$

Uitwerking:

$$\begin{aligned} 1000 &= D + W \\ 500 &= 450 + q_2 \\ W &= q_2 + 475 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_2 &= 50 \text{ kg/uur;} & q_1 &= 25 \text{ kg/uur.} \\ \bar{W} &= 525 \text{ kg/uur;} \\ D &= 475 \text{ kg/uur;} \end{aligned}$$

Ladingsgewijs proces:

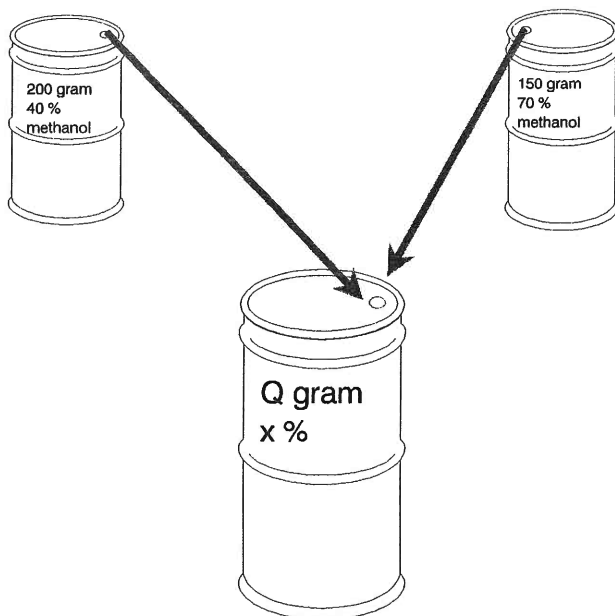
Bij ladingsgewijze processen gelden voor de toevoer en afvoer van het proces resp. het begin en het einde van het proces. Voor het overige kunnen we deze processen vergelijken met een continu stationair proces. We krijgen:

toevoer (in begin) = afvoer (aan het einde) - produktie + consumptie.

Voorbeeld:

Twee mengsels, bestaande uit methanol en water, bevinden zich in aparte tanks. De ene tank bevat 40 % methanol en de andere tank 70 % methanol. Indien 200 gram van de tank met 40 % methanol wordt gemengd met 150 gram van de tank met 70 % methanol, wat wordt dan de massa en de samenstelling van het nieuwe mengsel.

Oplossing:



Stroomschema:

Daar bij dit vraagstuk geen reacties worden waargenomen mogen de produktie en consumptie termen worden verwaarloosd.
De balans wordt:
Toevoer = afvoer.

Totaalbalans:
 $200(g) + 150(g) = 350(g) (Q)$

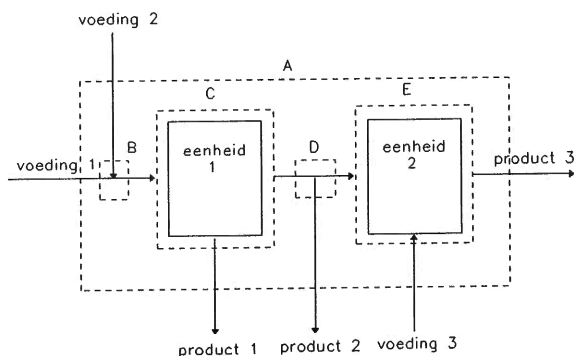
Componentenbalans
(methanol):
 $200 \cdot 0,4 + 150 \cdot 0,7 = 350 \cdot x$
 $x = 52,9 \%$

We kunnen tevens een componentenbalans voor water opstellen (ga dit na).

Stationaire continue processen bestaande uit meerdere eenheden.

Indien een systeem bestaat uit meerdere eenheden dan kunnen we het systeem zien als één geheel, een combinatie van verschillende eenheden of als afzonderlijke eenheden.

Bij het opstellen van massabalansen kunnen we een dergelijke systeem opdelen afhankelijk van de wijze waarop de verschillende stromen zich verdelen over de verschillende eenheden. Een eenvoudige manier om aan te geven waarop de balansen betrekking hebben is door om de betreffende eenheden een gestippelde rechthoek te tekenen. Op de stippellijn vinden we de denkbeeldige invoer en uitvoer stromen. In onderstaande figuur is een voorbeeld gegeven van een proces dat bestaat uit twee eenheden.



We vinden 5 stippellijnen die om bepaalde delen van het proces zijn getekend. Elke rechthoek kan worden gebruikt voor het opstellen van een balans. Rechthoek A omvat de toe- en afvoer stromen van het gehele proces. Rechthoek B geeft een menging weer waarin twee toevoerstromen worden gemengd. Rechthoek C omvat een eenheidsbewerking. Rechthoek D geeft een splitsing van de stromen weer. Rechthoek E omvat een tweede eenheidsbewerking.

Balansen die een systeem (rechthoek) omvatten en alleen de totale massastromen weergeven noemt men totaal- of "overall" balansen.

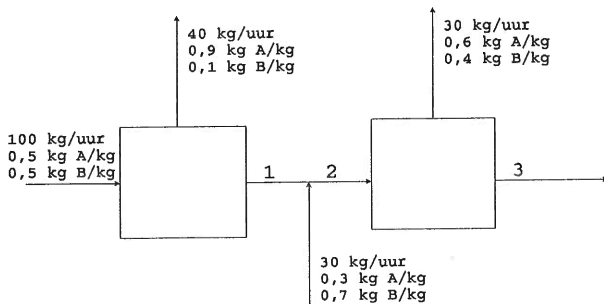
Daarnaast kunnen van alle systemen zgn. componentenbalansen opstellen.

Het opzetten van balansen gebeurt op dezelfde wijze als reeds besproken. Het verschil zit in het aantal vergelijkingen dat met een systeem bestaande uit meerdere eenheden kan worden opgezet.

Het aantal vergelijkingen moet tenminste overeenstemmen met het aantal onbekenden dat men wil weten. In het algemeen is het verstandig te beginnen met "overall"-balansen.

Voorbeeld:
Tweevoudige distillatie:

Blokschema met
gegevens:



Elke stroom bevat twee componenten (A en B). De drie stromen (1, 2 en 3) en de samenstelling van deze stromen zijn onbekend. Voor het berekenen van deze drie stromen met hun samenstelling zijn tenminste zes vergelijkingen nodig.

Oplossing.

De onderdelen waarover balansen kunnen worden opgesteld zijn omgeven door stippellijnen, zie blokschema.

Overall-massabalansen:

Totaal:
 $100 + 30 = 40 + 30 + Q_3$ kg/uur

dest1:
 $100 = 40 + Q_1$

mengeneheid:
 $Q_1 + 30 = Q_2$

dest 2:
 $Q_2 = Q_3 + 30$

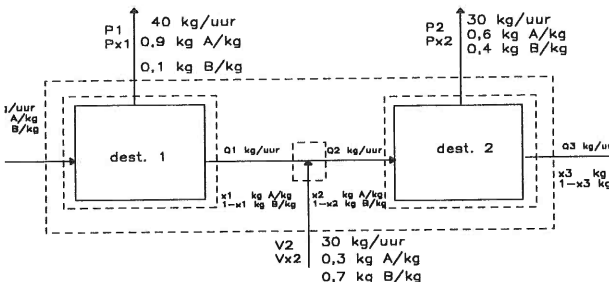
Componentenbalansen:

Totaal:
 $0,5 \cdot 100 + 0,3 \cdot 30 = 0,9 \cdot 40 + 0,6 \cdot 30 + x_3 \cdot Q_3$

dest1:
 $0,5 \cdot 100 = 0,9 \cdot 40 + x_1 \cdot Q_1$

mengeneheid:
 $x_1 \cdot Q_1 + 0,3 \cdot 30 = x_2 \cdot Q_2$

dest2:
 $x_2 \cdot Q_2 = x_3 \cdot Q_3 + x_3 \cdot 30$



We hebben nu 6 vergelijkingen met 6 onbekenden. In dit voorbeeld zijn de 6 onbekenden gemakkelijk te berekenen. De antwoorden zijn:

$Q_3 = 60$ kg/uur; $Q_1 = 60$ kg/uur; $Q_2 = 90$ kg/uur.
 $x_3 = 0,0833$ kg A/kg; $x_2 = 0,2556$ kg A/kg; $x_1 = 0,233$ kg A/kg.

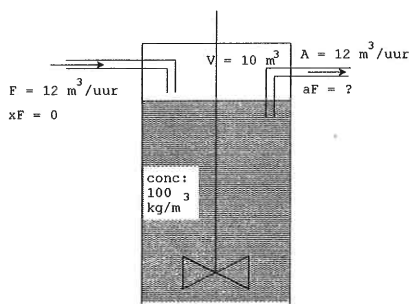
Voor het oplossen van meer ingewikkelde vergelijkingen maakt men vaak gebruik van matrixleer.
Matrix oplossing geeft:

$$\left\{ Q_1 = 60, Q_3 = 60, Q_2 = 90, x_1 = \frac{7}{30}, x_2 = \frac{23}{90}, x_3 = \frac{23}{90} \right\}$$

Massabalansen van niet stationaire processen.

In balansen van niet-stationaire processen vinden we de term consumptie en/of ophoping terug. Deze termen geven een verandering in de tijd weer. Is x bijv. de concentratie in een apparaat dan is in een niet stationair proces x afhankelijk van de tijd hetgeen we weergeven als een differentie dx/dt . We krijgen nu een massabalans in de vorm van een differentiaal vergelijking.

Bijv.: Een tank met een volume van 10 m^3 bevat een zoutconcentratie van 100 kg/m^3 . Aan dit vat wordt continu water toegevoegd zonder zout. De volumestroom bedraagt $12 \text{ m}^3/\text{uur}$. In het vat wordt het volume constant gehouden waardoor de afvoer eveneens $12 \text{ m}^3/\text{uur}$ bedraagt. De zoutconcentratie in het vat zal in de tijd afnemen. Hoe hoog is deze zoutconcentratie nadat bijv. 90 min zoutvrij water aan de tank is toegevoegd?



Oplossing:

Indien x de zoutconcentratie in de tank is dan kan de verandering van de zoutconcentratie in de tijd worden weergegeven door dx/dt (dimensie: $\text{kg zout}/(\text{m}^3 \text{ uur})$). De voeding bevat geen zout.

De afvoer heeft dezelfde zoutconcentratie als de vloeistof in het vat (perfecte menging).

De massabalans wordt:

Toevoer - afvoer = ophoping

$$F \cdot x_F - A \cdot a_F = V \cdot (dx/dt) \quad \text{of} \\ 0 = A \cdot x + V \cdot (dx/dt) \quad \text{of}$$

$$dx/dt = -A/V \cdot x; \text{ daar } A = F \text{ kunnen we schrijven:}$$

$$dx/dt = -F/V \cdot x;$$

Het negatieve teken houdt in dat in het vat de concentratie afneemt in de tijd.

Scheiden van de variabelen geeft:

$$dx/x = -F/V \cdot dt$$

Integratie:

$$\ln(x_1) - \ln(x_0) = -\frac{F \cdot t_1}{V} + \frac{F \cdot t_0}{V} \quad t_0 = 0 \Rightarrow \ln(x_1) - \ln(x_0) = -\frac{F \cdot t}{V}$$

$$F = 12 \text{ m}^3/\text{s}; V = 10 \text{ m}^3; x_0 = 100 \text{ kg/m}^3; t = 1,5 \text{ uur.}$$

$$\ln(x/100) = -1,2 \cdot t/10$$

$$\text{Na } 90 \text{ min. is } \ln(0,01 \cdot x) = -1,2 \cdot t/10$$

$$x = 100 \cdot e^{-1,80} = 16,529 \text{ kg/m}^3.$$

6.2. Reactorteknik.

Onder reactorteknik of reactorkunde verstaat men het beheersen van (bio)chemische reacties op technische schaal. Het gaat hierbij om het vinden van de meest geschikte apparatuur en het bepalen van de meest geschikte werkwijze in apparaten. De apparatuur kunnen we globaal onderscheiden in de volgende reactor typen (fig. 1):

1. De ladingsgewijze reactor (Eng.: "batch reactor").
2. Propstroomreactor (Eng. "plug flow reactor").
3. De perfect gemengde reactor met continue aan en afvoer (Eng.: "continuous stirred tank reactor", C.S.T.R.).
4. Cascade van perfect gemengde reactoren.
5. Propstroomreactor met axiale menging.
6. Reactor met een experimenteel bekende verblijftijdspreiding $E(t)$ diagram.

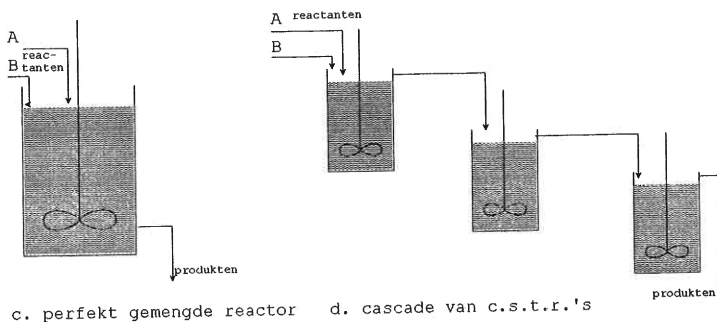
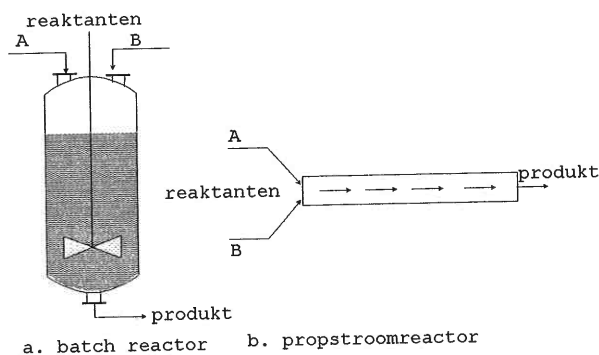


Fig. 1. Enkele reactortypen.

Genoemde reactoren worden in het bijzonder gebruikt voor de reacties die zich in één fase afspelen d.w.z. alle reactanten zijn dit volledig mengbaar met elkaar.

Gaan we uit van een reactor type die geschikt zijn voor een continu proces dan doet zich een probleem voor. Bij continue

processen verblijven nl. niet alle volumelementen eenzelfde tijd in het reactorsysteem. We hebben te maken met een zgn. verblijftijdspreiding d.w.z. dat voor verschillende volumelementen of deeltjes de verblijfsduur in het apparaat verschillend is. De deeltjes die tegelijkertijd het apparaat binnen gaan zullen in de regel na elkaar het apparaat verlaten.

De verblijftijd of verblijfsduur, de tijd die een deeltje nodig heeft om door het apparaat te stromen, is verschillend voor elk deeltje. Dit heeft nogal eens consequenties wanneer we te maken hebben met transformatie processen. Hieronder verstaan we processen die worden gekenmerkt door het feit dat grondstoffen in het proces door chemische en/of biochemische omzetting worden getransformeerd tot reactieprodukten en bijprodukten. Één of enkele van deze reactieprodukten worden vervolgens genomen uit het reactiemengsel.

De mate van verblijftijdspreiding in een apparaat bepaalt in belangrijke mate de samenstelling van de reactieprodukten.

Enerzijds kan door de kortere verblijftijd van de volumelementen de omzetting minder volledig zijn, anderzijds kunnen door te lange verblijftijden van volumelementen volgreacties optreden. Zelfs al is de invloed van een volgreactie op het rendement te verwaarlozen, toch kunnen de produkten van zo'n volgreactie een onoverkomelijk bezwaar vormen. Zo kan het gebeuren dat het produkt een onaanvaardbare verkleuring vertoont.

Voorbeelden van voor de levensmiddelenindustrie belangrijke transformatieprocessen zijn:

1. Biochemische reacties in fermentatieprocessen en reacties met geïmmobiliseerde enzymen.
2. Chemische reacties, zoals vetharding en hydrolyses van zetmeel en dextrinen met zuur als katalysator.
3. Desinfectie.
4. Sterilisatieprocessen.
5. Biologische afvalwaterzuivering.

De organisatie van processen ziet er globaal uit als aangegeven in fig. 2.

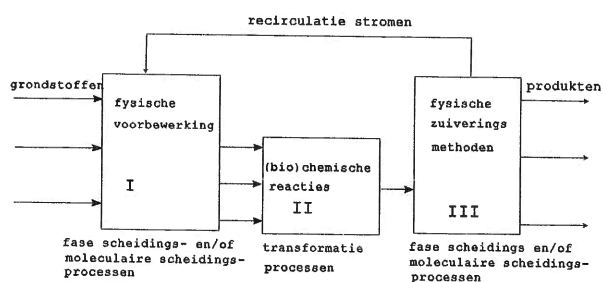


Fig. 2. Globale organisatie van (bio)chemische processen.

6.3. Reactorkinetiek.

De reactiekinetiek is een deelgebied van de fysische chemie dat gegevens verschaft over de snelheid waarmee een chemische reactie verloopt; het houdt zich bezig met de wetmatigheden van het verloop van de chemische reacties, met de tijd en de invloed hierop van druk temperatuur, katalysator, concentratie van de reagentia, milieu omstandigheden enz. We kunnen hierbij onderscheid maken tussen homogene en heterogene reacties, die snel, langzaam en zeer langzaam kunnen verlopen.

Bij homogene reacties vindt de omzetting plaats in één fase, bijv. reacties in oplossing, waar ook diffusie van reactanten en van reactieprodukten plaatsvindt.

Bij heterogene reacties vindt de reactie plaats op het fasegrens-vlak d.w.z. dat de reactieprodukten bij de aanvang van de reactie niet volledig in één fase aanwezig zijn. Hierbij kan men denken aan een reactant in de vaste fase, de andere in de vloeistoffase; bijv. de behandeling van metaal-oppervlakken met zuren (ontroesten, etsen etc.).

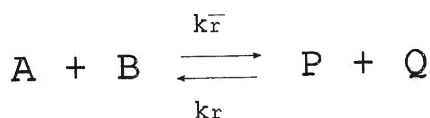
Ook kan men denken aan reactanten in de homogene gasfase of vloeistoffase bij aanwezigheid van een vaste katalysator.

Bijv. de oxidatie van NH_3 bij de NHO_3 bereiding resp. de bereiding van benzeen met ethylchloride gekataliseerd door AlCl_3 .

Samengevat:

	niet-katalytisch	katalytisch
homogeen	meeste gas-fase reacties	meeste vloeistof-fase reacties
homogeen heterogeen	snelle reacties zoals verbranden (vuur)	reacties in colloïdale systemen enzym en microbiologische reacties
heterogeen	verbranden van kool aantasting van vaste stoffen door zuur reductie van ijzererts tot ijzeren staal	ammonia synthese kraken van olie oxidatie van SO_2 tot SO_3

De chemische reacties, die wij zullen bekijken zijn de homogene evenwichtsreacties van het type:



De componenten A en B reageren en vormen produkten P en Q. De reactie kan ook andersom verlopen. De reactie is omkeerbaar.

De kinetiek van de reactie, dat is de snelheid waarmee bijv. component A reageert is niet eenvoudig uit de vergelijking af te lezen.

De kinetiek van de reactie, dat is de snelheid waarmee de reactie verloopt is afhankelijk van een aantal parameters en is niet uit de reactievergelijking af te lezen.

De reactiesnelheid, r_A , van een component, wordt gedefinieerd als de per volumeeenheid en tijdseenheid gevormde hoeveelheid van die component. De reactiesnelheid wordt meestal bepaald door of meerdere snelheidsbepalende elementaire reactiestappen, die tezamen de bovenstaande brutoreactie-vergelijking opleveren.

Indien de reactiecondities uniform zijn, d.w.z. dat concentraties, temperatuur en druk overal in de reactor gelijk zijn, hetgeen een goede menging veronderstelt, mag, indien ook het volume tijdens de reactie constant blijft, voor homogene reacties worden geschreven:

$$r_A = \frac{1}{V} \frac{dN_A}{dt} \quad (\text{kmol/m}^3\text{s}) \quad \text{of}$$

$$r_A = \frac{dC_A}{dt} \quad \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3\text{s}} \right)$$

De reactiesnelheid, r_A , kan worden bepaald door òf de snelheid van de afname van de reactanten te meten, òf de snelheid van de vorming van de produkten. De afgeleiden van de concentratie naar de tijd worden voor de stoffen in bovenstaande vergelijking gegeven door resp.:

$$\frac{dC_A}{dt}, \frac{dC_B}{dt}, \frac{dC_P}{dt}, \frac{dC_Q}{dt} \quad \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3\text{s}} \right)$$

Het verdwijnen van een reactant wordt opgevat als een negatieve vorming. Het zal duidelijk zijn dat r_A in de hierna volgende vergelijking negatief is, omdat A wordt omgezet in een andere verbinding. De accumulatie dC_A/dt moet dus ook negatief zijn. Dit klopt want het aantal kilomolen A vermindert met toenemende tijd.

Bij een bepaalde temperatuur en druk is de reactiesnelheid, r , een functie van de concentraties van de reagerende stoffen. In vele gevallen blijkt de reactiesnelheid te schrijven te zijn als een produkt van de concentratie van de reactanten, elk verheven tot een bepaalde macht. Voor bovengenoemde reactie kan deze snelheidsverdeling bijv. luiden:

$$r_A = k_r C_A^\alpha C_B^\beta + k_r^- C_P^\pi C_R^\rho \quad (\text{kg m}^{-3}\text{s}^{-1}) \quad (1)$$

A wordt omgezet in een andere verbinding.

r_A = vormingssnelheid van component A ($\text{kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$ of $\text{kmol m}^{-3} \text{s}^{-1}$).
De evenredigheidsconstante k_r wordt vaak aangeduid als reactiesnelheidsconstante of snelheidsconstante.

Is de reactie voortgeschreden tot thermodynamisch evenwicht dan is $r_A = 0$, zodat voor de evenwichtsconstante geldt:

$$K = \frac{k_r}{k_r^-} = \frac{C_P^\pi C_R^\rho}{C_A^\alpha C_B^\beta} \quad (2)$$

De exponenten in de vergelijking 1 en 2 bepalen de reactieorde. Deze is het maximum van $(\pi + \rho)$ en $(\alpha + \beta)$. Men zegt dat de reactie van de "orde α in A" is etc.

De exponenten van de concentraties in de snelheidsvergelijking behoeven niet noodzakelijkerwijs gelijk te zijn aan de stochiometrische coëfficiënten in de reactievergelijking. De orde moet experimenteel worden bepaald en kan niet uit de reactievergelijking worden voorspeld. Experimenteel vindt men nooit direct de snelheidsvergelijking. Men meet de concentratie of een grootheid die gecorreleerd is met de concentratie, als functie van de tijd. Hieruit kan men de snelheidsvergelijking afleiden. De reacties worden ingedeeld naar de aard van de bijbehorende snelheidsvergelijking, en wel naar de orde.

We beperken ons tot homogene reacties omdat heterogene bij de toepassing in de levensmiddelenindustrie en de biotechnologie weinig voorkomen. Bij de homogene reacties beperken we ons verder tot de volgende twee:

1^e: De nulde orde reactiekinetiekvergelijking:

$$r_A = -k_r \quad \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{s}} \right) \quad \rightarrow \quad \frac{C_A(t)}{C_A(0)} = 1 - \frac{k_r t}{C_A(0)}$$

Voor een reactie van de nulde orde geldt dat de snelheid onafhankelijk is van de concentratie van de reactanten. Dit type speelt zich meestal af aan het oppervlak van bijv. een katalysator, zie fig. 3.

2^e: De eerste orde reactievergelijking in A:

$$r_A = -k_r C_A \quad \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{s}} \right) \quad \rightarrow \quad \frac{C_A(t)}{C_A(0)} = e^{-k_r t}$$

Zie fig. 3.

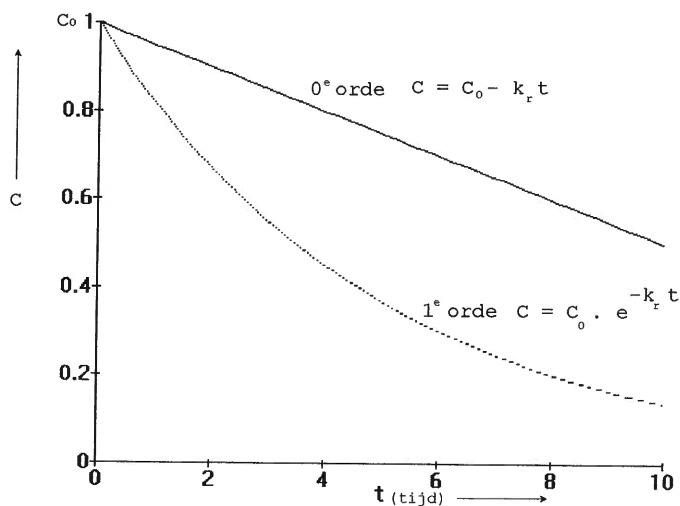


Fig. 3.

Verder kunnen onderscheiden we reacties van de tweede en derde orde etc.

De invloed van de temperatuur op de reactiesnelheid.

De invloed van de temperatuur op de reactiesnelheid is voor een aantal reacties onderzocht door Arrhenius. De meetresultaten die hij verkreeg bleken in het algemeen goed te kunnen worden weergegeven door de empirisch vergelijking:

$$r_T = r_{T_0} \exp. \left(b \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right) \quad (4)$$

In vergelijking 4 is b een constante.

Niet altijd geldt formule 4. Afwijkingen wijzen echter altijd op een complex reactiemechanisme. In de figuren 4 t/m/ 7 zien we een viertal voorbeelden.

Bij enzymreacties zal bij lage temperatuur vergelijking 4 de temperatuurafhankelijkheid van de reactiesnelheid goed beschrijven.

Bij hogere temperatuur treedt echter enzymafbraak op, waardoor de reactiesnelheid afneemt zodat vergelijking 4 niet meer opgaat.

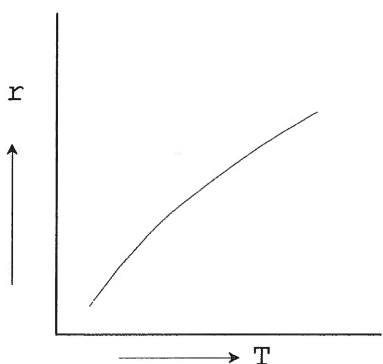


Fig. 4. Normaal verloop van de reactiesnelheid als functie van de temperatuur (Arrhenius verband).

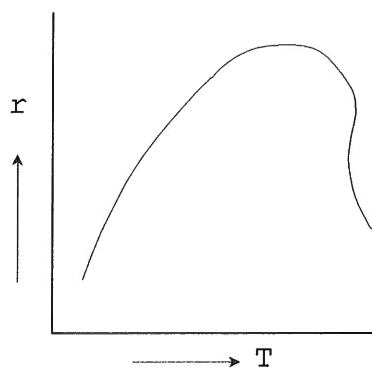


Fig. 5. Enzymreactie. De reactiesnelheid doorloopt een maximum.

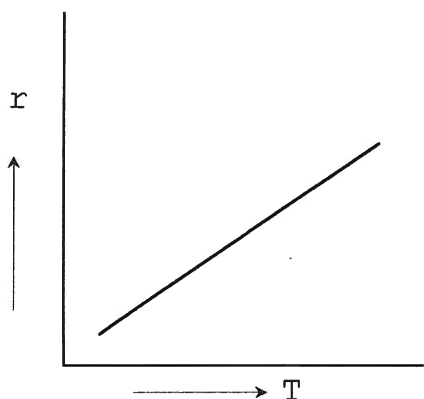


Fig. 6. De reactiesnelheid wordt bepaald door de diffusie tussen de fasen.

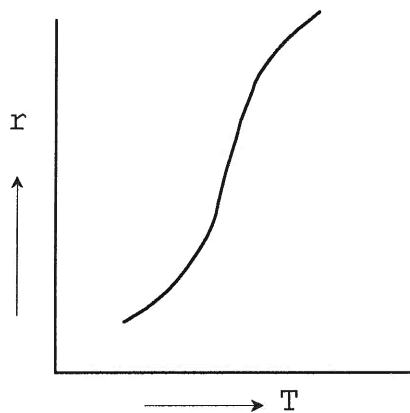


Fig. 7. Zeer snelle stijging van de reactiesnelheid met de temperatuur (denat. albumine)

Vergelijking 4 is door Arrhenius nader uitgewerkt hetgeen resulteerde in de algemeen bekend staande Arrhenius-vergelijking.

$$k_r = k_o \exp. \left(-\frac{\Delta E}{RT} \right) \quad (5)$$

k_r = reactiesnelheidsconstante

k_o = frequentiefactor; deze factor stelt het aantal botsingen voor tussen de moleculen, vandaar de naam

ΔE = activeringsenergie. Deze factor kan worden geïnterpreteerd als de hoogte van de energiedrempel tussen de reactanten in de uitgangstoestand en een geactiveerd complex dat tijdens de reactie wordt gevormd (fig. 8).

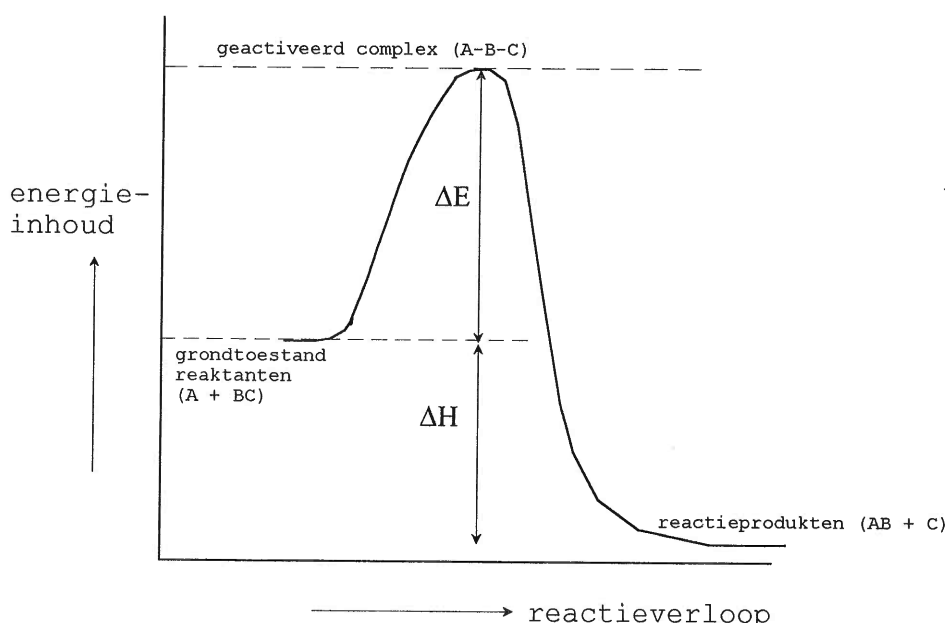


Fig. 8 Een schema van de energieinhoud van een reactiemengsel bij voortschrijding van de reactie.

De waarde van ΔE wordt bepaald door het reactiemechanisme.

We gaan uit van een reactie tussen een atoom A en een tweeatomig molecuul BC ($A + BC \rightarrow AB + C$). Komt A dichterbij BC dan zal er een interactie tussen de elektronen plaatsvinden en de potentiële energie toenemen. Deze toename zet zich zolang voort totdat het geactiveerd complex A-B-C zich heeft gevormd zodat AB + C of BC + A wordt verkregen. We krijgen: $A + BC \rightarrow A-B-C \rightarrow AB + C$. Wanneer atoom C zich afscheidt en molecuul AB zich vormt zal de

potentiële energie weer afnemen. De geactiveerde toestand is de positie met de maximale potentiële energie, zie figuur 8. Is ΔH negatief, zoals in figuur 8, dan is de reactie exotherm.

In tabel 1 staan een aantal waarden van ΔE voor verschillende omzettingen weergegeven. We zien o.a. dat vernietiging van sporen van micro-organismen sterker versneld door temperatuurverhoging dan de meeste ander omzettingen. Om deze reden zal men sterilisatieprocessen bij voorkeur bij hoge temperaturen uitvoeren.

Tabel 1. Globale waarden voor een aantal chemische reacties en diffusie.

	ΔE (kJ/mol)
Diffusieprocessen	10 - 40
Enzymreacties	40 - 65
Hydrolyse	65
Maillard-reacties	105-130
Eiwitdenaturatie	250-800
Sporenvernietiging	250-800
Insuline	150 (80°C)
Hemoglobine	320 (60°C)
Invertase	460 (50°C)
Ei-albumine	550 (65°C)
Trypsine	170 (50°C)
Escherichia coli	535

Tabel 2. Invloed van katalysatoren op de grootte van activeringsenergieën voor enkel (bio)chemische reactiesystemen.

reactie	katalysator	ΔE (kJ/mol)
$H_2O_2 \rightarrow H_2O + \frac{1}{2}O_2$	-	75
	kolloïdaal Pt	50
	katalase	20
(saccharose) + (water) $\rightarrow$	H^+	110
(glucose) + (fructose)	fructosidase	50
	invertase	45
(caseïne) + $H_2O \rightarrow$		90
(aminozuren)		50

De aanwezigheid van een katalysator kan de activeringsenergie sterk doen dalen (tabel 2).

$\exp(\Delta E/(R.T))$ stelt de fractie van de moleculen voor die voldoende energie bezit om te reageren.

$$0 < e^{\frac{-\Delta E}{R.T}} < 1$$

Wanneer we $\ln k_r$ uitzetten tegen $1/T$, krijgt men een rechte lijn met helling $-\Delta E/R$, fig. 9. Uit meting van k_r bij twee verschillende temperaturen kan men ΔE vinden.

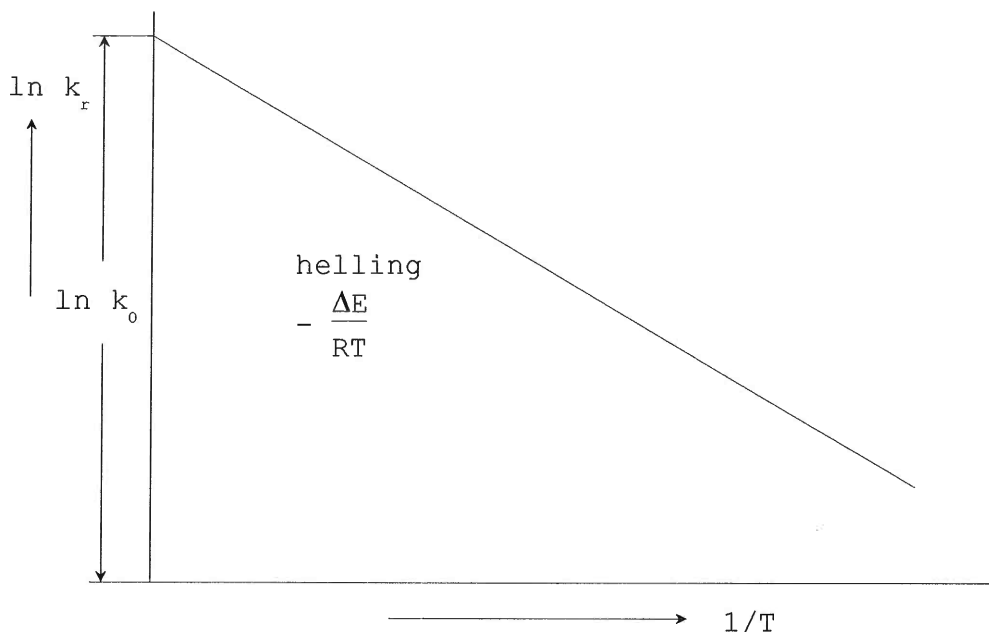


Fig. 9 De logaritme van de reactiesnelheidsconstante tegen de reciproke waarde van de temperatuur.

6.4. De omzetting in een ladingsgewijs ideaal bedreven roer-(batch)reactor (1^e orde reactie).

Een roerreactor, fig. 10a, noemt men ideaal als de menging zo sterk is, dat de inhoud van de reactor als homogeen kan worden beschouwd. Dit betekent dat alle reactanten die op $t = 0$ aan de reactor toegevoegd worden direct volledig vermengd worden. Concentratieverschillen over de reactor bestaan niet.

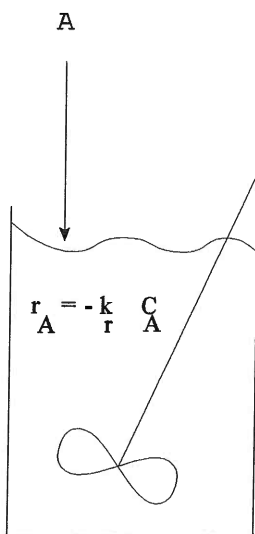


Fig. 10 a. Batch reactor.

De omzetting, $A \rightarrow P$, kan uit een balans over de hele reactor, berekend worden.

De algemene balansvergelijking luidt:

$$Q_v C_{A_{in}} - Q_v C_{A_{uit}} + r_A V = \frac{dV C_{A_{reactor}}}{dt}$$

In het geval van een batch reactor, waarvoor $Q_v = 0$ en $V = \text{constant}$ wordt:

$$r_A = \frac{dC_A(t)}{dt} \quad (\text{kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad \text{of}$$

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{dC_A(t)}{dt} \quad (\text{kg m}^{-3} \text{ s}^{-1})$$

Integratie van de vergelijking geeft:

$$C_{A_t} = C_{A_o} \cdot e^{-k_r t} \quad \text{of} \quad \ln\left(\frac{C_{A_t}}{C_{A_o}}\right) = -k_r t \quad (6)$$

In fracties uitgedrukt geeft:

$$X_A = \frac{C_{A_o} - C_{A_t}}{C_{A_o}} = 1 - \frac{C}{C_o} = 1 - e^{-k_r t} \quad (7)$$

X_A = omzettingsgraad of conversiegraad. Voor een ladingsgewijze reactie verstaan we hieronder de fractie in (kmol/kmol) of (kg/kg) van de begincharge aan reactant A die is omgezet in reactieprodukten.

Vergelijking 6 en 7 vinden we terug in figuur 10 b.

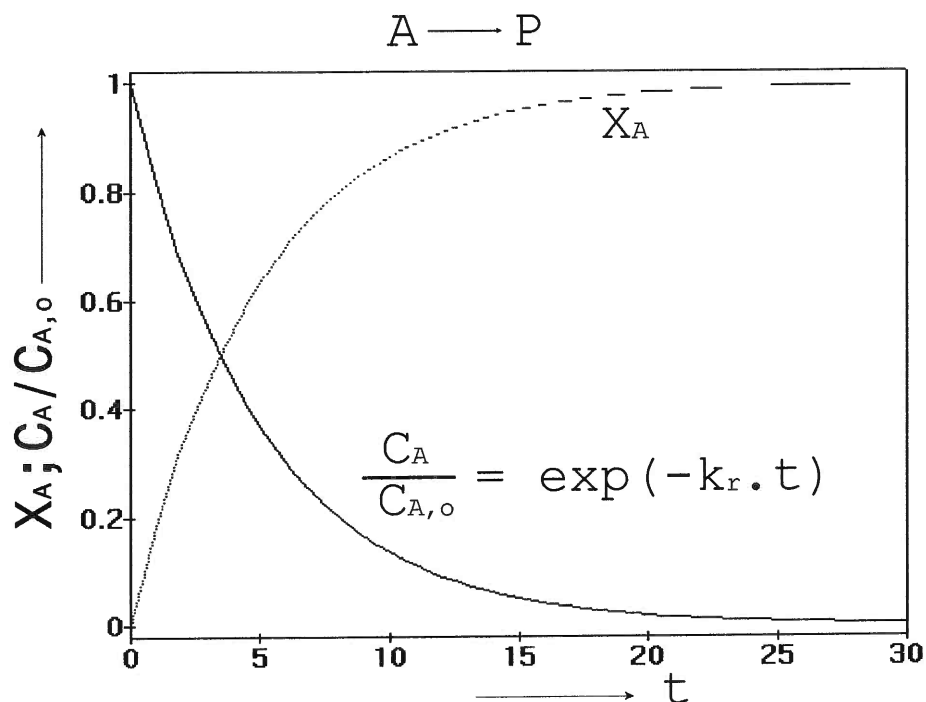


Fig. 10b. Concentratie als functie van de tijd.

Uit vergelijking 6 volgt direct dat halvering van de concentratie van A optreedt in een tijd:

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{k_r} = \text{constant}$$

$t_{\frac{1}{2}}$ = halfwaardetijd (de tijd waarin de concentratie tot de helft is gedaald).

Deze waarde is evenals k_r een maat voor de snelheid van de reactie.

6.5. De continu bedreven reactoren (verblijftijdspreiding).

Het resultaat van alle continue processen wordt beïnvloed door de aard van de verblijftijdspreiding in de gebruikte apparaten.

Bijvoorbeeld:

1. Een continu doorstroomde bezinktank, waarin in water gesuspenderde deeltjes bezinken, zal het best functioneren wanneer al het water even lang in de bak verblijft en de verblijftijd lang genoeg is om alle deeltjes te laten bezinken. De bezinktank zal minder goed functioneren wanneer een gedeelte van het inkomende water rechtstreeks naar de uitgang kan gaan (kortsluiting). Dit gedeelte verblijft immers t.o.v. het overige water zeer kort in de bezinktank, zodat de gesuspenderde deeltjes hierin onvoldoende tijd krijgen om te bezinken.

2. Bij het verwarmen van een vloeistof, waarbij het alleen om de verwarming gaat, maakt het niet uit of de verwarming ladingsgewijs in een tank of continu in een zgn. warmtewisselaar wordt uitgevoerd. Wanneer de vloeistof bacteriën bevat, die door een warmtebehandeling moeten worden gedood, of gevoelig materiaal (bijv. polymeer of sinaasappelsap), is er wel verschil.

Om de bacteriën te doden wordt er vaak gestreefd elke bacterie evenlang aan een bepaalde temperatuur bloot te stellen.

Wanneer de verhitting continu gebeurt, door de vloeistof door een warmtewisselaar of een verwarmde tank te laten stromen worden de vloeistofelementjes niet alle even lang verhit.

Elk vloeistofelement of vast deeltje heeft een bepaalde tijd nodig om door het apparaat te stromen. Een spreiding in verblijfsduur bij een vloeistof met bacteriën heeft tot gevolg dat sommige bacteriën langer dan nodig is worden blootgesteld aan een hoge temperatuur en andere bacteriën daarentegen tekort. Het resultaat kan zijn dat de vloeistof niet goed gepasteuriseerd of gesteriliseerd wordt. Indien de vloeistof hitte gevoelig materiaal bevat zal dit afbreken indien het te lang in het apparaat blijft. Dit materiaal zal, zelfs als het een zeer kleine hoeveelheid betreft, de kwaliteit van de gehele produktie aanmerkelijk verlagen.

Algemeen kan worden gesteld dat de kennis van de spreiding in verblijfsduur belangrijk is voor alle continu werkende apparaten als bijv. drogers, mengers, steriliseren, kristalliseren en chemische reactoren.

In hoeverre er spreiding optreedt zal afhangen van het apparaat. Hierbij kunnen twee grensgevallen worden onderscheiden:

- a. stroming door een ideale menger,
- b. propstroming.

Ideale menger.

Bij een ideale menger wordt ervan uitgegaan dat er zo goed gemengd wordt dat de binnenstromende deeltjes onmiddellijk en uniform worden verspreid zodat de samenstelling van de inhoud overal dezelfde is en gelijk aan die van de uitgaande stroom.

Propstroming.

Bij propstroming vindt geen enkele menging plaats. De vloeistof stroomt als het ware met een eenparige en uniforme snelheid als een prop door de reactor. De deeltjes hebben dezelfde verblijftijd (fig. 11 a).

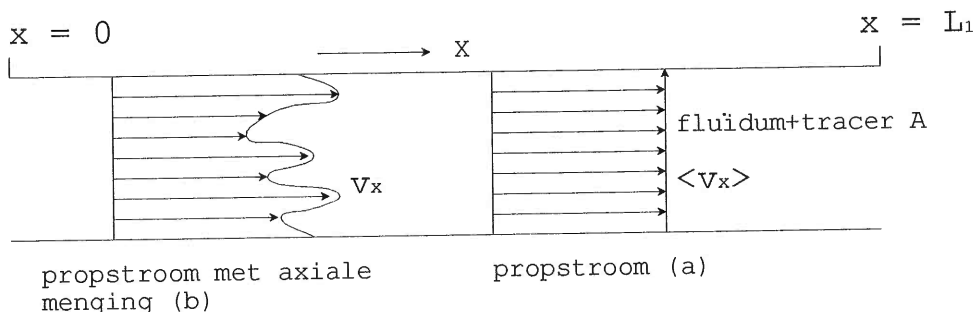


Fig. 11.

Zowel ideale menging als zuivere propstroom zijn in de praktijk niet te realiseren. Het menggedrag is altijd een tussenvorm tussen deze twee uitersten (bijv. propstroom met axiale menging, fig. 11 b).

De spreiding in verblijftijd in een bepaald apparaat kan op verschillende manieren worden beschreven. Als maat voor de tijd wordt gewoonlijk gebruikt de dimensieloze tijd, θ , die gedefinieerd is als:

$$\theta = \frac{t}{\tau}$$

t = tijd (s)

τ = gemiddelde verblijftijd; volume van het apparaat V (m^3) gedeelde door de volumestroom door het apparaat Q_v (m^3/s):

$$\tau = \frac{V}{Q_v} \quad (8)$$

Men kan de verblijftijdsspreiding karakteriseren met verschillende functies. Hiervan zullen achtereenvolgens de I-functie, E-functie en F-functie worden beschreven.

6.5.1. De I-functie.

Wanneer een apparaat continu wordt doorstroomd zal er op elk willekeurig ogenblik een leeftijdsverdeling van de fluïdum-elementjes, die zich in het apparaat bevinden, bestaan. De inwendige verblijftijdspreiding (Internalage distribution)- $I(\theta)$ -functie geeft de verblijfs-tijdverdeling aan van de fluïdum deeltjes die zich in het apparaat bevinden.

De functie $I(\theta)$ is als volgt gedefinieerd: $I(\theta)d\theta$ is de volumefractie van de apparaatinhoud met een de verblijftijd tussen θ en $\theta + d\theta$.

Dit is in figuur 12 geïllustreerd; het gearceerde oppervlak is de fractie van de apparaatinhoud gevuld welke jonger is dan θ_1 .

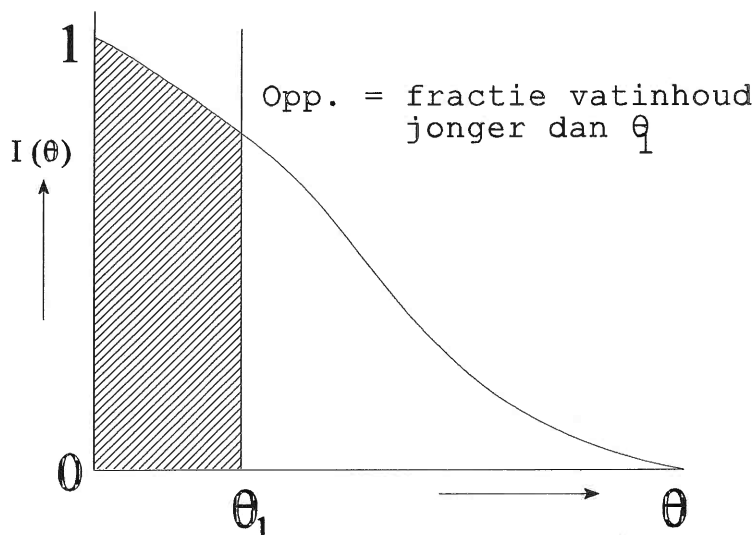


Fig. 12. Voorbeeld van een I-functie. De helling is nooit positief.

Omdat geen enkele van de fluïdumdeeltjes langer dan oneindig in het apparaat verblijft geldt:

$$\int_0^{\infty} I(\theta) d\theta = 1$$

Tussen $\Theta = 0$ en $\Theta = d\Theta$ komt een hoeveelheid fluïdum $Q_v \tau d\Theta$ het apparaat binnen, dat een volume fractie $Q_v \tau d\Theta \cdot V^{-1}$ vertegenwoordigt wat omgerekend juist gelijk is aan $d\Theta$ is. Bij $d\Theta \rightarrow 0$ zal nog geen enkel deel van deze fractie het apparaat verlaten hebben, zodat de fractie $I(\Theta) d\Theta = d\Theta$ waaruit volgt: $I(0) = 1$.

6.5.2. De E-functie. (Een stootsgewijze verstoring).

Bij de I-functie wordt, door op één tijdstip de leeftijden van de fluïdumelementjes in het apparaat te meten een leeftijdsverdeling in het apparaat verkregen.

We kunnen echter ook de leeftijdsverdeling aan de uitgang van het apparaat bepalen door de leeftijden van fluïdumelementjes op één tijdstip aan de uitgang te gaan meten. We krijgen dan een functie $E(\Theta)$ (Exit age distribution) die zo is gedefinieerd dat $E(\Theta)d\Theta$ de volume fractie van het op $\Theta = 0$ binnengekomen fluïdum in de uitgaande stroom is die een verblijftijd tussen Θ en $\Theta + d\Theta$ heeft mogen meemaken in het apparaat (leeftijdverdeling) of $E(\Theta)d\Theta$ is de volume fractie van de uitgaande stroom welke een tijd tussen Θ en $\Theta + d\Theta$ in het apparaat heeft verbleven.

Fig. 13 geeft een voorbeeld van een E-functie.

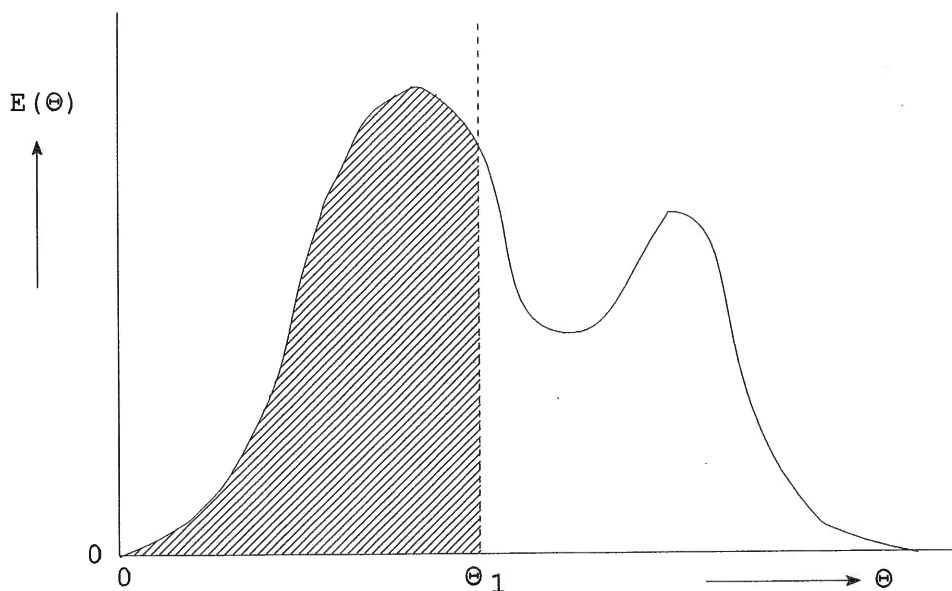


Fig. 13 Voorbeeld van een E-functie.

Eigenschappen:

In figuur 13 stelt het gearceerde gedeelte de integraal

$\int_0^{\theta_1} E(\theta) d\theta$ voor, dit is de volumefractie van de uitgaande stroom die een verblijftijd korter dan θ_1 heeft meegemaakt.

Nemen we θ_1 voldoende groot dan zal al het geïnjecteerde materiaal het apparaat verlaten hebben, de som van de fracties is 1, zodat:

$$1 = \int_0^{\infty} E(t) dt = \int_0^{\infty} E(\theta) d\theta$$

Tevens geldt:

$$d\theta = \frac{1}{\tau} dt$$

zodat:

$$E(\theta) = \tau E(t)$$

De gemiddelde verblijftijd kan nu uitgedrukt worden in $E(t)$ volgens:

$$\tau = \int_0^{\infty} t \cdot E(t) dt \quad (s)$$

Experimentele bepaling.

Uit de definitie volgt dat men een E-diagram kan bepalen door op tijdstip $\theta = 0$ een snelle puls van een merkmateriaal (tracer, bijv. een kleurstof of een geconcentreerde zoutoplossing) te injecteren ("δ injectie") en vervolgens aan de uitgang van het apparaat de concentratie aan tracer met de tijd te volgen.

De metingen verlopen in het algemeen als volgt:

In de voedingsstroom, Q_v (m^3/s), wordt een hoeveelheid tracer m (kg), in zeer korte tijd toegevoegd, fig. 14. Aan de uitgang van het apparaat staat een detector opgesteld waarmee we de concentratie aan tracer in de uitgaande stroom kunnen meten. Uit de meetresultaten kunnen we een grafiek maken waar de uitgangskoncentratie van de tracer A , $C_{A,uit}$, tegen de tijd staat aangegeven.

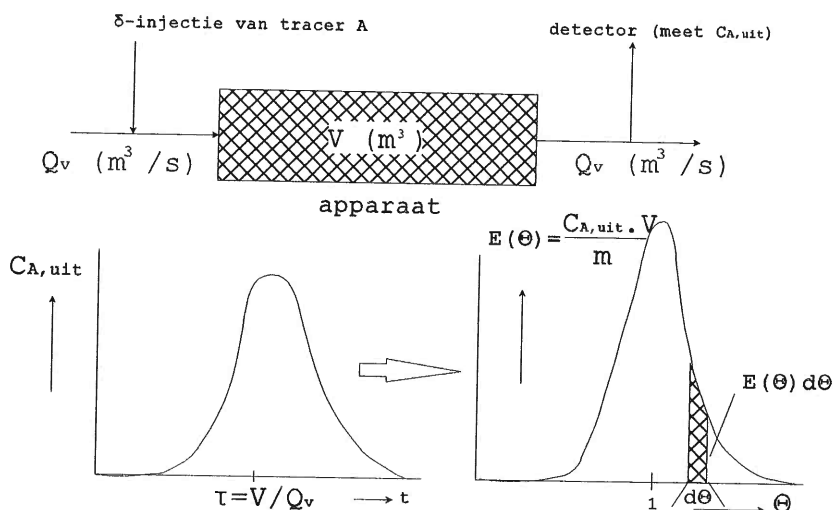


Fig. 14. Experimentele bepaling van het E-diagram.

De volumefractie van de uitgaande stroom met een verblijftijd tussen t en $t + dt$, waarbij op tijdstip $t = 0$ een puls merkstof met massa m (kg) is gedoseerd, is volgens de definitie:

$$E(\theta) \cdot d\theta = \frac{\text{(hoeveelh. merkst aan uitgang met leeftijd tussen } t \text{ en } t + dt)}{\text{(totale hoeveelheid gedoseerde merkstof op } t = 0)}$$

$$E(\theta) d\theta = \frac{C_{A,uit} \cdot Q_v \cdot d\theta}{m} \quad \text{waarmee}$$

$$E(\theta) = \frac{Q_v}{m} \cdot C_{A,uit} \quad (s^{-1}) \quad (9)$$

Met behulp van vergelijking 8 kan het $C_{A,uit} - t$ diagram omgezet worden in het E-diagram.

Een E-functie kan vele vormen hebben. Vaak zien we een E-functie met meer dan één maximum. Een E-functie met twee maxima, zoals getekend in fig. 13, treedt op wanneer het fluïdum langs twee geheel verschillende wegen door het apparaat gaat stromen. Bijvoorbeeld in een gepakt bed van grote deeltjes is de porositeit van het bed in het gebied bij de wand van het apparaat veel groter dan in het midden van het bed. Het fluïdum dichtbij de wand zal veel sneller stromen dan het fluïdum in het midden van het bed.

6.5.3. De F-functie. (Een sprongsgewijze verstoring).

Was E de functie die weergaf welke fractie juist een tijd t in het apparaat was geweest, de F-functie geeft de totale fractie weer die een tijd kleiner dan t in het apparaat is geweest.

De cumulatieve externe verblijftijdspreiding ($F(t)$ resp. $F(\Theta)$) is gedefinieerd als de volumefractie van de uitgaande stroom welke een tijd korter dan t (resp. Θ) in het apparaat verbleef.

Eigenschappen.

Uit de definitie van F volgt:

$F(0) = 0$ daar geen enkele fractie korter dan een tijd 0 in het apparaat.

$F(\infty) = 1$ daar na oneindig lange tijd alle stof het apparaat heeft verlaten.

Het verschil in $F(\Theta)$ tussen Θ en $\Theta + d\Theta$ is juist dat gedeelte wat een verblijftijd heeft tussen Θ en $\Theta + d\Theta$. Volgens de definitie is dit weer gelijk aan $E(\Theta)$ zodat:

Als men vanaf $\Theta = 0$ plotseling continu tracer injecteert aan de ingang van een apparaat en de uitgangconcentratie met de tijd volgt verkrijgt men het zgn. F-diagram.

De F-functie vinden we door de dimensieloos gemaakte concentratie C_u/C_o uit te zetten tegen de dimensieloos gemaakte tijd $\Theta = t/\tau$, zie figuur 15.

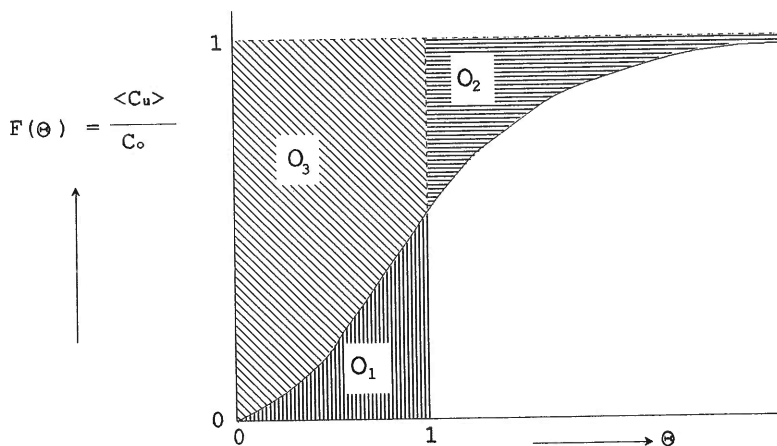


Fig. 15. Voorbeeld van een F-functie en de grafische controle ervan.

De belangrijkste eigenschappen van de F-functie zijn als volgt samen te vatten:

- a: $F = 0$ voor $\Theta = 0$ (d.w.z. geen stof blijft korter dan de tijd nul in het apparaat)
 b. $F = 1$ voor $\Theta = \infty$ (d.w.z. geen stof blijft langer dan oneindig in het apparaat).

c. $\lim_{\Theta \rightarrow \infty} (1-F) \cdot \Theta = 0$

d. $\int_0^{\infty} (1-F) d\Theta = 1$

e. $V = Q_v \int_0^{\infty} (1-C_u/C_o) dt$

$(1-C_u/C_o)$ is de volumefractie ongemerkte stof in de uitgaande stroom.

In figuur 15 geldt dat de oppervlakken O_1 en O_2 aan elkaar gelijk zijn daar:

$$O_2 + O_3 = \int_0^{\infty} (1-F) d\Theta = 1; \quad O_1 + O_2 = 1 \times 1 = 1 \quad \text{zodat} \quad O_1 = O_2$$

Hiermee hebben we een controle op de betrouwbaarheid van de meting.

Experimentele bepaling.

$F(\Theta)$ is via integratie uit $E(\Theta)$ te bepalen. De voorkeur verdient een rechtstreekse bepaling. Op $t \geq 0$ wordt de ingaande stroom voorzien van een concentratie merkstof C_{in} (zie fig. 15). Dit heet een sprongsgewijs of stapvormig ingangssignaal. Het apparaat (volume V) wordt met een ongemerkt fluidum gevuld. Vanaf $t = 0$ wordt de ongemerkt vulling van het apparaat met een constante stroom, Q_v , merkstof, concentratie C_{in} , verdrongen. Tot aan de doorbraaktijd zal nog geen merkstof aan de uitgang verschijnen. Daarna zal steeds gemerkte vloeistof passeren. De merkstof welke op een tijd t in de uitgang aanwezig is, heeft een verblijftijd $\leq t$ gehad, immers voor $t = 0$ is geen merkstof gedoseerd. Evenzo heeft de niet gemerkte fractie een verblijftijd $\geq t$ gehad. Vergelijken met de definitie van F levert:

$$F(t) = \frac{C_{uit}(t)}{C_{in}}$$

$$F(\Theta) = \frac{C_{uit}(\Theta)}{C_{in}}$$

C_{in} = concentratie ingaande stroom voor $t \geq 0$ en C_{in} voor $t < 0$.

Voorwaarden voor bepalen van E- en F-functie.

Om er zeker van te zijn dat bepaalde afmetingen door het apparaat worden veroorzaakt zullen de metingen zonder fouten moeten worden uitgevoerd. Uit de praktijk is gebleken dat er vele meetfouten kunnen worden gemaakt. De foutenbronnen kunnen in drie categorieën worden ingedeeld.

- Het systeem en de keuze van de merkstof.
- Het ingangssignaal.
- De meting van het uitgangssignaal.

In het kort zal worden weergegeven aan welke voorwaarden zal moeten worden voldaan om een zo nauwkeurig mogelijke bepaling van de verblijfsduurspreiding in een stromend medium te verkrijgen. De voorwaarden zijn:

- Tijdens de meting mogen de volumestroom en de inhoud van het systeem niet veranderen.
- Er moet een merkstof worden gekozen die overeenkomstige stroom-eigenschappen heeft als het fluidum waaraan de merkstof wordt toegevoegd.
- Bij het aanbrengen van de verstoring zal de merkstof gelijkmatig over het stromingsprofiel, aan de inlaat van het systeem, moeten worden verdeeld.
- De uitlaat- evt. inlaatconcentratie moet zodanig worden gemeten dat geen fouten kunnen optreden in bemonstering of meetsignaal. De functie F (en ook C_u) zijn stroomgemiddelde grootheden, d.w.z. bij meting vangt men een weinig van het debiet op, mengt het opgevangen volume en bepaalt C_u . Indien er in de dwarsdoorsnede van de apparaatuitgang concentratie- en snelheidsverschillen voorkomen (zoals bijv. het geval is bij F-metingen aan laminaire stromen), is het niet juist de gemiddelde concentratie te meten in het vlak van de uitgang (bijv. door licht door te sturen en de absorptie hiervan te meten).
- Indien een detector wordt gebruikt moet deze zodanig worden gecorrigeerd dat deze geen invloed op de spreiding kan uit oefenen.

Het verband tussen de I-, E- en F-functie.

De drie behandelde functies geven elk informatie over de verblijftijdspreiding. Zij moeten daarom met elkaar in verband te brengen zijn. Om het verband te vinden tussen de I- F-functie stellen we een volumebalans op van een sprongsgewijze verandering van de concentratie aan de ingang op $t = 0$. De volumebalans op het tijdstip t voor de gemerkte stof bij een sprongsgewijze verstoring luidt:

$$\begin{aligned} \text{volumestroom} & & \text{volumestroom het} & & \text{volume fractie} \\ \text{gemerkte stof} & = & \text{apparaat uit} & * & \text{gemerkte stof in} & + \\ \text{het apparaat in} & & & & \text{de uitgaande stroom} & \\ & & & & & \\ & & + d/dt(\text{apparaatvolume}) * & & \text{volume fractie} \\ & & & & \text{gemerkte stof} \\ & & & & \text{in het apparaat} \end{aligned}$$

of in symbolen:

$$Q_v = Q_v \cdot F(\theta) + \frac{d}{dt} \left(V \cdot \int_0^\theta I(\theta) d\theta \right)$$

of

$$Q_v = Q_v \cdot F(\theta) + \frac{V}{\tau} I(\theta) \quad \text{of} \quad (10)$$

$$Q_v = Q_v \cdot F(\theta) + Q_v \cdot I(\theta)$$

Delen door Q_v geeft:

$$1 = F(\theta) + I(\theta) \quad \text{of}$$

$$F(\theta) = 1 - I(\theta)$$

Uit vergelijking 10 volgt dat materiaal dat niet uit het apparaat is gestroomd er nog in moet zitten.

Tevens geldt op tijdstip θ dat:

(volumefractie gemerkte stof in de uitgaande stroom) =
(volumefractie gemerkte stof van de uitgaande stroom jonger dan θ)

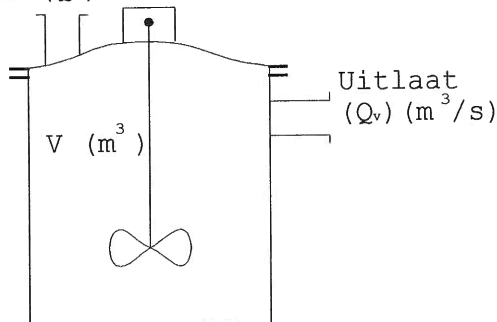
zodat:

$$F(\theta) = \int_0^\theta E(\theta) d\theta \quad (11)$$

6.5.4. Het modelleren van de verblijftijdspreidingen voor een perfecte menger, propstroom en laminare buisstroming.

Perfekte menger.

Inlaat (Q_v)



In fig. 16 vinden we een schematische weergave van de perfecte menger of ideaal geroerde doorstroomde tank of Continuous Flow Stirred Tank Reactor (CFSTR of CSTR).

Fig. 16. Perfekte menger.

De karakteristieke eigenschappen van een CSTR zijn:

- a: De toe- en afvoerstromen hebben hetzelfde debiet wat constant is in de tijd, zodat ook het volume constant is.
- b: De menging is ideaal d.w.z. er treden geen concentratie verschillen op in de tank.

De CSTR is een modelbeschrijving. In de praktijk is de menging nooit oneindig goed, maar deze situatie wordt benaderd wanneer de mengtijd veel kleiner is dan τ en wanneer de karakteristieke tijd voor een proces veel groter is dan de mengtijd.

Stel dat een perfecte menger, fig. 16, een tankvolume heeft van $V \text{ m}^3$.

Door de tank laat men een zuivere vloeistof stromen met een volumestroom van $Q_v \text{ (m}^3/\text{s)}$. Verondersteld wordt dat op tijdstip $t = 0$, wanneer de tank is gevuld en de volumestroom stationair is, een hoeveelheid van $C \text{ kg}$ merkstof aan de tank wordt toegevoegd (stootsgewijze verstoring). Er wordt aangenomen dat de vloeistof volledig mengbaar is met de vloeistof in de tank en van zodanige concentratie is dat er geen toename aan volume te verwaarlozen is. De vraag is nu: Wat is de concentratie aan tracer aan de uitlaat als functie van de tijd, $C_{uit}(t)$. Een balans voor de tank levert het volgende op.

$$\begin{array}{rclcl} \text{toevoer} & - & \text{afvoer} & - & \text{verandering conc. in de tijd} & - & \text{reactie} & = & 0 \\ Q_v \cdot C_{in} & - & Q_v \cdot C_{uit} & - & V \cdot dC_{\text{reactor}}/dt & - & r & = & 0 \end{array}$$

We beschouwen hier een situatie waarin geen reactie optreedt, $r = 0$. In een ideale menger treden geen concentratieverschillen op en daarom is de concentratie in de reactor gelijk aan de concentratie van de uitgaande stroom, welke juist de reactor heeft verlaten. De

balans kan nu geschreven worden als:

$$Q_v \cdot C_{in} - Q_v \cdot C_{uit} = V \cdot dC_{reactor}/dt$$

of

$$\frac{d(-C_{uit})}{C_{in} - C_{uit}} = -\frac{Q_v}{V} dt = -\frac{1}{\tau} \quad (12)$$

Op $t = 0$ is een puls toegevoegd aan de ingangstroom. Deze is op $t = 0$ in de reactor gekomen. Omdat we met een ideale menger te maken hebben, heeft de merkstof zich direct over de menger verspreid tot een concentratie C_0 die gelijk is aan $C_{uit}(0)$. De voorwaarden worden nu:

$$\begin{aligned} t = 0 \quad C_{uit} &= C_0 \\ t \geq 0 \quad C_{in} &= 0 \end{aligned}$$

De oplossing van vergelijking 12 wordt:

$$C_{uit} = C_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (kg \cdot m^{-3}) \quad (13)$$

Wanneer men C_{uit}/C_0 wordt uitgezet als functie van t/τ verkrijgt men het E-diagram, fig. 17.

Opmerkelijk is, dat de C-curve die de verblijftijdsverdeling van de deeltjes uit de puls weergeeft, verre van symmetrisch is en zijn maximum zelfs op $t = 0$ heeft. Dit laatste komt omdat de deeltjes zich direct na de pulsinjectie over de reactor verspreiden en daarom direct aan de uitgang verschijnen. Daarna treedt alleen maar een afname in concentratie op, omdat veel deeltjes verdwijnen, maar uiteraard geen nieuwe meer aangevoerd worden.

Voor een CSTR-reactor kan voor C_{uit}/C_0 ook worden geschreven $I(\theta)$. Daar $F(\theta) = 1 - I(\theta)$ kan voor vergelijking 13 ook worden geschreven:

$$F(\theta) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (14)$$

Wanneer men F uitzet als functie van t/τ verkrijgt men het F-diagram, zie figuur 17.

Uit figuur 17 volgt dat voor één menger na een tijd t , die gelijk is aan de gemiddelde verblijftijd, een groot gedeelte van de merkstof uit de tank is verdwenen. Voor $t = \tau$ wordt nl.:

$$F(\theta) = 1 - 1/e = 0,632$$

Wanneer een volume doorgestroomd is gelijk aan de inhoud van de perfecte menger zal van de op tijdstip $t = 0$ toegevoegde merkstof 63,2 % zijn verdwenen.

Indien de verstoring sprongsgewijs, $F(\Theta)$, is zal C zijn gestegen tot 63,2 % van de uiteindelijke waarde bij een doorstroming van een volume gelijk aan de inhoud van de perfecte menger.

Uit het voorgaande volgt dat de spreiding in verblijfsduur in een menger groot is. De verblijftijd van de deeltjes varieert nl. van 0 tot ∞ .

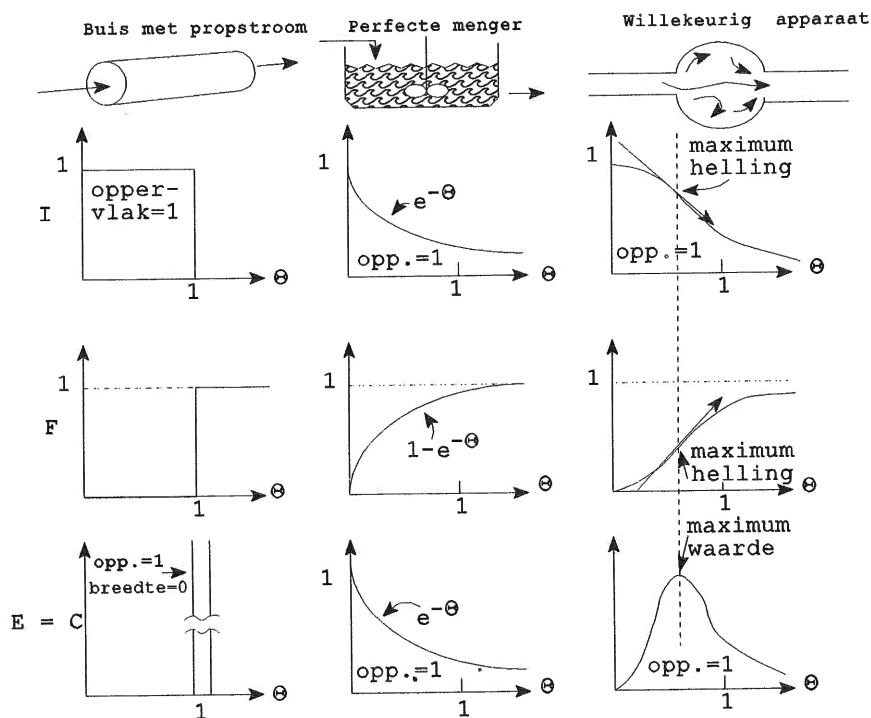


Fig. 17. I-, E en F-diagrammen voor propstroom, perfecte menging en een willekeurig apparaat.

Buis met propstroom.

Karakteristiek voor de propstroomreactor (piston flow of plug flow) is, dat geen enkele menging optreedt in de reactor. Schematisch is dit weergegeven in figuur 11a, waarin de vloeistof zich als een soort zuiger in een cilinder door een buis voortbeweegt. Alle vloeistofelementen die op tijd $t = 0$ de reactor ingaan, verlaten op exact τ de reactor.

In de praktijk is de stroming door een pijp nooit een propstroom. De propstroom wordt benaderd wanneer er veel mengementen, bijvoorbeeld "static mixers", in een pijp met $L \gg D$ zijn aangebracht. In sommige apparaten, bijvoorbeeld een dubbelschroef-extruder, benadert de verblijftijdspreiding een propstroom. Later zullen we zien, dat een groot aantal mengers in serie ook een propstroomrespons vertonen.

De voorwaarden zijn:

$$\begin{aligned} F &= 0, & 0 \leq \theta < 1 \\ F &= 1, & \theta \geq 1 \end{aligned} \quad \text{figuur 17.}$$

$$\begin{aligned} E &= 0, & 0 < \theta < 1 \\ E &= \infty, & \theta = 1 \end{aligned} \quad \text{figuur 17.}$$

Laminaire buisstroming, newtonse stroming.

Voor laminaire buisstroming geldt dat de verblijftijdspreiding door verschil in stroomsnelheid langs verschillende stroomlijnen wordt veroorzaakt. Daarnaast speelt radiale diffusie eveneens een (vaak bescheiden) rol, die we zullen verwaarlozen.

Voor één stroomlijn op een radiale afstand r van het hart van de buis geldt: (zie hoofdstuk 2.9.2)

$$\frac{v}{\langle v \rangle} = 2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) = \frac{\tau}{t} = \frac{1}{\theta}$$

$\langle v \rangle$ = gemiddelde vloeistofsnelheid.

Uit de vergelijking valt af te leiden, dat de maximale snelheid $v_{\max}$, in het centrum van de pijp ($r=0$), gegeven is door:

$$v_{\max} = 2 \cdot \langle v \rangle \quad (\text{m.s}^{-1})$$

Daarmee is de doorbraaktijd gelijk aan $\frac{1}{2} \tau$.

De eerste gemerkte vloeistof bij een F-diagram meting zal aan de uitgang verschijnen op $t = \frac{1}{2} \tau$ zodat:

$$F = 0 \quad 0 \leq \theta \leq \frac{1}{2}$$

Op tijden $t > \frac{1}{2} \tau$ stroomt er gemerkt materiaal naar buiten in een kern met straal r , de hoeveelheid bedraagt:

$$2 \pi \int_0^r v \cdot r \, dr$$

Uit de definitie van F volgt:

$$F = \frac{2\pi \int_0^r v \cdot r \, dr}{\langle v \rangle \cdot \pi \cdot R^2} = 1 - \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4\theta^2}; \theta > \frac{1}{2} \quad (15)$$

We hebben hierbij stilzwijgend aangenomen dat het paraboloidesnelheidsprofiel over de gehele lengte van de buis is verwezenlijkt.

In figuur 18 is dit verband weergegeven.
Voor $t/\tau = 1$ wordt $f(\Theta) = 0,75$.

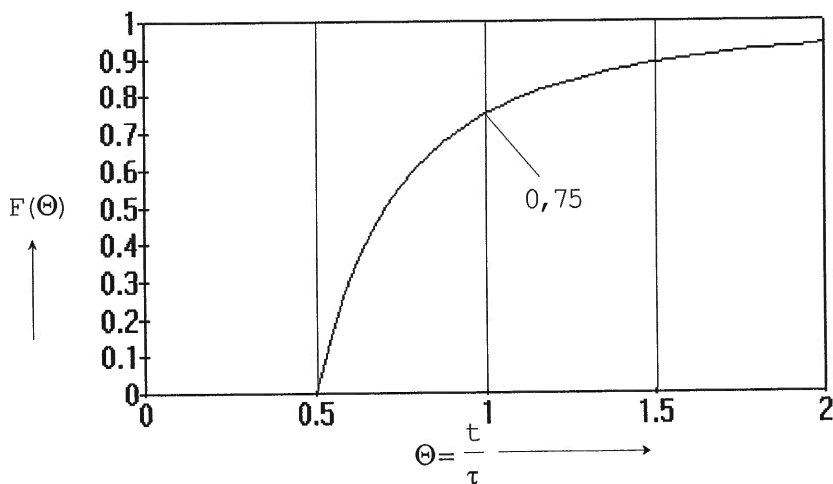


Fig. 18. F-diagram voor laminaire stroming in een buis.

Het modelleren van de verblijftijdspreiding van een apparaat.

Modelleren van een systeem heeft het voordeel, dat men vaak complexe stromingsverschijnselen in een actueel apparaat vereenvoudigt tot een hanteerbare modelvoorstelling. Daarmee kan men de invloed van de verblijftijdspreiding op transformatie-processen, maar ook op fysische processen zoals bezinken, koelen en stofoverdracht, met vaak aanvaardbare nauwkeurigheid afschatten.

Voor modelberekeningen kan men een apparaat vaak voorstellen als een serieschakeling van perfecte mengers (cascade) of als een propstroom met een zekere mate van menging in de stroomrichting (axiale menging).

Apparaat en model zouden in theorie dezelfde verblijftijd-spreiding moeten hebben. Dit is niet altijd haalbaar, omdat we het model redelijk eenvoudig willen houden. We stellen altijd dat τ voor model en apparaat gelijk moeten zijn. Door de tijd dimensieloos weer te geven (θ) is dit eenvoudig in te voeren.

Voor modelberekeningen kan men een apparaat vaak met vrucht-voorstellen als een serieschakeling van perfecte mengers (cascade) of als een propstroom met een zekere graad van menging in de stroomrichting (axiale menging). We zullen ons beperken tot het bespreken van het model van perfecte mengers.

Serie van perfecte mengers.

In fig. 19 is een schema weergegeven van een cascade van perfect gemengde vaten. Elk vat heeft een volume V .

We zullen nagaan hoe deze keten van N mengers (vaten) reageert op de stapfunctie in de concentratie die aan het eerste vat wordt toegevoerd (sprongsgewijze verstoring).

Voor de eerste menger is gevonden:

$$F(\theta)_{N=1} = 1 - e^{-\theta}$$

Dit signaal is ingang van de tweede menger, waar de uitgang 2 weer op reageert. Door de balansen van alle apparaten op te stellen, is $F(\theta)$ voor de serie te bepalen uit C_{uit} als respons op een stapvormig ingangssignaal. Uitgezonderd de stapfunctie voor de eerste menger zijn alle andere ingangskoncentraties een functie van de tijd zodat de afleiding niet eenvoudig is.

We volstaan met de uitkomst. Voor in serie geschakelde perfecte mengers kan het F -diagram door de volgende vergelijking worden weergegeven:

$$F(\theta) = 1 - e^{-N\theta} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{(N\theta)^k}{k!} \quad (16)$$

Daar $I(\theta) = 1 - F(\theta)$ kan gemakkelijk een vergelijking voor een I-diagram worden afgeleid.

$F(\theta)$ = fractie die na een tijd θ het systeem heeft verlaten,
 $I(\theta)$ = fractie nog aanwezig in de mengers na een tijd θ .

Door differentiëren van vergelijking 16 vindt men het E-diagram:

$$E(\theta) = \frac{\theta^{N-1} N^N}{(N-1)!} e^{-\theta \cdot N} \quad (17)$$

De vergelijkingen 16 en 17 zijn resp. in fig. 19 en 20 weergegeven.

Opmerkelijk is, dat voor toenemende N , de verdeling steeds meer op die van een propstroom gaat lijken. Men moet echter bedenken dat voor $N \rightarrow \infty$ de verblijftijd per reactortje oneindig klein wordt. Vergelijking 17 staat bekend als de Poisson-verdeling (men kan de vergelijkingen 16 en 17 nl. ook afleiden vanuit de kansberekening dat een vloeistofelementje een bepaalde verblijftijd heeft).

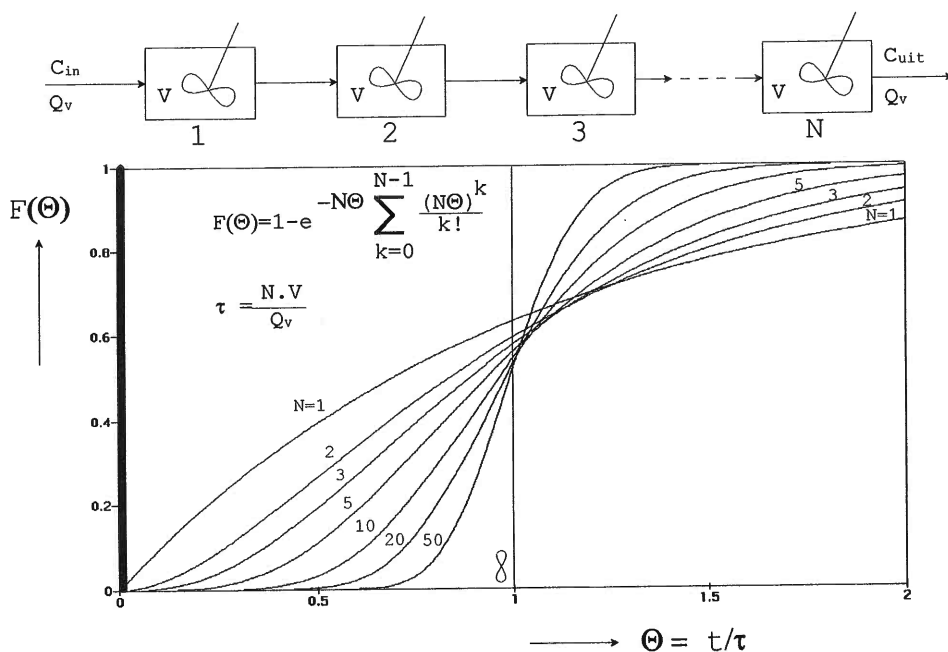


Fig. 19. $F(\theta)$ -diagram voor een serie van N mengers met een volume V per menger.

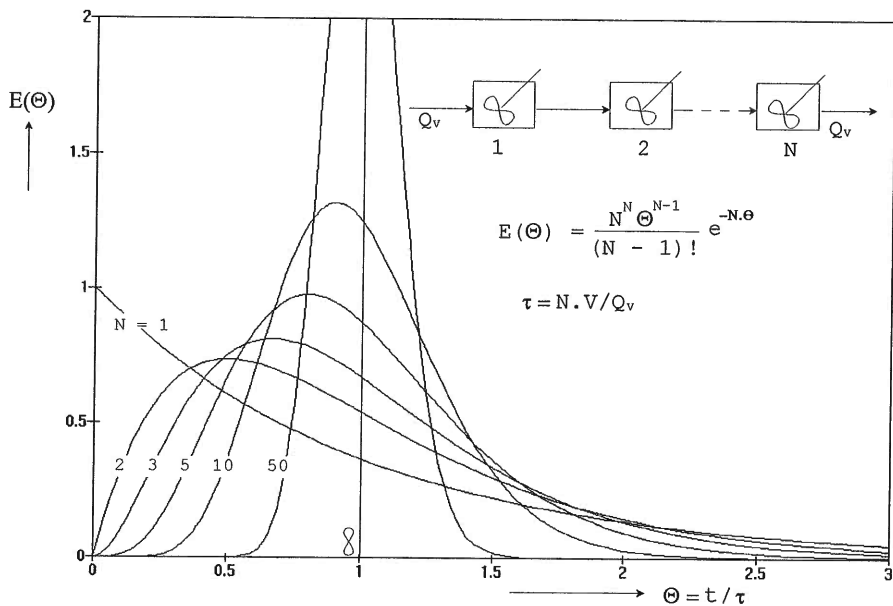


Fig. 20. $E(\Theta)$ -diagram voor een serie van N mengers met een volume V per menger.

6.5.5. De omzetting in continu bedreven reactoren.

Propstroomreactor (ideale buisreactor).

In een propstroomreactor, fig. 21, treedt een propstroom van het reagerende mengsel op. De samenstelling van het reagerende mengsel varieert van begin tot het eind van de reactor terwijl de samenstelling op een bepaalde plaats constant is in tijd en er geen axiale menging optreedt.

Alle volumelementen hebben dezelfde verblijftijd. Wanneer de reactie geen volumeverandering tot gevolg heeft, de diffusie in de x -richting verwaarloosbaar is t.o.v. het convectieve transport en de reactor stationair loopt is de verblijftijd:

$$\tau = \frac{V}{Q_v} = \frac{A \cdot L}{Q_v} \quad (24)$$

Daar Q_v/A gelijk is aan de lineaire snelheid v geldt:

$$t = L/v$$

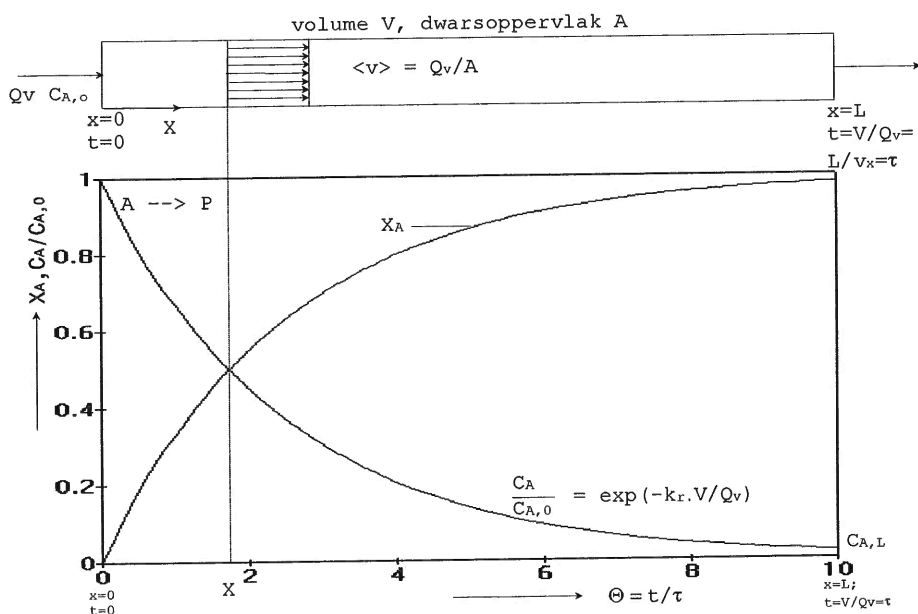


Fig. 21. Omzetting in een propstroomreactor voor een eerste orde reactiekinetiek ($r_A = -k_r \cdot C_A$).

De omzetting in een propstroomreactor zal nader worden bekeken aan de hand van fig. 22.

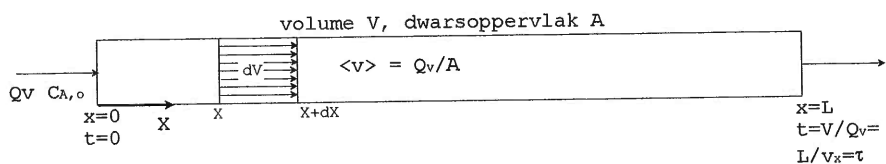


Fig. 22. Materiaalbalans voor een ideale buisreactor.

Is de buisreactor gevuld met een homogeen fluïdum dan geldt voor het schijfje dV de volgende massabalans:

in = uit - chemisch gevormd

We krijgen:

$$Q_v \cdot C_{A,y} = Q_v (C_{A,y} + dC_A) - r_A \cdot dV$$

$$Q_v \cdot dC_A = r_A \cdot dV$$

geïntegreerd over de gehele reactor geeft:

$$V = \int_{C_{A,in}}^{C_{A,uit}} Q_v \cdot \frac{dC_A}{r_A} = Q_v \int_{C_{A,in}}^{C_{A,uit}} \frac{dC_A}{r_A}$$

Voor een eerste-orde reactie, $r_A = -k_r \cdot C_A$, volgt:

$$\frac{C_{A,uit}}{C_{A,in}} = 1 - x_A = \exp. (-k_r \cdot \tau) \quad (25)$$

Voor een nulde-orde reactie, $r_A = -k_r$, volgt:

$$\tau < \frac{C_{A,in}}{k_r} \Rightarrow \frac{C_{A,uit}}{C_{A,in}} = 1 - k_r \cdot \frac{\tau}{C_{A,in}}$$

$$\tau \geq \frac{C_{A,in}}{k_r} \Rightarrow \frac{C_{A,uit}}{C_{A,in}} = 0;$$

Wanneer we en de doorstroomreactor vergelijken dan zien we dat het verloop van de concentratie met de tijd in de batchreactor exact gelijk is aan het verloop van de concentratie van een volume-elementje tijdens de stroming door de propstroomreactor, zie fig. 10 en 21.

De perfect gemengde reactor met continu aan- en afvoer (C.S.T.R).
In hoofdstuk 6.4. is reeds besproken dat in een ideaal geroerde tank V en Q_v beide constant zijn en dat er geen concentratieverschillen over de tank bestaan.

Wanneer de tank, fig. 23, wordt gebruikt als een bio- of chemische reactor, en de reactanten worden met een constante massastroom toegevoerd, kan het systeem een stationaire toestand bereiken zodat de concentraties in de tank niet variëren met de tijd.

Uitgaande van een stationaire toestand kan de volgende macroscopische balans worden opgesteld.

$$\begin{array}{rcccl} \text{Toevoer} & - & \text{Afvoer} & + & \text{Reactie} = \text{verandering in conc.} \\ Q_{v,0} & & Q_v \cdot C_A & & r_A \cdot V = 0 \end{array} \quad (26a)$$

$Q_{v,0}$ = ingaande stroom (m^3/s)

Q_v = uitgaande stroom (m^3/s)

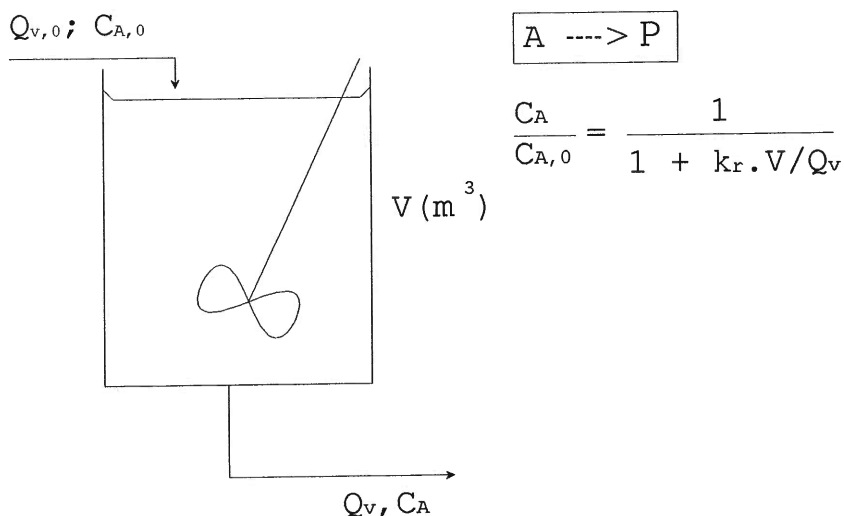


Fig. 23. Omzetting in een continu doorstroomde reactor (C.S.T.R.) voor een eertse orde reactiekinetiek.

Is de dichtheid van de ingaande en uitgaande stroom gelijk dan is $Q_{v,0} = Q_v$.

Voor vergelijking 26 kan nu voor stationaire condities worden geschreven:

$$r_A = \frac{1}{\tau} (C_{A,uit} - C_{A,in}) \quad (kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}) \quad (26b)$$

Deze algemene omzettingsvergelijking is onafhankelijk van de type kinetiek.

Voor de nulde orde reactiekinetiek is vgl. 26a uit te schrijven als:

$$0^e \text{orde: } \tau < \frac{C_{A,in}}{k_r} \Rightarrow \frac{C_{A,uit}}{C_{A,in}} = 1 - \frac{k_r \cdot \tau}{C_{A,in}} \quad (27)$$

Voor een eerste orde reactie is vergelijking 26a om te werken tot:

$$1^{\text{e}} \text{ orde: } \frac{C_{A,\text{uit}}}{C_{A,\text{in}}} = \frac{1}{1 + k_r \cdot \tau} \quad (28)$$

De CSTR is aantrekkelijk voor studies van de reactiekinetiek. Uit vergelijking 27 blijkt dat r_A te berekenen is door τ , $C_{A,\text{in}}$ en $C_{A,\text{uit}}$ experimenteel te bepalen. Omdat C_A gelijk is aan de concentratie in de reactor is ook de afhankelijkheid van r_A en C_A bekend. Daar de reactor ook gemakkelijk op een constante temperatuur kan worden gehouden zijn we in staat om r_A bij verschillende niveaus van C_A en bij verschillende temperaturen te meten.

In figuur 24 vinden we grafisch de omzettingen weergegeven in een ideale menger en in een propstroom reactor als functie van de gemiddelde verblijftijd.

Ook voor een cascade van perfecte mixers kunnen we met behulp

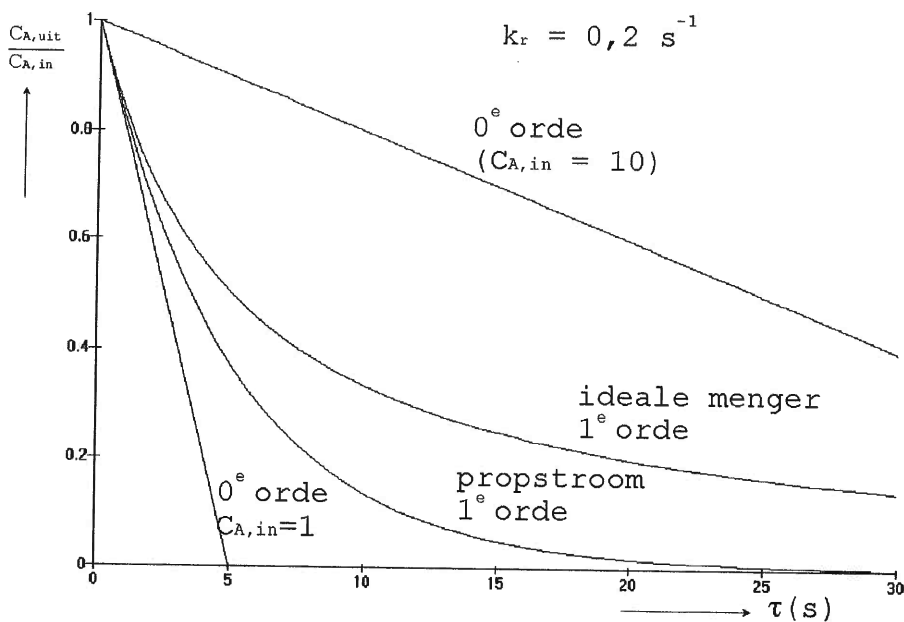


Fig. 24.

van een macroscopische balans de omzettingsgraad van een chemische reactie bepalen.

De ronde buisreactor bij laminaire stroming.

Ook in een ronde buisreactor is het mogelijk, de invloed van de snelheidsverdeling op het rendement, ofwel de conversiegraad X_A te berekenen. Hierbij kunnen we gebruik maken van het $E(t)$ -diagram. Voor andere typen reactoren is dit niet altijd mogelijk, daar het $E(t)$ -diagram in een bepaalde reactor door volkomen verschillende stromingspatronen bereikt kan worden. Men mist dan de kennis van de wijze waarop de menging binnen de reactor plaatsvindt.

Voor laminaire buisstroming kunnen we wel gebruik maken van de E -functie daar we te maken hebben met een goed gedefinieerd stromingspatroon.

We kunnen d.m.v. een macro-balans afleiden dat de invloed van de verblijftijdspreiding op de conversie in een continu doorstroomde reactor gegeven wordt door de vergelijking:

$$\frac{C_A}{C_{A,0}} = 1 - x_A = \int_0^{\infty} \left(\frac{C_A}{C_{A,0}} \right)_{\text{batch}} E(\theta) d(\theta) \quad (29)$$

De E -functie hebben we gedefinieerd als $dF/d\theta$. Gaan we dit toepassen op vergelijking 15 dan krijgen we:

$$E(\theta) = dF/d\theta = 0 \quad \theta < \frac{1}{2}$$

$$E(\theta) = \frac{1}{2} \theta^{-3} \quad \theta > \frac{1}{2}$$

Bij constante temperatuur en voor een 1^e orde reactie geldt:

$$\frac{C_A}{C_{A,0}} = 1 - x_A = \exp(-k_r \cdot t) \quad (7)$$

Dit gesubstitueerd in vergelijking 29 geeft:

$$\frac{C_A}{C_{A,0}} = \int_0^{\infty} \exp(-k_r \cdot \tau \cdot \theta) E(\theta) d\theta$$

Gaan we gebruik maken van de E -functie voor laminaire buisstroming dan krijgen we:

$$\frac{C_A}{C_{A,0}} = \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{\exp(-k_r \cdot \tau \cdot \theta)}{2 \cdot \theta^3} d\theta$$

$$\frac{C_A}{C_{A,0}} \equiv 2 \cdot E_3\left(\frac{1}{2} \cdot k_r \cdot \tau\right)$$

E_3 is een zgn. exponentiële integraal. Indien $k_r \cdot \tau \geq 10$ mogen we hiervoor schrijven:

$$\frac{C_A}{C_{A,0}} = 4 \cdot \exp\left(-\frac{\frac{1}{2} k_r \cdot \tau}{k_r \cdot \tau + 6}\right) \quad (30)$$

6.5.6. Samenvatting.

De verblijfsduurspreiding wordt gekarakteriseerd door drie functies:

I-functie : De fractie van de fluïduminhoud van een apparaat die in een verblijftijd tussen Θ en $\Theta + d\Theta$ het apparaat nog niet heeft verlaten is gelijk aan:
 $I(\Theta)d\Theta$.

E-functie : De fractie, van het op $\Theta = 0$ binnengekomen fluïdum, in de uitgaande stroom, die een verblijftijd tussen Θ en $\Theta + d\Theta$ heeft mogen meemaken in een apparaat is gelijk aan:

$$E(\Theta)d\Theta = \frac{C_{A, uit} \cdot V}{m} \cdot d\Theta$$

F-functie : $F(\Theta)$ is de volumefractie van de uitgaande stroom die korter dan Θ in het apparaat verblijft.

$$F(\Theta) = \frac{C_u}{C_0}$$

$$F(\Theta) = 1 - I(\Theta)$$

$$F(\Theta) = \int_0^{\Theta} E(\Theta) d\Theta$$

Perfekte menger:

$$F(\Theta) = 1 - e^{-\frac{\Theta}{\tau}}$$

Laminaire stroming:

$$F = \frac{2\pi \int_0^R v \cdot r dr}{\langle v \rangle \cdot \pi \cdot R^2} = 1 - \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4\theta^2}; \quad \theta > \frac{1}{2}$$

Serie perfecte mengers:

$$F(\Theta) = 1 - e^{-N \cdot \Theta} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{(N \cdot \Theta)^k}{k!} \quad (16)$$

$$E(\Theta) = \frac{\Theta^{N-1} N^N}{(N-1)!} e^{-\Theta \cdot N} \quad (17)$$

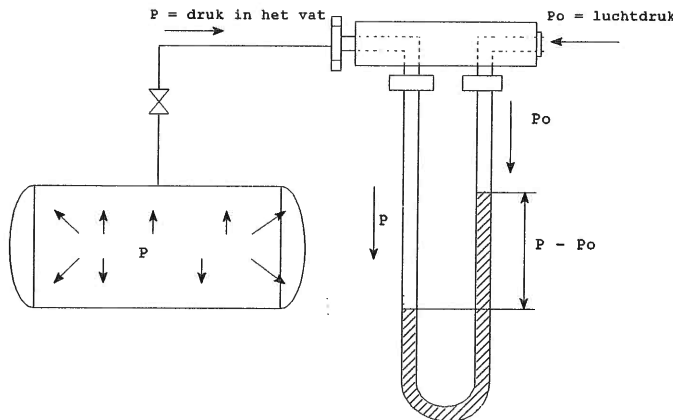
De vergelijkingen 16 en 17 zijn resp. in fig. 19 en 20 weerge-

1.0 Druk en drukverschilmetingen.

1.1. Inleiding.

De druk van fluïda plant zich in alle richtingen op gelijke wijze voort. De resultante van een druk op een oppervlak is een kracht en heeft een richting loodrecht op een vlak. Druk is gedefinieerd als:

$$druk = \frac{\text{kracht}}{\text{oppervlakte}} \left(\frac{N}{m^2} \right)$$



De druk in een vloeistof is in ieder horizontaal vlak overal gelijk.

Bij het meten van een druk van een gas of vloeistof in een gesloten vat zal de atmosferische lucht buiten het vat een druk uitoefenen op het meetelement van de drukmeter, figuur 1.

Fig. 1.

Men meet in werkelijkheid het verschil tussen de druk in het vat en de luchtdruk buiten het vat. Is de druk in het vat groter dan de atmosferische druk dan is het drukverschil positief, men meet een overdruk. Is de druk in het vat kleiner dan de atmosferische druk dan is het drukverschil negatief, men meet een onderdruk. Schakelt men bij de meting de invloed van de atmosferische druk uit, dan meet men een absolute druk.

In figuur 2 zijn deze begrippen grafisch weergegeven.

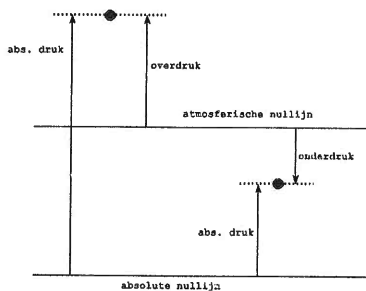


Fig. 2

Op grond van meetprincipes komt men bij drukmeters tot de volgende indeling:

- a. drukmeters waarbij de tegendruk met behulp van de zwaartekracht (vloeistofkolom, gewicht) wordt verkregen,
- b. drukmeters waarbij de tegenkracht door elastische vervorming (verende elementen) wordt verkregen.

1.2. Drukmeters; tegenkracht wordt verkregen m.b.v. de zwaartekracht.

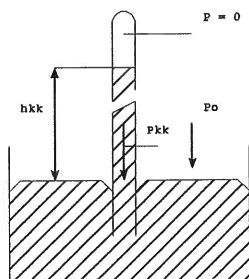


Fig. 3.

a. Absolutedrukmeting,

De bekendste absolute drukmeter is de barometer voor het meten van de absolute luchtdruk (fig. 3).

De meter bestaat uit een ca. 90 cm lange buis die gevuld is met kwik en omgekeerd staat in een bak met kwik. Boven in de buis is de druk nul (vacuüm). De buitendruk P_0 is gelijk aan de druk van de kwikkelom p_{kk} .

Voor deze meter geldt : $P_0 = p_{kk} + P$;

Indien $P = 0$ krijgen we: $P_0 = p_{kk}$.

b. Drukverschilmeting.

Bij het meten van drukverschillen wordt in het algemeen het verschil in statische druk gemeten. Om een statisch drukverschil te kunnen meten moet de plaats van meting zodanig zijn aangebracht dat deze evenwijdig loopt aan de stroomrichting van het fluïdum. Bij stilstaande fluïda, waarbij ook een statische druk wordt gemeten, speelt de plaats van meting geen rol. Op de plaats van de meting bij stromende fluïda zal later worden teruggekomen.

1.2.1. U-buismanometer.

De eenvoudigste methode voor het meten van kleine drukverschillen is aangegeven in fig. 4.

Voor deze U-buis geldt:

$$\Delta P = g \cdot \Delta h (\rho_1 - \rho_2) \quad (11)$$

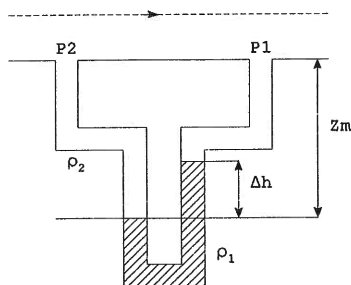


Fig 4.

Deze vergelijking is op te vatten als een bijzonder geval van Bernoulli met vloeistofsnelheid $v = 0$. Deze vergelijking kan als volgt worden afgeleid. De druk in een horizontaal vlak moet in beide benen gelijk zijn. Op een afstand z_m van de buis geldt:

$$P_2 + z_m \cdot \rho_2 \cdot g =$$

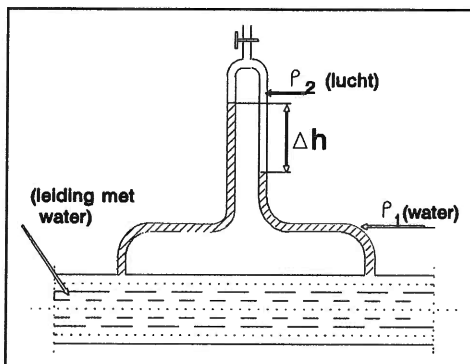
$$P_1 + (z_m - \Delta h) \cdot \rho_2 \cdot g + \Delta h \cdot \rho_1 \cdot g$$

Na uitwerking wordt vergelijking 11 verkregen.
Is in de transportleiding water aanwezig dan kan de U-buis met
bijv. water worden gevuld. Dan geldt: $\Delta P = g \cdot \Delta h \cdot \rho_1$.

De dichtheid van lucht is nl. te verwaarlozen t.o.v. water.
Wanneer er in de transportleiding bijv. water zit moet in de U-
buismanometer een zwaardere niet met water mengbare vloeistof
worden gebruikt.

1.2.2. Omgekeerde U-buis manometer.

Wanneer in de leiding water aanwezig is kan ook een omgekeerde
U-buis manometer worden gebruikt, fig. 5.



Voor deze manometer geldt de
volgende formule:

$$\Delta P = g \cdot \Delta h \cdot (\rho_{\text{water}} - \rho_{\text{lucht}})$$

$$\Delta P \approx g \cdot \Delta h \cdot \rho_{\text{water}}$$

Desgewenst kan de lucht boven
water worden gecomprimeerd.

Figuur 5.

Het meten van drukverschillen met een U-buis manometer wordt
nauwkeuriger door:

- een nauwkeuriger meting van ΔP ; dit is mogelijk door de af-
lezingen te verrichten met een kathetometer.
- vergroting van Δh . Vergroting van Δh kan worden verkregen
door een lichtere vloeistof te kiezen (bijv. alcohol indien
in de leiding lucht zit) of door twee vloeistoffen meteen
gering verschil in dichtheid te kiezen. In beide gevallen
wordt Δh groter.

Neemt men in de omgekeerde U-buis manometer olie boven het wa-
ter i.p.v. lucht dan krijgen we:

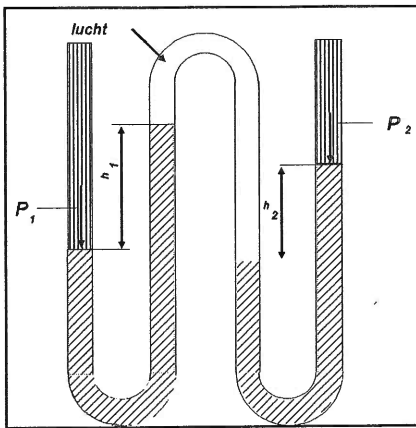
$$\Delta P = 9,81 \cdot \Delta h \cdot (1000 - 980) \implies$$

$$\Delta P = 196 \Delta h \text{ (N/m}^2\text{) i.p.v.}$$

$$\Delta P = 9,81 \cdot \Delta h \cdot (1000 - 1,2) \implies$$

$$\Delta P = 9800 \Delta h \text{ (N/m}^2\text{)}$$

Hieruitvolgt dat de uitslag 50 keer zo groot wordt.



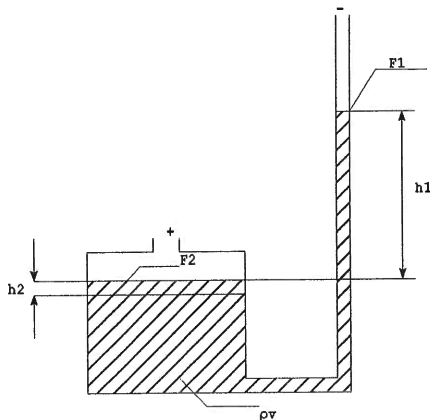
Heeft een U-buis met een bepaalde vulvloeistof een te klein meetgebied dan kan deze worden vergroot, d.w.z. dat Δh wordt verlaagd, door een zwaardere vloeistof toe te passen.

Is deze vloeistof niet voorhanden, dan kan men twee U-buizen in serie schakelen zoals in figuur 6 is aangegeven. De gemeten druk is nu gelijk aan de som van de uitslagen $h_1 + h_2$

Figuur 6.

1.2.3. Differentiaalmanometers.

Het principe van een differentiaalmanometer is weergegeven in figuur 7. Deze zgn. J-buismanometer heeft een breed en een nauw been. Voor deze meter geldt: $\Delta P = g \cdot (h_1 + h_2) \rho_{vst.}$;



$$h_1 \cdot F_1 = h_2 \cdot F_2 \Rightarrow h_2 = h_1 \cdot \frac{F_1}{F_2}$$

$$h_1 + h_2 = h_1 \cdot \frac{(F_1 + F_2)}{F_2}$$

$$\Delta P = g \cdot h_1 \cdot \frac{(F_1 + F_2)}{F_2} \cdot \rho_{vst.}$$

Fig. 7.

Men meet h_1 , terwijl $(F_1 + F_2)/F_2$ door ijking is te bepalen. Indien F_2 veel groter is dan F_1 nadert de factor tot één.

Nog kleinere drukverschillen meet men met een differentiaalmanometer volgens figuur 11. Men bepaalt nu h_1 nauwkeurig door meting van de lengte L . Het drukverschil h wordt gegeven door de vergelijking:

$$h = L \cdot \sin \alpha.$$

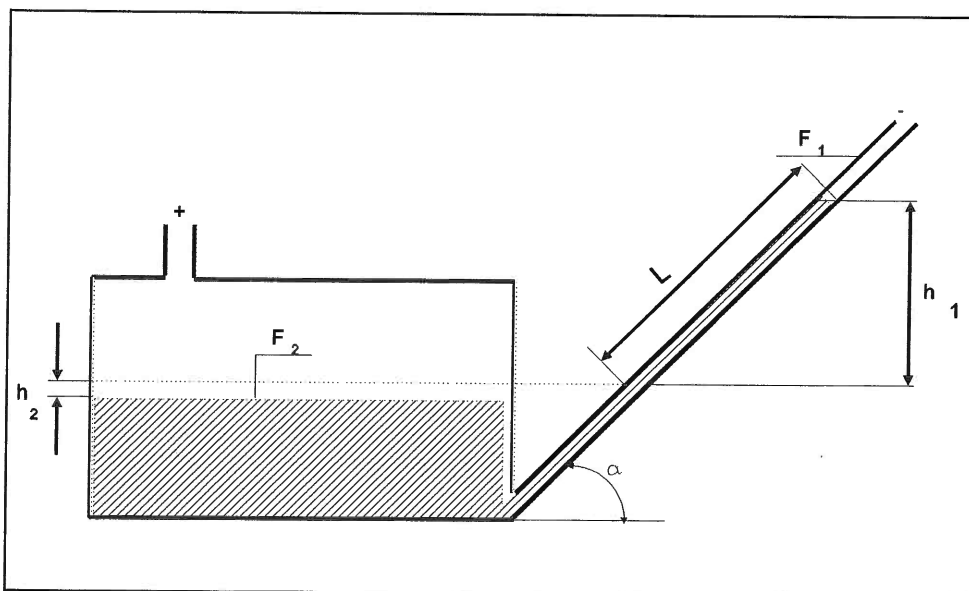
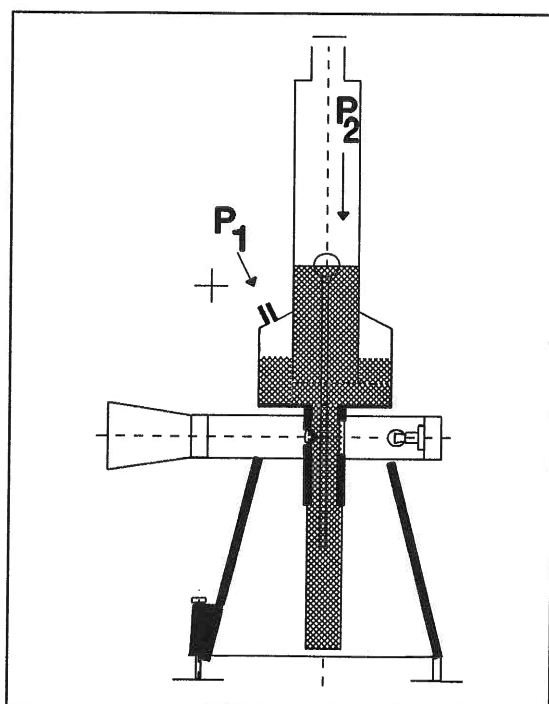


Fig. 8.

Micromanometer volgens Betz (figuur 9).



De micromanometer volgens Betz heeft een stijgbuis in een bak, gevuld met water. In de stijgbuis bevindt zich een drijver met een steel met een geijkte schaalverdeling. De verplaatsing van de drijver wordt in tiende mm's afgelezen, terwijl bedragen van 0,01 mm kunnen worden geschat. Geschikt voor drukverschillen van 0 - 5000 Pa.

Figuur 9. Micromanometer volgens Betz.

1.2.4. Omgekeerde U-buis manometer; (geen correctie voor hoogteverschillen).

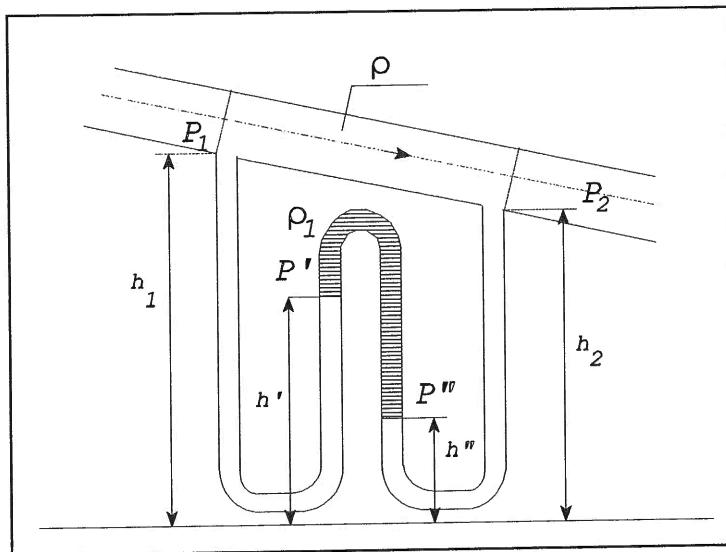


Fig 10. Omgekeerde U-buis manometer.

Figuur 10 laat zien op welke wijze men moet meten om bij vloeistoffen niet voor hoogteverschillen te behoeven corrigeren. We krijgen:

$$P' = P_1 + g \cdot \rho \cdot (h_1 - h') = P_1 + g \cdot \rho \cdot h_1 - g \cdot \rho \cdot h' = P_1 - g \cdot \rho \cdot h'$$

$$P'' = P_2 + g \cdot \rho \cdot (h_2 - h'') = P_2 + g \cdot \rho \cdot h_2 - g \cdot \rho \cdot h'' = P_2 - g \cdot \rho \cdot h''$$

In deze vergelijkingen is ρ de dichtheid van de vloeistof in de leiding en in de verbindingsbuisjes met de manometer. P_1 en P_2 zijn de voor de hoogteverschillen gecorrigeerde drukken waarom het gaat. Nu is:

$$P' - P'' = -g \cdot \rho_1 \cdot (h' - h'')$$

met ρ_1 de dichtheid van het medium in de manometer.

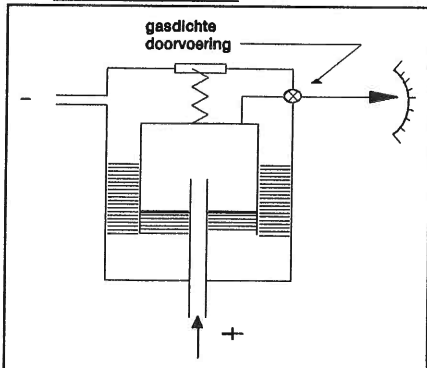
We krijgen:

$$-g \cdot \rho_1 \cdot (h' - h'') = (P_1 - P_2) - g \cdot \rho \cdot (h' - h'') \text{ of}$$

$$P_1 - P_2 = g \cdot (\rho - \rho_1) \cdot (h' - h'')$$

1.3. Drukmeters; tegenkracht wordt verkregen m.b.v. elastische vervorming.
Tot de meters, waarbij de tegenkracht wordt verkregen door elastische vervorming behoren:

a. Schroefveer.



De werking van de schroefveer berust op de wet van Archimedes. Voor deze meter geldt de vergelijking:

$$\Delta P = \frac{C_v}{A} \cdot L$$

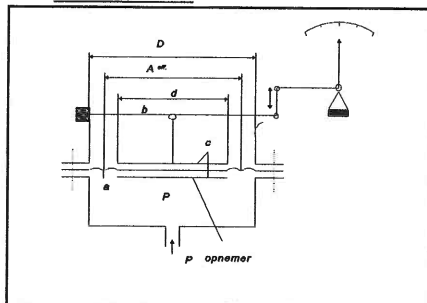
C_v = veerconstante.

L = afstand waarover de veer wordt ingedrukt.

A = werkzaam oppervlak van de klok.

Fig. 11 Schroefveer.

b. Bladveer.



Bij deze meter is een slap membraan a in combinatie met een bladveer b als element gekozen. Voor deze meter geldt de formule:

$$\Delta P = \frac{C_v \cdot L}{A_{eff}} \quad A_{eff} = \text{het effectieve oppervlak van het membraan}$$

Fig. 12. Bladveer.

c: Membraan.

In tegenstelling tot fig. 12 is in fig. 13 een stug maar veerkrachtig membraan ingeklemd. Voor de werking zie fig. 13 en 14.

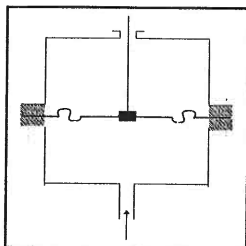


Fig. 13.

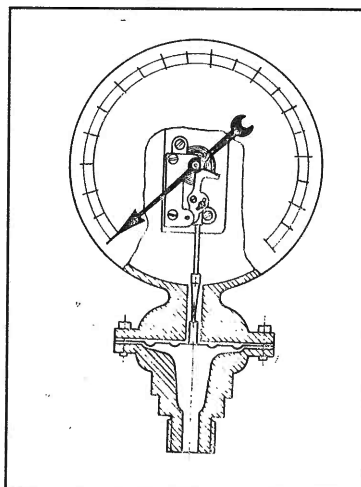


Fig 14.

d. Doosveerdrukmeter.

De doosveer is weergegeven in fig.15. Met een doosveerdrukmeter kunnen overdrukken en drukverschillen worden gemeten.

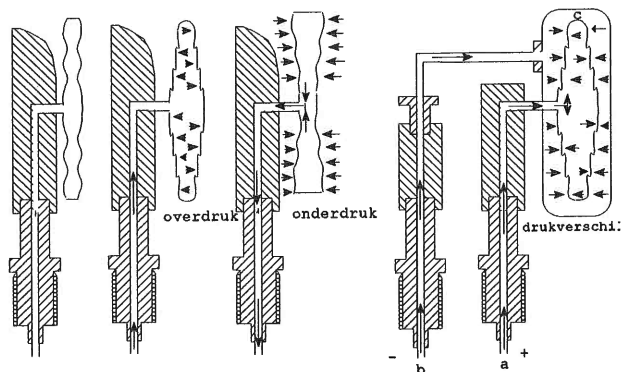
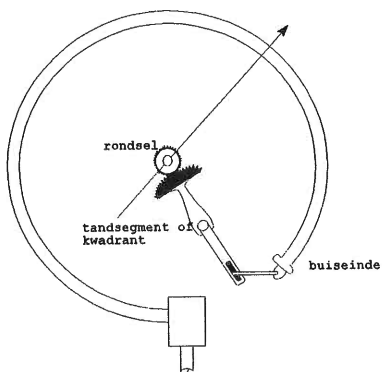


Fig. 15. Doosveerdrukmeter.



e. Bourdonbuis.

De bourdonbuis is een C vormig gebogen en aan één einde gesloten buis met een elliptische doorsnede. Deze buis wordt van binnenuit op druk belast waardoor de ovale doorsnee de neiging heeft om een cirkelvorm aan te nemen. Door de verplaatsing van het buiseinde op een wijzer over te brengen heeft men een indicatie van de druk verkregen.

Fig. 16. Bourdonbuis.

1.3.1. Drukmeters voor het meten van de absolute druk.

Drukmeters voor het meten van de absolute druk kunnen worden uitgevoerd met een membraan, balg of met een Bourdonbuis. Deze meters zijn resp. weergegeven in figuur 17, 18 en 19.

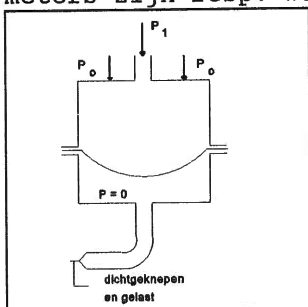


Fig. 17.

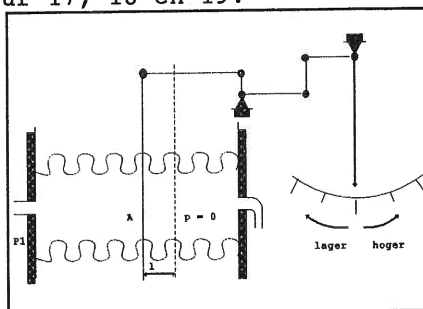
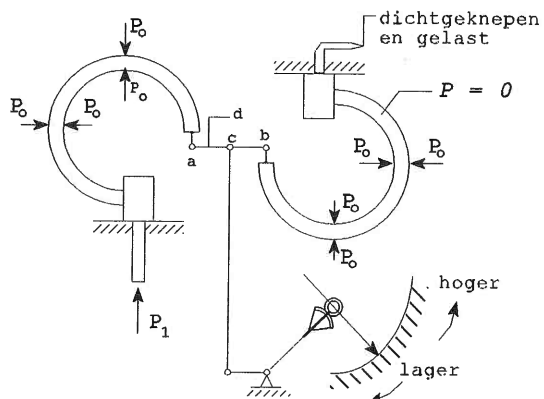


Fig. 18.



De wijziging t.o.v. de oorspronkelijke meters bestaat hierin, dat in de meters een gesloten ruimte is gemaakt waarin een druk van nul bar heerst. In een andere ruimte wordt de absolute druk p toegelaten. Fig. 20 geeft hiervan een grafische voorstelling.

Fig. 19.

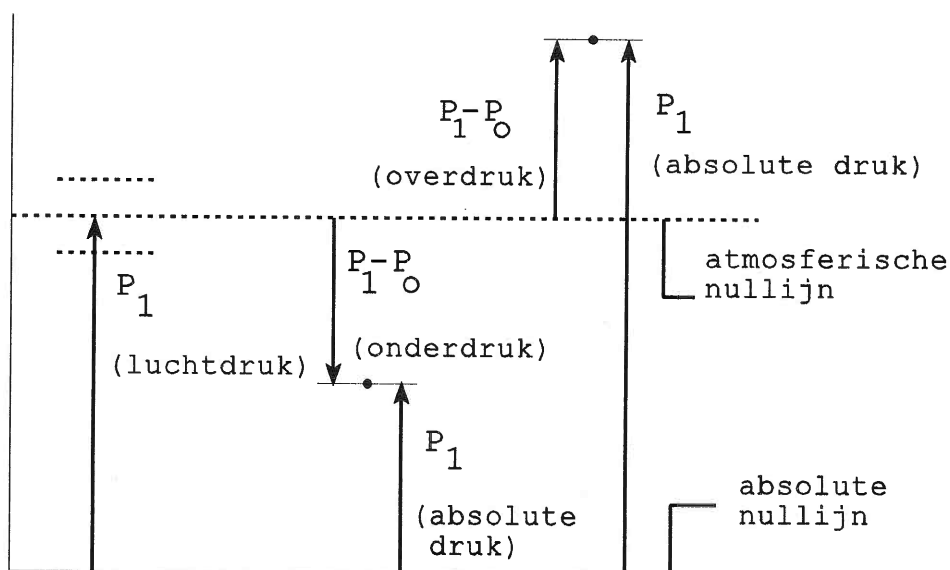


Fig. 20.

1.4. Uitvoering van druk- en drukverschilmetingen.

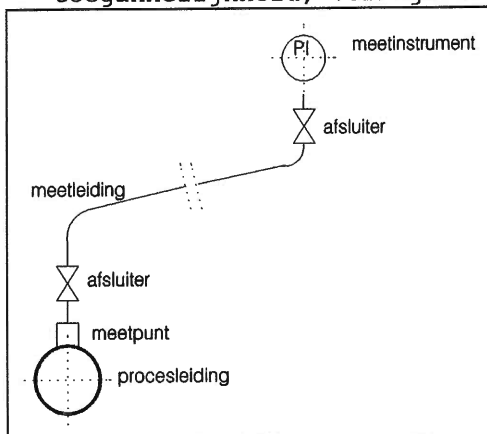
1.4.1. Inleiding.

Met manometers kan een statische en een totaal druk worden gemeten.

Vooreerst zullen we ons beperken tot het meten van een statische druk.

De statische druk wordt gemeten op een plaats die evenwijdig loopt aan de stroomrichting van de vloeistof. In de praktijk wordt dit, bij bijv. buizen gerealiseerd door een kleine opening in de wand van de buis aan te brengen. Door deze opening aan te sluiten op een manometer kan de statische druk worden afgelezen. Voordat een drukmeting wordt uitgevoerd moet rekening worden gehouden met:

- a: de plaats waar het meetpunt moet worden aangebracht,
- b: de uitvoering van het meetpunt,
- c: de wijze waarop de verbinding tussen meetpunt en meter tot stand wordt gebracht,
- d: de stand van het meetinstrument ten opzichte van het meetpunt,
- e: de plaats van het meetinstrument t.o.v. zijn omgeving, waarbij gedacht wordt aan mechanische trillingen, de omgevingstemperatuur, de omgevingsatmosfeer, de belichting, de toegankelijkheid, vorstgevaar enz.



De meetinstallatie bestaat uit:

- a: meetpunt,
 - b: een afsluiter, direct op het meetpunt,
 - c. het meetinstrument.
- Zie figuur 21.

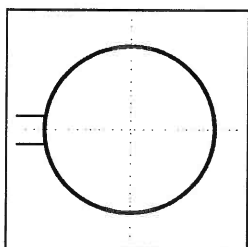
Fig. 21.

1.4.2. Het meetpunt.

Het meetpunt moet voldoen aan de volgende voorwaarden:

- a. Het meetpunt moet gemakkelijk bereikbaar zijn; in geval van nood moet de afsluiter op het meetpunt direct dichtgedraaid kunnen worden.
- b. Bij stromende stoffen moet het meetpunt zich op een plaats bevinden die tenminste 12 x de diameter van de buis is verwijderd van een bocht, afsluiter of een ander obstakel. Dit is noodzakelijk om de vloeistofstroom, die na het passeren van een obstakel is verstoord, weer de gelegenheid te geven zich te herstellen zodat de stroomlijnen weer nageenoevenwijdig aan de wand lopen.

Het meetpunt bij stromende vloeistoffen.



Stromende vloeistoffen bevatten soms ingesloten gasbelletjes en vaste deeltjes. Gasbellen stijgen door een vloeistof omhoog, terwijl vaste deeltjes uitzakken. Hierdoor mogen in een horizontale leiding de meetpunten voor drukmeting nooit aan de boven- of onderzijde van de buis worden aangebracht. De beste oplossing is aangegeven in figuur 22.

Fig. 22.

Voor een verticale buis waarin de richting van de stroom van beneden naar boven is gericht, maakt het niets uit waar het meetpunt zich bevindt.

Het meetpunt bij stromende gassen.

Het meetpunt voor het meten van de gasdruk in een horizontale leiding wordt bovenop de leiding aangebracht. Dit is vooral van belang voor gassen die waterdamp bevatten. Bij afkoeling kan de waterdamp gaan condenseren. Bij een onjuiste plaatsing van het meetpunt zou hierdoor de meetleiding kunnen worden verstopt. Bij verticale buizen, waarin het gas wordt getransporteerd, dient men zodanige maatregelen te nemen dat blokkering wordt voorkomen.

Het meetpunt bij stromende stoom.

Stoom zal altijd in de meetleiding condenseren. de meetleiding en het meetinstrument zijn daardoor geheel met water gevuld. De plaats van het meetpunt is daarom voor horizontale en verticale leidingen gelijk aan die voor stromende vloeistoffen. Een uitzondering vormt de omstandigheid waarbij het meetinstrument zich boven het meetpunt op een horizontale leiding bevindt. In dit geval moet het meetpunt boven de horizontale leiding worden aangebracht.

De uitvoering van het meetpunt.

Voor het bepalen van de statische druk van een door een leiding stromende vloeistof of in een vat stilstaande stof, moet het meetpunt loodrecht op de wand van de leiding of van het vat worden aangebracht.

Het gat, dat moet worden geboord, moet een diameter hebben van tenminste 6 mm. Bramen die bij het boren ontstaan moeten worden verwijderd. Er mogen zich dus geen oneffenheden aan de binnenkant van de buis bevinden, zie fig. 23.

Door de oneffenheden kan de fluïdumstroom worden verstoord waardoor kinetische energie van de fluïdumstroom kan worden omgezet in druk. Hierdoor wordt een foutieve aflezing op een aangesloten manometer verkregen.

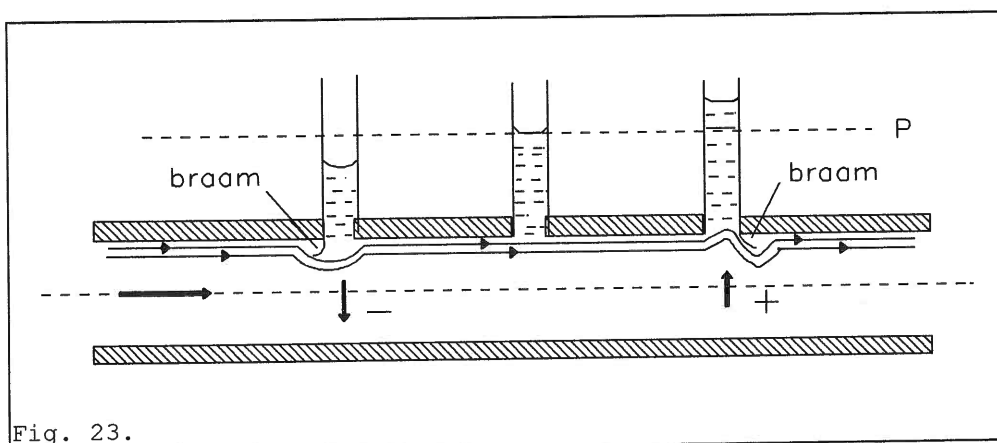
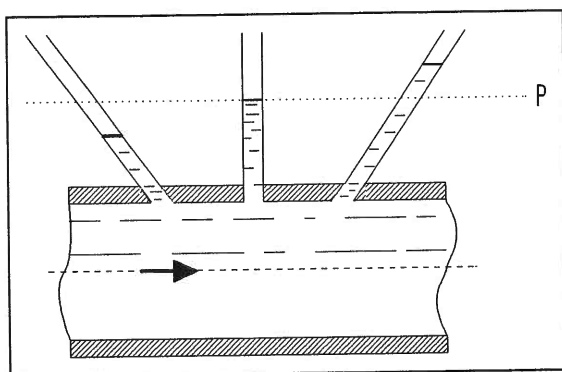


Fig. 23.

Wat voor bramen geldt, die tijdens het boren zijn ontstaan, geldt ook voor niet-loodrecht op de leiding geboorde gaten, fig. 24.



Een schuin met de stroming mee geboord gat veroorzaakt een te lage, een tegen de stroming in geboord gat een te hoge meting van de druk van de stromende vloeistof.

Fig. 24.

Geringe verstoringen bij de meetpunten zullen er altijd blijven bestaan. Hiervoor kan worden gecorrigeerd door langs de buisomtrek op meerdere plaatsen de statische druk te meten en de resultaten te middelen. Een iets te hoge druk aan de ene kant van de buis kan dan worden gecompenseerd door een iets te lage druk aan de andere kant van de buis. de technische uitvoering van de meting is als volgt. Langs de omtrek van de buis worden onder een hoek van 90° vier gaten geboord. Hierover wordt een buis bevestigd, sok, die via een centraal punt wordt aangesloten op een manometer. Een dergelijke constructie heet een piëzometerring.

Deze ringen worden alleen gebruikt in het geval nauwkeurige metingen zijn vereist.

1.4.3. De meetleiding.

De meetleiding dient aan de volgende eisen te voldoen:

- a. Direct na het meetpunt en direct voor het meetinstrument moet een afsluiter worden aangebracht. De afsluiter na het meetpunt is nodig om een storing van een proces, als gevolg

van een lekkage of breuk in de meetleiding te voorkomen.

De afsluiter direct voor de drukmeter dient om, door langzaam openen ervan, een geleidelijke toeneming van de druk in het meetelement te krijgen, om beschadiging van de meter te voorkomen. Daarnaast dient de afsluiter om het instrument te kunnen vervangen zonder het proces te verstoren.

b. Als binnen-diameter wordt aanbevolen voor:

gassen : 6 mm inwendige diameter,
vloeistoffen : 10 mm inwendige diameter en
leidingen langer dan 20m : 12 - 20 mm inwendige diameter.

c. Scherpe bochten moeten worden vermeden.

1.4.4. Meting van de druk van een stromende vloeistof.

1. Horizontale leiding.

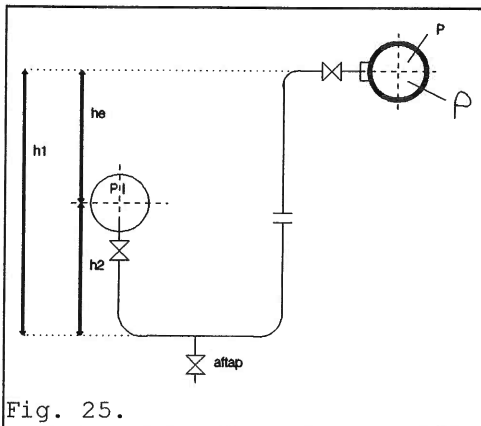


Fig. 25.

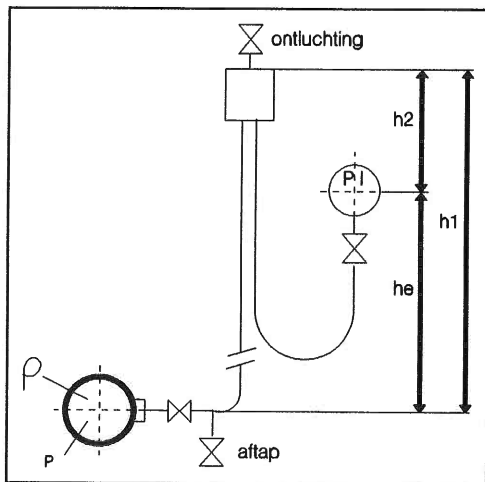
a. Meetinstrument onder het meetpunt.

Deze situatie is schematisch weergegeven in figuur 25.

Bij e.d. opstelling moet de meterstand worden gecorrigeerd. De door de drukmeter aangegeven druk p_m is niet gelijk aan de druk p van de vloeistof in de leiding. De door de drukmeter aangegeven waarde bedraagt:

$$p_m = p + h_2 \cdot g \cdot \rho$$

Het is gebruikelijk deze fout in de meter te corrigeren.



b. Meetinstrument boven het meetpunt, figuur 26.

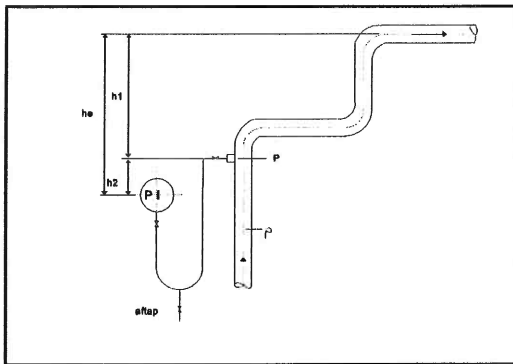
Deze meetopstelling moet worden voorzien van een gasvanger, die periodiek moet worden afgeblazen. De door de drukmeter aangegeven druk is:

$$p_m = p - (h_1 - h_2) \cdot g \cdot \rho$$

De term $h_1 \cdot \rho \cdot g$ moet altijd kleiner blijven dan p . Deze meetopstelling wordt in het algemeen afgeraden.

Fig. 26.

1.4.5. Verticale leiding.



a. Meetinstrument onder het meetpunt, figuur 27.

Bij deze opstelling bestaat de mogelijkheid dat er een luchtbel in de meetleiding ontstaat, met als gevolg een variabele nulpuntfout. Dit kan worden voorkomen door het kiezen van een juiste afsluiter op het meetpunt.

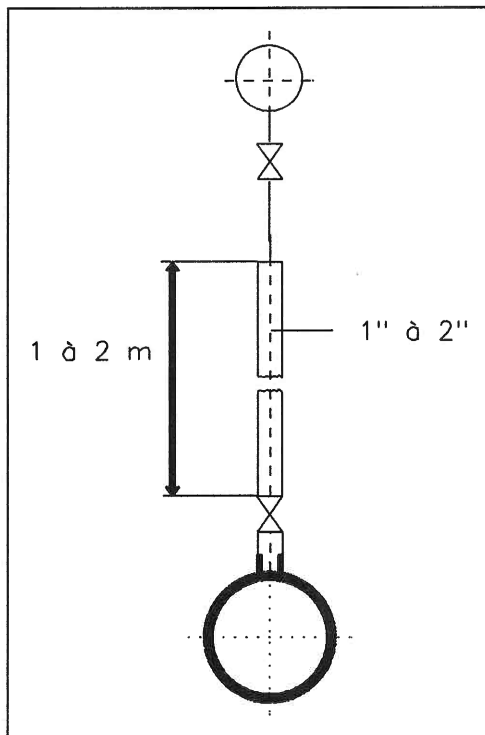
Fig.27.

De door de drukmeter aangegeven waarde is gelijk aan:

$$p_m = p + h_e \cdot g \cdot \rho$$

h_e wordt betrokken op het allerhoogste punt van de verticale vloeistofstroom.

1.4.6. Meting van de druk van een stromend gas.



a. Horizontale leiding.

In figuur 28 is de meest aanbevolen methode voor het meten van de gasdruk in een horizontale leiding aangegeven. De wijde leiding is nodig om het gas op dezelfde temperatuur te brengen als die van de omgeving. Door deze wijde buis worden blokkeringen ten gevolge van eventuele condensaat vorming tot een minimum beperkt. "Droge" gassen kan men direct vanaf het meetpunt met een normale meetleiding verbinden.

Fig. 28.

b. Verticale leiding, zie figuur 29.

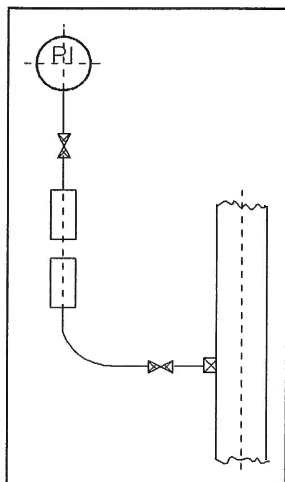


Fig. 29

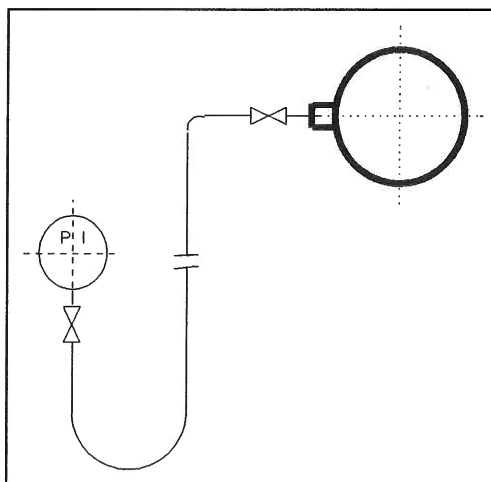


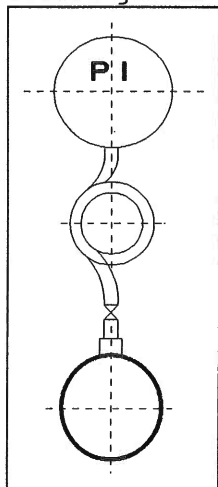
Fig. 30.

1.5. Meting van de druk van stoom.

a. Horizontale leiding, figuur 30.

In de meetleiding zal de stoom gaan condenseren en onder invloed van de zwaartekracht het laagste punt van de meetleiding opzoeken.

Hierdoor is een beveiling aanwezig tegen het binnendringen van hete stoom in het meetelement. Bevindt het hart van de meter zich niet op gelijke hoogte met het meetpunt, dan moet rekening worden gehouden met de effectieve waterkolom. Fig. 30



Het meetinstrument kan ook direct boven het meetpunt worden bevestigd. Deze situatie is weergegeven in figuur 31. De krul is altijd met condensaat gevuld, zodat de hete stoom verhinderd wordt in het meetelement te dringen.

Voor het in bedrijf nemen van de installatie moeten de hulpstukken met water gevuld worden. Een afsluiter direct voor de meter is niet noodzakelijk.

Wil men de juiste stoomdruk meten dan mag zich in de stoom geen lucht bevinden terwijl het condensaat voor de meters dezelfde temperatuur moet hebben als de stoom in de leiding.

Fig. 31.

7. Fysische eigenschappen van water en lucht.

In dit hoofdstuk zijn een groot aantal gegevens van ijs, water, waterdamp (stoom) en droge lucht verzameld in verschillende tabellen. Hieronder staat een overzicht van de fysische eigenschappen welke in de tabellen zijn vermeld.

		Traject in °C	Tabel
<u>Water:</u>	dichtheid (ρ)	0 - 150	1
	soortelijke warmte (c_p)	0 - 150	1
	verdampingswarmte ($r_{2,3}$)	0 - 150	1
	verzadigde dampspanning (p_s)	0 - 150	2
	dynamische viscositeit (η)	0 - 150	2
	kinematische viscositeit (ν)	0 - 150	2
	warmtegeleidingscoëfficiënt (λ)	0 - 150	2
	temperatuurvereffeningscoëfficiënt (a)	0 - 150	2
	Prandtl - getal (Pr)	0 - 150	2
<u>Verzadigde waterdamp:</u>	dichtheid (ρ)	0 - 150	3
	soortelijke warmte (c_p)	0 - 150	3
	dynamische viscositeit (η)	0 - 150	3
	kinematische viscositeit (ν)	0 - 150	3
	warmtegeleidingscoëfficiënt (λ)	10 - 150	3
	temperatuurvereffeningscoëfficiënt (a)	10 - 150	3
	Prandtl - getal (Pr)	10 - 150	3
<u>IJs:</u>	soortelijke warmte (c_p)	-30 - 0	4
	verzadigde dampspanning (p_s)	-22 - 0	4
	smeltwarmte ($r_{1,2}$)	0	4
	dichtheid (ρ)	-20 - 0	5
	warmtegeleidingscoëfficiënt (c_p)	-30 - 0	5
	temperatuurvereffeningscoëfficiënt (a)	-30 - 0	5
<u>Droge lucht:</u>	dichtheid (ρ)	0 - 180	6
	soortelijke warmte (c_p)	0 - 180	6
	dynamische viscositeit (η)	0 - 180	6
	kinematische viscositeit (ν)	0 - 180	6
	warmtegeleidingscoëfficiënt (λ)	0 - 180	6
	temperatuurvereffeningscoëfficiënt (a)	0 - 180	6

Dichtheid, soortelijke warmte en verdampingswarmte van water			
$T, ^\circ\text{C}$	ρ kg/m^3	c_p $\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$	$r_{2,3}$ kJ/kg
0	999,87	4,2196	2492
10	999,73	4,1941	2471
20	998,23	4,1838	2448
30	995,67	4,1804	2426
40	992,24	4,1805	2404
50	988,07	4,1826	2379
60	983,24	4,1863	2356
70	977,81	4,1915	2331
80	971,83	4,1983	2307
90	965,34	4,2070	2281
100	958,38	4,2179	2255
110	951,0	4,26	2228
120	943,4	4,27	2200
130	935,2	4,29	2171
140	926,4	4,31	2141
150	917,3	4,35	2120

Tabel 1.

Gegevens water bij temperaturen van 0 - 150 °C						
T °C	p _s mbar	η mPa.s	ν mm ² /s	λ W/m.K	α mm ² /s	Pr
0	6,105	1,792	1,792	0,571	0,1310	13,30
5	8,723	1,519	1,519	0,579	0,1340	11,40
10	12,28	1,308	1,308	0,587	0,1370	9,50
15	17,05	1,140	1,141	0,594	0,1400	8,10
20	23,38	1,005	1,007	0,602	0,1423	7,10
25	31,67	0,894	0,896	0,609	0,1447	6,30
30	42,43	0,801	0,804	0,615	0,1469	5,60
35	56,23	0,723	0,727	0,621	0,1490	4,90
40	73,76	0,656	0,661	0,627	0,1512	4,45
45	95,83	0,599	0,605	0,633	0,1530	4,00
50	123,33	0,549	0,556	0,638	0,1548	3,55
55	157,37	0,506	0,514	0,644	0,1465	3,25
60	199,15	0,469	0,477	0,649	0,1581	3,00
65	250,03	0,436	0,444	0,655	0,1950	2,80
70	311,60	0,406	0,415	0,660	0,1608	2,60
75	385,40	0,380	0,390	0,666	0,1622	2,42
80	473,40	0,357	0,367	0,671	0,1635	2,27
85	578,10	0,336	0,346	0,675	0,1647	2,12
90	700,90	0,317	0,328	0,678	0,1658	1,98
95	845,10	0,299	0,311	0,680	0,1668	1,86
100	1013,2	0,284	0,296	0,682	0,1678	1,77
110	1433,0	0,257	0,270	0,684	0,1694	1,61
120	1988,0	0,234	0,248	0,684	0,1707	1,46
130	2702,0	0,215	0,230	0,684	0,1718	1,35
140	3615,0	0,199	0,215	0,684	0,1727	1,25
150	4760,0	0,184	0,201	0,683	0,1732	1,16

Tabel 2.

Gegevens van verzadigde waterdamp (of verzadigde stoom) bij temperaturen van 0 - 150 °C. Pr							
T °C	ρ kg/m ³	$(c_p)_s$ kJ/kgK	η_s mPa.s	v mm ³ /s	λ_s W/m.K	a_s mm ² /s	Pr
0	0,00485	1,86	0,00893	1840			
10	0,00941	1,87	0,00920	978	0,0162	921	1,064
20	0,01730	1,88	0,00955	552			1,048
30	0,03035	1,89	0,00992	327	0,0180	313	
40	0,0511	1,91	0,01028	201			
50	0,0832	1,93	0,01064	128	0,0198	124	1,038
60	0,1305	1,95	0,01100	84,3			
70	0,1984	1,98	0,01136	57,3	0,0216	55,0	1,042
80	0,2938	2,01	0,01173	39,9			
90	0,4241	2,05	0,01209	28,5	0,0235	26,9	1,061
100	0,598	2,10	0,01245	21,2			
110	0,827	2,15	0,01282	15,7	0,0253	14,2	1,089
120	1,122	2,20	0,01318	11,9			
130	1,498	2,26	0,01354	9,21	0,0272	7,73	1,126
140	1,968	2,32	0,01390	7,26			
150	2,550	2,39	0,01427	5,80	0,0310	5,09	1,100

Tabel 3.

De soortelijke warmte en de verzadigde dampspanning van ijs. De smeltwarmte van ijs bij °C = 334 kJ/kg.					
T °C	$(c_p)_{ijs}$ kJ/kg.K	p_s mbar	T °C	$(c_p)_{ijs}$ kJ/kg.K	p_s mbar
0	2,125	6,105	-12	2,022	2,176
- 2	2,106	5,173	-14	2,007	1,814
- 4	2,088	4,373	-16	1,992	1,523
- 6	2,070	3,686	-18	1,978	1,263
- 8	2,053	3,101	-20	1,964	1,044
-10	2,037	2,600	-22	1,949	0,861
			-30	1,884	

Tabel 4.

Dichtheid, warmtegeleidbaarheidscoëfficiënt en warmtevereffeningscoëfficiënt van ijs bij temperaturen van -30 - 0 °C			
T °C	ρ kg/m ³	λ W/m.K	a mm ² /s
0	920	2,24	1,15
- 5		2,28	1,19
- 10		2,32	1,24
- 15	917	2,37	1,29
- 20		2,43	1,35
- 25		2,49	1,42
- 30		2,55	1,48

Tabel 5.

Gegevens van lucht bij 1013 mbar.							
T °C	ρ kg/m ³	c_p kJ/kg.K	η mPa.s	ν mm ² /s	λ W/m.K	a mm ² /s	Pr
0	1,2935	1,004	0,01705	13,18	0,0243	18,7	0,704
20	1,2052	1,007	0,01808	15,00	0,0257	21,2	0,708
40	1,1282	1,009	0,01903	16,87	0,0271	23,8	0,709
60	1,0604	1,012	0,01995	18,81	0,0285	26,6	0,708
80	1,0004	1,015	0,02086	20,85	0,0299	29,4	0,708
100	0,9467	1,017	0,02173	22,95	0,0314	32,6	0,704
120	0,8985	1,020	0,02260	25,15	0,0328	35,8	0,703
140	0,8550	1,023	0,02344	27,42	0,0343	39,2	0,699
160	0,8155	1,025	0,02427	29,76	0,0358	42,8	0,695
180	0,7795	1,028	0,02510	32,20	0,0372	46,4	0,693

Tabel 6.

symbool	grootheid	eenheid
a	versnelling	m/s^2
a	hoogte	m
A	doorstroomoppervlak	m^2
b	breedte	m
b	lengte tussen keerschotten	m
B	magnetische fluxdichtheid	$\text{W}/(\text{Hz} \cdot \text{m}^2)$
c	voortplantingssnelheid voor drukgolven	m/s
C_p	soortelijke warmte bij constante druk	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
C_v	soortelijke warmte bij constan volume	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
C	doorstroomcoëfficiënt	
C	concentratie	kg/m^3
C_c	contractiecoëfficiënt	
C_f	wrijvingscoëfficiënt	
C_w	weerstandcoëfficiënt	
D	diameter	m
D	schuifsnelheid	s^{-1}
D_c	diameter spiraal	m
D_h, D_e	hydraulische diameter	m
D_s	doorsnede opening zeef	m
e_v	weerstandsgetal	
E	energie	J
E	activeringsenergie van Arrhenius	J/kmol
E	volt	
f	frictiefactor (buizen)	
f'	frictiefactor (spiraal)	
f'	frictiefactor (korrellagen)	
f_w	correctiefactor	
E_w	mechanisch energieverlies	J of J/kg
F	kracht	N
g	versnelling van de zwaartekracht	m/s^2
h	hoogte, potentiaalhoogte	m, m VK
H	opvoerhoogte	m VK
H_{man}	manometrische opvoerhoogte	m VK
H_{th}	theoretische opvoerhoogte	m VK
H	enthalpie	J/kg
K	materiaalconstante	$\text{N}/\text{m}^2 \cdot \text{s}^n$
K_w	weerstandsgetal	
k_r	reactiesnelheidsconstante (eenheid zie text)	
L	lengte	m
L	karakteristieke afmeting	m
L_e	equivalent lengte	m

symbool	grootheid	eenheid
m	massa	kg
M	kmolmassa	kg/kmol
M	koppel	J
N, n	aantal kmolen	
N	aantal omwentelingen per seconde	s ⁻¹
N	aantal mengers	
N	aantal keerschotten	
n	aantal omwentelingen per minuut	min ⁻¹
n	index (afwijking t.o.v. het Newtons gedrag	
P	druk	N/m ²
P	vermogen	W
P _{hydr}	hydraulisch vermogen	W
P _{as}	vermogen van de pompas	W
P _F	energieverlies	J
P _T	afstand tussen het midden van de pijpen (steek)	m
P _v	vloeistofdampspanning	N/m ²
q	warmte	J/kg
Q _v	volumestroom	m ³ /s
Q _m	massastroom	kg/s
r	straal	m
r _a	reactiesnelheid; eenheid zie text	
R	straal	m
R	gasconstante	J/(K.kmol)
S	specifiek oppervlak	1/m
S _v	specifiek oppervlak; S _v = S.(1 - ε)	1/m
t	tijd	s
T	absolute temperatuur	K
U	inwendige energie	J
<v>, v _o	gemiddelde snelheid	m/s
v _{x,y,z}	plaatselijke snelheid	m/s
v _{mf}	fluïdisatiesnelheid	m/s
V	volume	m ³
W	arbeid	J
α	fractie vrije doorlaat in zeven	
α	doorstroomcoëfficiënt	
β	correctiefactor	
δ	(grenslaag)dikte	m
ε	wandruwheid	
ε	porositeit	N.s/m ²
η	dynamisch viscositeit	Pa.s)
η _a	schijnbare viscositeit	Pa.s ²ⁿ⁻¹
η _w	dynamische viscositeit aan de wand	Pa.s
K	K = c _p /c _v	

symbool	grootheid	eenheid
μ_w	correctiefactor	
μ	rendement	
μ	looptijd van drukgolven	s
ν	kinematische viscositeit	m^2/s
ν	specifiek volume	m^3/kg
θ	dimensieloze tijd	
ρ	dichtheid	kg/m^3
τ	schuifspanning	N/m^2
τ	wrijvingskracht	N/m^2
τ	zwichspanning	N/m^2
φ	hoek	
$\sigma^2(t)$	variante van een frequentieverdeling	
ω, Ω	hoeksnelheid	s^{-1}

LITERATUUR

- 1 Bird, R.B.; Stewart, W.E.; Lightfoot, E.N.; Transport Phenomena;
J. Wiley and Sons, New York/London (1960).
- 2 Bruin, S; Spaninks, J.; Inleiding in de Proceskunde;
Landbouwwuniversiteit, Wageningen (1977).
- 3 Coulson, J.M.; Richardson, J.F.; Chemical Engineering,
Vol. 1;
- 4 Danckwerts, P.V.; Chem. Engng. Sci. 2, 1 (1953).
Pergamon, Oxford (1977).
- 5 Felder, R.M; Rousseau, R.W; Elementary Principles of
Chemical Processes;
J. Wiley and Sons, New York/London (ISBN 0-471-74330-5)
1978.
- 6 Gerritsen, D.J.; Stamhuis, E.J.; Chemische Reactie Tech-
niek;
Het Spectrum, Utrecht (1975).
- 7 Heldman, R.; Food Process Engineering;
The Avi Publishing Company, Inc. Westport, Connecticut
(1975).
- 8 Kay, J.M.; Nedderman, R.M.; Fluid Mechanics and Heat
Transfer;
Cambridge University Press (1974).
- 9 Leniger, H.A.; Beverloo, W.A.; Inleiding in de technolo-
gie;
Landbouwwuniversiteit, Wageningen (1967).
- 10 Masters, K; Spray Drying;
Leonard Hill Books, London.
- 11 Perry, R.H.; Chilton, C.H.; Chemical Engineers Handboek;
McGraw-Hill, New York (1973).
- 12 Rietema, K; Fysische Transport en Overdrachtsverschijnse-
len;
Het Spectrum, Utrecht (1976).
- 13 Rozema, H; Beverloo, W.A.; Laminar, Isothermal Flow of
non-Newtonian Fluids in a Circular Pipe;
Lebensmittel-Wissenschaft und Technologie 7 (4); 223-228.
- 14 Sisson, L.E.; Pitts, D.R.; Elements of Transport Phenome-
na;
McGraw-Hill, New York (1972).
- 15 Toledo, R, T; Fundamentals of Food Process Engineering
(second edition); Van Nostrand Reinhold New York (1991);
ISBN 0-442-23938-6.
- 16 Wijdieks, J.; Waterslagverschijnselen in vloeistoftran-
sportleidingen;
Polytechnisch Tijdschrift, nr. 8, 447 - 460 (1978)